

dr Anna TURCZAK

Wydział Ekonomii i Informatyki, Zachodniopomorska Szkoła Biznesu w Szczecinie
e-mail: aturczak@zpsb.pl

dr Patrycja ZWIECH

Wydział Nauk Ekonomicznych i Zarządzania, Uniwersytet Szczeciński
e-mail: patrycjazwiech@tlen.pl

DOI: 10.15290/ose.2016.03.81.09

PORÓWNANIE WOJEWÓDZTW W POLSCE NA PODSTAWIE ROZKŁADU DOCHODU ROZPORZĄDZALNEGO *PER CAPITA*

Streszczenie

W artykule określono stopień podobieństwa rozkładu dochodu rozporządzalnego na osobę w poszczególnych województwach Polski. Podobieństwo rozkładu zmierzono za pomocą metryki D , przy czym dwa rozkłady były tym bardziej podobne, czym D miało mniejszą wartość. W wyniku przeprowadzenia procedury klasyfikacji wyodrębniono dwie grupy jednoelementowe z województwami: mazowieckim i podkarpackim, jedną grupę czteroelementową z województwami: dolnośląskim, lubuskim, opolskim i śląskim oraz jedną grupę z pozostałymi dziesięcioma województwami. Dla każdej z czterech wyróżnionych klas obliczono średni dochód rozporządzalny *per capita* oraz ustalono wielkość rozrzutu wewnątrz grup. Następnie przeanalizowano rozrzut dochodu między grupami. W drodze zrealizowanego badania wskazano, że w strukturze wariancji obliczonej dla całej przebadanej próby tylko kilka procent stanowi wariancja międzygrupowa, a pozostała część – czyli ponad dziewięćdziesiąt procent – średnia wariancja wewnątrzgrupowa. Pozwoliło to na sformułowanie ostatecznego wniosku, że przeciętne różnice między dochodami gospodarstw domowych znajdujących się wewnątrz zidentyfikowanych grup: A, B, C i D są dużo większe niż różnice między średnimi dochodami gospodarstw należących do różnych grup.

Słowa kluczowe: dochód rozporządzalny na osobę, taksonomia wrocławska, wariancja wewnątrzgrupowa, wariancja międzygrupowa

COMPARISON OF POLISH VOIVODSHIPS ON THE BASIS OF DISTRIBUTIONS OF DISPOSABLE INCOME *PER CAPITA*

Summary

In the article the degree of similarity between distributions of disposable income *per capita* in Polish voivodships was determined. The similarity of distributions was measured by metric D and the more similar two distributions were, the smaller value the statistic D had. The classification procedure that was carried out resulted in forming two one-element groups – with the Mazovian voivodship and the Podkarpackie voivodship – one four-elements group with the Lower Silesian, Lubuskie, Opole, Silesian voivodships and one group with remaining ten voivodships. For each of the four separated classes the average disposable income *per*

capita was calculated and the variability within groups was determined. Then the dispersion of income between groups was analysed. The study indicated that in the structure of variance calculated for the entire statistical sample examined the intergroup variance represents only a few percent, and the rest – that is, more than ninety percent – is the average intragroup variance. This allowed to formulate the final conclusion that the average differences in income between households belonging to identified groups A, B, C and D are much larger than the differences between the average values of income of households belonging to different groups.

Key words: disposable income *per capita*, Wrocław taxonomy, intergroup variance, intragroup variance

JEL: C46, D12

1. Wstęp

Rozwarstwienie dochodowe jest jednym z najistotniejszych wymiarów nierówności ekonomicznych obserwowanych w społeczeństwie. Poziom dochodu uznaje się bowiem za najważniejszy wyznacznik statusu społecznego. Dochód rzutuje na aktywność ludzi w niemal wszystkich sferach życia – od kształtowania warunków materialnych, poprzez: dostęp do służby zdrowia, zapewnienie odpowiedniego wykształcenia, uczestnictwo w kulturze, dostęp do zdobyczy techniki, a także do władzy. Toteż poziom dochodu oddziałuje nie tylko na rozmiary realizowanej konsumpcji, ale również przesądza o stopniu zaspokojenia wielu innych potrzeb, w tym potrzeb pozaekonomicznych [Leszczyńska, 2014, s. 410]. Można nawet pokusić się o stwierdzenie, że wielkość dochodu, mając wpływ na realizację szerokiej wiązki celów materialnych i niematerialnych, jest główną determinantą poczucia zadowolenia z ogólnej jakości życia człowieka [Bał, 2012, s. 252].

Bezspornie więc dochód jest zasadniczą zmienną różnicującą jakość życia Polaków. Dochód rozporządzalny na osobę definiuje się jako sumę bieżących dochodów gospodarstwa domowego z poszczególnych źródeł pomniejszoną o: zaliczki na podatek dochodowy od osób fizycznych płacone przez płatnika w imieniu podatnika, podatki od dochodów z własności, podatki płacone przez osoby pracujące na własny rachunek oraz składki na ubezpieczenia społeczne i zdrowotne. W skład dochodu rozporządzalnego wchodzi dochody pieniężne i niepieniężne, w tym spożycie naturalne (towary i usługi konsumpcyjne pobrane na potrzeby gospodarstwa domowego z gospodarstwa indywidualnego w rolnictwie bądź prowadzonej działalności gospodarczej na własny rachunek) oraz towary i usługi otrzymane nieodpłatnie. Dochód rozporządzalny jest przeznaczany na wydatki i przyrost oszczędności [Budżety..., 2015, s. 18-19].

Celem niniejszego artykułu jest porównanie i odpowiednie pogrupowanie województw Polski pod względem rozkładu dochodu rozporządzalnego mieszkańców. Osiągnięciu tego celu będzie służyć realizacja poniższych zadań badawczych.

1. Podzielenie województw na cztery grupy (**A**, **B**, **C** i **D**) o podobnym rozkładzie badanej zmiennej, tj.:
 - a) wyznaczenie wartości metryki stanowiącej podstawę podziału województw;
 - b) a następnie wyodrębnienie za pomocą taksonomii wrocławskiej grup województw stosunkowo jednorodnych pod względem rozkładu dochodu rozporządzalnego na mieszkańca.
2. Porównanie średniego dochodu rozporządzalnego na osobę oraz dyspersji tego dochodu w czterech rozpatrywanych grupach.

3. Ustalenie wielkości zróżnicowania międzygrupowego i wewnątrzgrupowego.

Niniejszy artykuł ma charakter badawczy. Wszystkie zawarte w nim obliczenia przeprowadzono na podstawie nieidentyfikowalnych danych jednostkowych z badania budżetów gospodarstw domowych zrealizowanego przez Główny Urząd Statystyczny. Bazę za 2012 rok udostępnił Główny Urząd Statystyczny na podstawie *Umowy nr 20/Z/DI-6-611/632/2013/RM* między Głównym Urzędem Statystycznym a Uniwersytetem Szczecińskim. Wspomniana baza zawiera szczegółowe informacje dotyczące budżetów gospodarstw domowych w Polsce i w 2012 roku objęła 37 427 jednostek statystycznych. Co warto podkreślić, badanie budżetów gospodarstw domowych przez Główny Urząd Statystyczny zrealizowano metodą reprezentacyjną, która dała możliwość uogólnienia uzyskanych wyników na wszystkie gospodarstwa domowe w Polsce [*Budżety...*, 2015, s. 14].

2. Podział województw na grupy podobne pod względem rozkładu dochodu rozporządkalnego na osobę

Dla każdego gospodarstwa domowego ankietowanego przez Główny Urząd Statystyczny w ramach badania budżetów gospodarstw domowych za 2012 rok wyznaczono dochód rozporządkalny przypadający na osobę. Informacje zawarte w bazie danych udostępnionej przez Główny Urząd Statystyczny pozwoliły także na przyporządkowanie poszczególnych gospodarstw do odpowiednich województw. Dzięki temu stało się możliwe wyodrębnienie szesnastu prób statystycznych.

Niech rozpatrywana zmienna oznaczona zostanie przez X . Dystrybuanta $F(X)$ w pełni określa rozkład zmiennej X w populacji. Stąd porównanie rozkładu zmiennej w dwóch populacjach można sprowadzić do porównania wartości dystrybant w tych populacjach i jeżeli dwie populacje mają ten sam rozkład, to wartości ich dystrybant muszą być we wszystkich punktach identyczne. Wynika z tego, że jeśli dwie próby pochodzą z dwóch identycznych populacji, to wartości dystrybant empirycznych (inaczej – doświadczalnych) obliczonych dla tych prób powinny być we wszystkich punktach zbliżone.

Niech próba pobrana z pierwszej populacji liczy n_1 elementów, a z drugiej – n_2 elementów. Wówczas przez $F_{n_1}(x_i)$ i $F_{n_2}(x_i)$ zostaną oznaczone dystrybuanty empiryczne dotyczące odpowiednio pierwszej i drugiej próby. Przedmiotem analizy są wielkości różnic między wartościami tych dystrybant. W celu określenia poszczególnych różnic, wszystkie obserwacje występujące w tych próbach zostały uporządkowane w kolejności niemalejącej. Następnie dla każdej i -tej obserwacji obliczono wartości obu dystrybant empirycznych odpowiednio według wzorów:

$$F_{n_1}(x_i) = \frac{n_{1sk.}(x_i)}{n_1} \quad F_{n_2}(x_i) = \frac{n_{2sk.}(x_i)}{n_2}, \quad (1)$$

gdzie $F_{n_1}(x_i)$ i $F_{n_2}(x_i)$ są wartościami dystrybant ustalonymi na podstawie prób, a $n_{1sk.}(x_i)$ i $n_{2sk.}(x_i)$ oznaczają liczebności skumulowane, liczone odpowiednio dla pierwszej i drugiej próby.

Z kolei, dla każdej wartości empirycznej zmiennej X obliczono różnicę pomiędzy dystrybuantami i wskazano największą wartość bezwzględną różnicy między $F_{n_1}(x_i)$ i $F_{n_2}(x_i)$. Znaną wartość oznaczono przez $D_{1,2}$. Tak więc miara $D_{1,2}$ została zdefiniowana jako:

$$D_{1,2} = \max_{x_i} |F_{n_1}(x_i) - F_{n_2}(x_i)|. \quad (2)$$

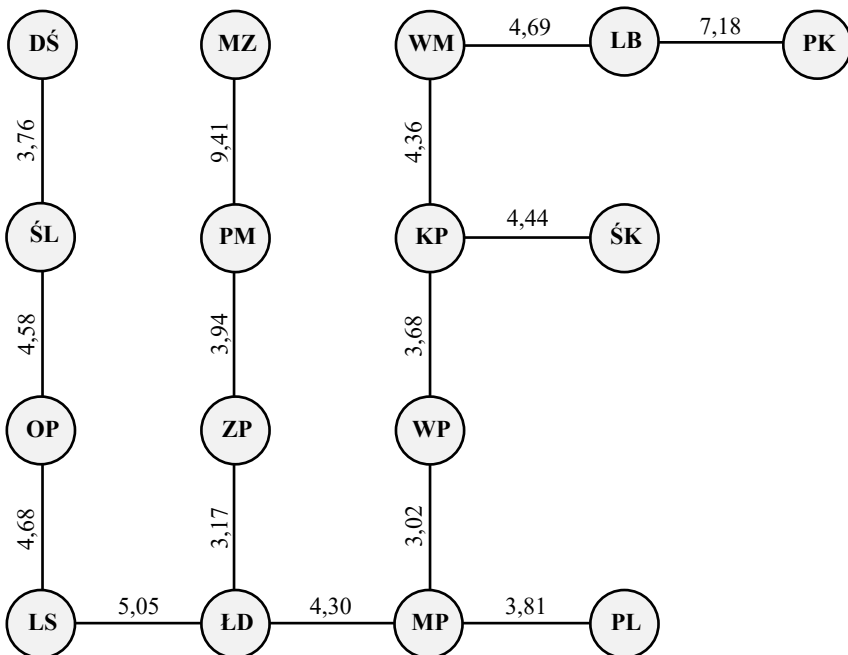
W tabeli 1. przedstawiono uzyskane wartości metryki D . Wyniki podano w punktach procentowych.

Wyznaczonym zadaniem jest podział zbioru szesnastu województw na takie rozłączne i niepuste podzbiory, zwane klasami, aby województwa należące do tych samych klas były pod względem rozkładów jak najbardziej podobne, a województwa należące do różnych klas były jak najmniej podobne. Klasyfikację przeprowadzono na podstawie metryki D . W tym celu wykorzystano taksonomię wrocławską, zwaną także metodą dendrytową (bowiem realizuje się ją w sposób graficzny za pomocą dendrytu).

W każdej kolumnie tabeli 1. pogrubioną czcionką zaznaczono najmniejsze dodatnie wartości D . Realizacja poszczególnych etapów taksonomii wrocławskiej doprowadziła do powstania grafu przedstawionego na rysunku 1. (na rysunku tym województwa – tj. wierzchołki grafu – oznaczono kółkami).

RYSUNEK 1.

Dendryt spójny



Źródło: opracowanie własne na podstawie tabeli 1.

TABELA 1.

Wartości metryki *D* obliczonej dla poszczególnych par województw (w p.p.)

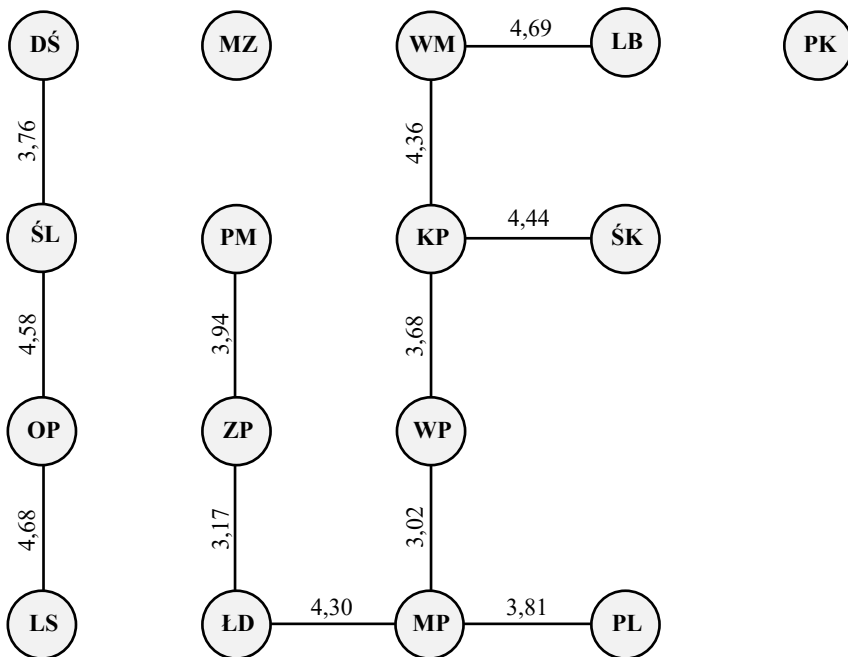
Województwo	DŚ	KP	LB	LS	ŁD	MP	MZ	OP	PK	PL	PM	ŚL	ŚK	WM	WP	ZP
DŚ (dolnośląskie)	0,00	14,56	20,32	7,90	8,86	11,53	11,43	6,07	25,50	11,56	6,33	3,76	15,00	16,36	13,28	7,69
KP (kujawsko-pomorskie)	14,56	0,00	7,84	11,76	8,54	5,69	18,61	12,22	12,85	6,65	10,14	13,59	4,44	4,36	3,68	8,53
LB (lubelskie)	20,32	7,84	0,00	16,39	13,18	9,64	23,61	16,83	7,18	10,65	16,21	18,27	7,06	4,69	7,97	14,28
LS (lubuskie)	7,90	11,76	16,39	0,00	5,05	7,46	17,32	4,68	21,56	7,33	8,54	5,74	10,90	13,82	9,54	5,85
ŁD (łódzkie)	8,86	8,54	13,18	5,05	0,00	4,30	14,07	5,26	17,92	4,45	5,67	6,28	8,70	10,70	6,20	3,17
MP (małopolskie)	11,53	5,69	9,64	7,46	4,30	0,00	17,77	8,43	14,46	3,81	9,36	9,75	4,80	7,99	3,02	6,99
MZ (mazowieckie)	11,43	18,61	23,61	17,32	14,07	17,77	0,00	13,57	29,46	14,92	9,41	12,29	21,55	20,51	17,81	12,62
OP (opolskie)	6,07	12,22	16,83	4,68	5,26	8,43	13,57	0,00	21,94	7,35	5,41	4,58	11,37	14,07	10,67	6,02
PK (podkarpackie)	25,50	12,85	7,18	21,56	17,92	14,46	29,46	21,94	0,00	15,83	21,80	23,06	11,76	9,65	13,42	19,60
PL (podlaskie)	11,56	6,65	10,65	7,33	4,45	3,81	14,92	7,35	15,83	0,00	7,37	8,94	7,02	8,70	4,39	5,31
PM (pomorskie)	6,33	10,14	16,21	8,54	5,67	9,36	9,41	5,41	21,80	7,37	0,00	7,16	13,45	13,16	10,22	3,94
ŚL (śląskie)	3,76	13,59	18,27	5,74	6,28	9,75	12,29	4,58	23,06	8,94	7,16	0,00	13,06	15,25	11,85	6,86
ŚK (świętokrzyskie)	15,00	4,44	7,06	10,90	8,70	4,80	21,55	11,37	11,76	7,02	13,45	13,06	0,00	5,36	4,59	11,47
WM (warmińsko-mazurskie)	16,36	4,36	4,69	13,82	10,70	7,99	20,51	14,07	9,65	8,70	13,16	15,25	5,36	0,00	5,54	10,81
WP (wielkopolskie)	13,28	3,68	7,97	9,54	6,20	3,02	17,81	10,67	13,42	4,39	10,22	11,85	4,59	5,54	0,00	8,08
ZP (zachodniopomorskie)	7,69	8,53	14,28	5,85	3,17	6,99	12,62	6,02	19,60	5,31	3,94	6,86	11,47	10,81	8,08	0,00

Źródło: obliczenia własne na podstawie bazy nieidentyfikowalnych danych jednostkowych z badania budżetów gospodarstw domowych za 2012 rok.

Utworzony w ten sposób graf jest grafem spójnym, zatem trzeba dokonać jego odpowiedniego podzielenia. W przypadku potrzeby pogrupowania województw w dwie względnie jednorodnie klasy, z grafu spójnego należałoby usunąć najdłuższe wiązanie odpowiadające odległości równej 9,41 p.p. Wtedy w jednej grupie znalazłoby się województwo mazowieckie, a w drugiej grupie – pozostałe piętnaście województw. Natomiast gdyby była potrzeba wyodrębnienia trzech grup, należałoby usunąć także wiązanie ilustrujące odległość wynoszącą 7,18 p.p. i w ten sposób powstałaby kolejna jednoelementowa grupa z województwem podkarpackim. Z kolei, gdy celem jest wyznaczenie czterech stosunkowo jednorodnych klas, usunięciu ulega jeszcze wiązanie dla dystansu D opiewającego na 5,05 p.p. Tym samym powstała czteroelementowa grupa z województwami: dolnośląskim, lubuskim, opolskim i śląskim. Pozostałe wiązania, które nie zostały usunięte z grafu spójnego, odnoszą się do odległości D wynoszącej od 3,02 do 4,69 p.p.

RYSUNEK 2.

Podział dendrytu na cztery klasy



Źródło: opracowanie własne na podstawie rysunku 1.

Klasyfikacja powinna wyodrębniać niewiele stosunkowo licznych grup. Nie jest więc zasadne podzielenie szesnastu województw na więcej niż cztery klasy. Decyzję o zaprzestaniu dalszego dzielenia dendrytu spójnego uzasadnia również fakt, iż kolejne odległości znajdujące się na rysunku 2., wynoszące: 4,69 p.p., 4,68 p.p., 4,58 p.p., ...,

3,02 p.p., są stosunkowo niewielkie i mają zbliżony poziom. Różnice między liczbami: 9,41 p.p., 7,18 p.p. oraz 5,05 p.p., które dotyczą usuniętych wiązań, były więc relatywnie duże na tle tych pozostawionych.

Wydaje się jednak, że ostateczny wybór czterech klas – a nie trzech czy dwóch – wymagałby formalnego uzasadnienia. W tym celu oceniono jakość przeprowadzonej klasyfikacji dla wyniku podziału na: dwie, trzy i cztery grupy. Obliczono wartości odpowiednich mierników homogeniczności i heterogeniczności, a następnie – na podstawie uzyskanych wyników – wyznaczono wartości wskaźnika poprawności grupowania.

Wskaźnik poprawności grupowania jest wielkością względną i uzyskuje się go dzięki podzieleniu miernika homogeniczności przez miernik heterogeniczności. Im mniejsza wartość tego ilorazu, tym lepiej, bowiem większa jest jednorodność wyodrębnionych grup województw w porównaniu z podobieństwem występującym między grupami [Panek, 2008, s. 167].

Jako miernik homogeniczności wybrano średnią wartość metryki D obliczoną dla wszystkich par województw należących do tych samych grup [por. Młodak, 2006, s. 78]. Z kolei, za miernik heterogeniczności posłużyła średnia wartość metryki D obliczona dla poszczególnych skupień i województw nienależących do nich [por. Młodak, 2006, s. 79].

W tabeli 2. podano wartości wspomnianych mierników dla podziału zbioru szesnastu województw na: dwie, trzy i cztery grupy.

TABELA 2.

Wartości poszczególnych mierników oceny poprawności grupowania

Mierniki oceny poprawności grupowania	Liczba wyodrębnionych grup		
	dwie	trzy	cztery
Syntetyczny miernik homogeniczności ($M_{ho.}$)	8,685	7,193	5,299
Syntetyczny miernik heterogeniczności ($M_{he.}$)	16,997	17,077	14,799
Wskaźnik poprawności grupowania ($M_{ho.}/M_{he.}$)	0,511	0,421	0,358

Źródło: obliczenia własne na podstawie tabeli 1.

Wartość wskaźnika poprawności grupowania w przypadku wyodrębnienia czterech grup jest większa niż w przypadku wyodrębnienia dwóch czy trzech grup. Oznacza to, że podział na cztery klasy jest podziałem lepszym niż podział na mniejszą liczbę klas. Przy podziale na dwie grupy wartość syntetycznego miernika homogeniczności stanowi ponad połowę wartości miernika heterogeniczności, a dla podziału na cztery grupy $M_{ho.}$ już tylko wynosi około $1/3 M_{he.}$

Ostatecznie w drodze przeprowadzenia taksonomii wrocławskiej utworzono następujące cztery klasy:

- **A:** {województwo mazowieckie};
- **B:** {województwa: dolnośląskie, lubuskie, opolskie, śląskie};
- **C:** {województwa: kujawsko-pomorskie, lubelskie, łódzkie, małopolskie, podlaskie, pomorskie, świętokrzyskie, warmińsko-mazurskie, wielkopolskie, zachodniopomorskie};
- **D:** {województwo podkarpackie}.

3. Metody wykorzystywane przez innych badaczy problemu nierówności społecznych w Polsce i na świecie

Liczba prac poświęconych analizie dochodów różnych grup społeczeństwa jest dość pokaźna. Niestety, w zdecydowanej większości ogranicza się ona do obliczenia najprostszych charakterystyk opisowych. Tymczasem aparat statystyki opisowej zdecydowanie nie jest narzędziem wystarczającym do przeprowadzenia klasyfikacji rozkładów [Szulc, 2007, s. 161].

Autorki niniejszego artykułu przeprowadziły bardzo szerokie badania literaturowe w celu znalezienia właściwej statystyki pozwalającej na określenie podobieństwa rozkładów, a następnie – na podstawie wartości tej statystyki – dokonanie grupowania rozkładów.

Faktem jest, że w teorii ekonomii istnieje wiele mierników umożliwiających ocenę rozmiarów nierówności występujących między wyodrębnionymi grupami gospodarstw domowych. Mierniki te nie opisują jednak wszystkich różnic w rozkładach porównywanych grup, a bazują jedynie na jakiejś jednej syntetycznej wielkości stanowiącej podstawę porównań. Przykładem takiego miernika nierówności jest współczynnik Theila, zgodnie z którym odmiennosc rozkładów opiera się wyłącznie na różnicy w wartościach średnich dla grup. Międzygrupowy współczynnik Theila oblicza się bowiem ze wzoru [Panek 2011, s. 74]:

$$T_{1,2} = w_1 \cdot \ln\left(\frac{\bar{x}_1}{\bar{x}}\right) + w_2 \cdot \ln\left(\frac{\bar{x}_2}{\bar{x}}\right), \quad (3)$$

gdzie \bar{x}_1 i \bar{x}_2 to wartości średnie odpowiednio w grupie pierwszej i drugiej, \bar{x} to średnia dla zbiorowości utworzonej z połączenia tych grup, natomiast w_1 i w_2 to stosunek sumy wartości rozpatrywanej zmiennej w poszczególnych grupach do sumy wartości tej zmiennej w zbiorowości utworzonej z połączenia dwóch grup.

Autorki niniejszego artykułu twierdzą zatem, że współczynnik Theila nie jest dobrym narzędziem do dokonywania podziału rozkładów na względnie jednorodne klasy. Z tego samego powodu do klasyfikacji rozkładów nie można wykorzystać wariancji międzygrupowej czy międzygrupowego współczynnika zmienności [Domański i in. 2012, s. 137-138], ponieważ mierniki te – tak jak współczynnik Theila – ujmuje jedynie różnice występujące między średnimi wartościami dla poszczególnych rozkładów. Natomiast zadaniem wyznaczonym w artykule jest wykrycie wszystkich rodzajów występujących różnic – czyli dotyczących rodzaju rozkładu oraz wartości jego poszczególnych parametrów. Jeśli więc obserwacje w dwóch porównywanych ze sobą zbiorowościach mają inny typ rozkładu, to nawet przy tych samych wartościach średnich powinno się je uznać za rozkłady niepodobne. Tak samo, jeżeli dwie porównywane ze sobą zbiorowości mają taki sam typ rozkładu i taką samą średnią, ale posiadają inne wartości pozostałych parametrów (np. zróżnicowania i/lub asymetrii), to nie mogą być uznane za rozkłady podobne.

Warto więc z całą mocą zaznaczyć, że spożytkowana w niniejszym artykule metodyka, w odróżnieniu od metod prezentowanych przez innych autorów, umożliwia grupowanie na podstawie kształtowania się całych rozkładów, a zatem bierze pod uwagę wszys-

tkie istniejące różnice w wartościach analizowanej zmiennej. Skoro celem grupowania ma być podział na względnie jednorodny klasy, to wydaje się, że ten tutaj sposób – przedstawiający podejście całościowe – w najwyższym stopniu pozwala ten cel osiągnąć. Zaproponowana metodyka badawcza jest innowacyjna i ma bardzo duży walor aplikacyjny.

Trzeba podkreślić, że problematyką wykorzystania analizy taksonomicznej do grupowania gospodarstw domowych i na tej podstawie określania skali nierówności społecznych zajmowali się już inni badacze, przykładowo Esteban i Ray. W swojej pracy [Esteban, Ray, 1994] napisali, że podział rozkładów musi spełniać następujące trzy warunki: 1) musi istnieć wysoki stopień homogeniczności wewnątrz każdej grupy, 2) musi istnieć wysoki stopień heterogeniczności między grupami, 3) musi istnieć niewiele stosunkowo licznych grup. Jednak klasyfikacji dokonywali oni nie na podstawie całych rozkładów, lecz na podstawie wybranych parametrów tych rozkładów [Kot, 2008, s. 21]. Tak Esteban z Rayem, jak i inni badacze nierówności społecznych postulowali, aby przy dokonywaniu podziału dwa rozkłady należące do tej samej grupy były jak najbardziej do siebie podobne, a należące z różnych grup – jak najmniej do siebie podobne. Nie podali natomiast żadnej metryki pozwalającej właśnie tak te rozkłady podzielić.

Autorki przeanalizowały dorobek szeregu badaczy zajmujących się teorią klasyfikacji [Florek i in. 1951; Chomątowski, Sokołowski, 1978; Bartosiewicz, 1984; Strahl, 1987; Brandt, 1999; Walesiak, 2004; Decker, Lenz, 2007; Jajuga, Walesiak, 2007] oraz aplikacyjnością tych teorii w analizie zjawisk i procesów społeczno-ekonomicznych [Hellwig, 1968; Pluta, 1977; Podolec, Zając, 1978; Wydymus, 1984; Pocięcha, 1986; Pocięcha i in. 1988; Nowak, 1989; Kruszcza, 1989; Malina, Zeliaś, 1998; Grabiński in. 1989; Zeliaś, 2000; Zajączkowski, 2004; Słaby, 2006]. Do rozwiązania postawionego w artykule problemu badawczego rozważały wykorzystanie taksonomii struktur, które to narzędzie w 1978 roku opracowali Chomątowski i Sokołowski. Użycie taksonomii struktur wymagałoby jednak przekształcenia udostępnionych przez Główny Urząd Statystyczny szeregów szczegółowych w szeregi rozdzielcze przedziałowe. Spowodowałoby to utratę dużej ilości informacji o danych pierwotnych, co wydaje się zbyt daleko idącym kompromisem. Autorki artykułu chciały bowiem spożytkować wszystkie informacje dostępne w szeregach wycieczających i nie stosować uproszczeń, które wpłynęłyby na wyniki końcowe przeprowadzanej analizy. Zastosowana w niniejszej pracy statystyka D spełnia warunek możliwości obliczania jej na podstawie szeregów szczegółowych, stąd autorki postanowiły wykorzystać ją w nowatorski sposób jako miarę, na podstawie której zostanie przeprowadzony podział rozkładów.

4. Porównanie rozkładu badanej zmiennej w grupach: A, B, C i D

Tabele: 3. i 4. prezentują informacje na temat kształtowania się dochodu rozporządzalnego *per capita* w przebadanej próbie gospodarstw domowych, tj.:

- z województwa mazowieckiego;
- z województw: dolnośląskiego, lubuskiego, opolskiego i śląskiego;
- z województw: kujawsko-pomorskiego, lubelskiego, łódzkiego, małopolskiego, podlaskiego, pomorskiego, świętokrzyskiego, warmińsko-mazurskiego, wielkopolskiego i zachodniopomorskiego;
- z województwa podkarpackiego.

TABELA 3.

**Procentowy rozkład dochodów w każdej z czterech wyodrębnionych grup
(podane procenty dotyczą odsetków gospodarstw domowych)**

Przedziały zmienności dla miesięcznych dochodów rozporządzalnych na osobę	Grupa A {MZ}	Grupa B {DŚ, LS, OP, ŚL}	Grupa C {KP, LB, ŁD, MP, PL, PM, ŚK, WM, WP, ZP}	Grupa D {PK}
do 500 zł/os.	6,69%	5,38%	9,05%	11,52%
(500 zł/os.; 750 zł/os.)	8,41%	10,78%	13,23%	18,42%
(750 zł/os.; 1 000 zł/os.)	12,30%	14,45%	17,07%	20,39%
(1 000 zł/os.; 1 250 zł/os.)	12,33%	16,30%	15,91%	17,75%
(1 250 zł/os.; 1 500 zł/os.)	11,19%	16,08%	13,49%	13,54%
(1 500 zł/os.; 1 750 zł/os.)	9,69%	11,15%	9,79%	7,16%
(1 750 zł/os.; 2 000 zł/os.)	7,67%	8,49%	6,68%	4,20%
(2 000 zł/os.; 2 250 zł/os.)	6,49%	5,34%	4,21%	2,49%
(2 250 zł/os.; 2 500 zł/os.)	4,32%	3,69%	2,79%	1,25%
(2 500 zł/os.; 2 750 zł/os.)	3,69%	2,24%	2,01%	1,04%
(2 750 zł/os.; 3 000 zł/os.)	3,02%	1,51%	1,42%	0,47%
(3 000 zł/os.; 3 250 zł/os.)	2,03%	1,02%	1,02%	0,31%
(3 250 zł/os.; 3 500 zł/os.)	1,72%	0,79%	0,72%	0,36%
(3 500 zł/os.; 3 750 zł/os.)	1,41%	0,54%	0,42%	0,42%
(3 750 zł/os.; 4 000 zł/os.)	1,19%	0,47%	0,49%	0,26%
powyżej 4 000 zł/os.	7,85%	1,78%	1,69%	0,42%
Suma:	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Źródło: jak w tabeli 1.

TABELA 4.

**Procentowy rozkład dochodów w każdej z czterech wyodrębnionych grup
(podane procenty dotyczą odsetków osób)**

Przedziały zmienności dla miesięcznych dochodów rozporządzalnych na osobę	Grupa A {MZ}	Grupa B {DŚ, LS, OP, ŚL}	Grupa C {KP, LB, ŁD, MP, PL, PM, ŚK, WM, WP, ZP}	Grupa D {PK}
do 500 zł/os.	9,37%	7,59%	13,14%	16,29%
(500 zł/os.; 750 zł/os.)	11,60%	14,32%	17,41%	24,85%
(750 zł/os.; 1 000 zł/os.)	14,72%	17,43%	18,39%	21,14%
(1 000 zł/os.; 1 250 zł/os.)	13,00%	16,79%	15,23%	15,14%
(1 250 zł/os.; 1 500 zł/os.)	10,86%	14,49%	11,53%	10,65%
(1 500 zł/os.; 1 750 zł/os.)	8,62%	9,52%	8,07%	4,97%
(1 750 zł/os.; 2 000 zł/os.)	6,62%	6,88%	5,24%	2,75%
(2 000 zł/os.; 2 250 zł/os.)	5,40%	4,27%	3,21%	1,55%
(2 250 zł/os.; 2 500 zł/os.)	3,50%	2,81%	2,10%	0,73%
(2 500 zł/os.; 2 750 zł/os.)	3,14%	1,61%	1,44%	0,63%
(2 750 zł/os.; 3 000 zł/os.)	2,40%	1,06%	1,03%	0,25%
(3 000 zł/os.; 3 250 zł/os.)	1,68%	0,72%	0,72%	0,17%
(3 250 zł/os.; 3 500 zł/os.)	1,34%	0,54%	0,53%	0,17%
(3 500 zł/os.; 3 750 zł/os.)	1,09%	0,46%	0,37%	0,22%
(3 750 zł/os.; 4 000 zł/os.)	0,94%	0,33%	0,37%	0,15%
powyżej 4 000 zł/os.	5,72%	1,18%	1,22%	0,35%
Suma:	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Źródło: jak w tabeli 1.

Dane zawarte w tabelach: 3. i 4. skłaniają do kilku ważkich refleksji. Otóż w przebadanej próbie tylko 27,40% gospodarstw domowych z województwa mazowieckiego (oraz 35,69% osób należących do gospodarstw domowych z tego województwa) ma miesięczny dochód rozporządzalny na osobę wynoszący do 1 000 zł/os. Z kolei, dla województw z grupy **B** jest to 30,61% gospodarstw domowych (i 39,34% osób), a dla województw z grupy **C** – 39,36% gospodarstw (oraz 48,94% osób). Natomiast dla województwa podkarpackiego jest to już ponad połowa gospodarstw (i aż 62,28% osób). Jednocześnie warto zwrócić uwagę na fakt, iż co 3. gospodarstwo domowe z grupy **A** (i co 4. osoba) osiąga miesięczne dochody przekraczające 2 000 zł/os., podczas gdy taka skala dochodów dotyczy tylko co 6. gospodarstwa z grupy **B** (w przeliczeniu na osoby daje to co 8. osobę) oraz co 7. gospodarstwa z grupy **C** (w przeliczeniu na osoby daje to co 9. osobę). Tymczasem dochód opiewający na kwotę, wynoszącą co najmniej 2 000 zł miesięcznie, obejmuje co 14. gospodarstwo domowe z grupy **D** (oraz prawie co 24. osobę należącą do tej grupy). Uderzające mogą być również różnice w przypadku analizowania dochodów rozporządzalnych na osobę na poziomie przekraczającym 3 000 zł miesięcznie. Zgodnie z obliczeniami przeprowadzonymi w tabelach: 2. i 3., dochód wynoszący ponad 3 000 zł/os. ma co 7. gospodarstwo domowe z grupy **A**, ale tylko co 22. gospodarstwo z grupy **B** oraz co 23. gospodarstwo z grupy **C**. Jednak w województwie podkarpackim miesięczny dochód na osobę, wynoszący ponad 3 000 zł/os., dotyczy jedynie co 57. gospodarstwa domowego i co 95. osoby.

W porównaniu rozkładów dochodu rozporządzalnego na osobę w czterech klasach wyodrębnionych w ramach pierwszego zadania badawczego będzie także pomocna analiza tendencji centralnej, która zostanie przeprowadzona za pomocą średniej arytmetycznej (\bar{x}). Wykonane obliczenia doprowadziły do następujących wyników: grupa **A** – 1 676,14 zł/os.; grupa **B** – 1 313,54 zł/os.; grupa **C** – 1 191,62 zł/os.; grupa **D** – 967,77 zł/os. Na podstawie uzyskanych liczb można stwierdzić, że w zbadanej próbie gospodarstw domowych średni dochód rozporządzalny na osobę w województwie mazowieckim w 2012 roku był o 28% wyższy niż w grupie **B**, o 41% wyższy niż w grupie **C** oraz o 73% wyższy niż w województwie podkarpackim.

Oczywiście wartość średnia nie wyczerpuje informacji o rozkładzie badanej cechy. Stąd w celu lepszego poznania struktury badanego zjawiska równocześnie zostanie przeanalizowana dyspersja.

Odchylenie standardowe dotyczące zmiennej X będzie oznaczone symbolem $S(x)$. Odchylenie standardowe jest bezwzględną miarą zróżnicowania i jest wyrażone w jednostkach badanej cechy statystycznej. Na podstawie wartości średniej arytmetycznej \bar{x} i odchylenia standardowego $S(x)$ zostanie obliczony współczynnik zmienności $V(x)$. Współczynnik zmienności jest względną miarą zróżnicowania i w celu ułatwienia interpretacji przedstawia się go w procentach. Znajomość średniej i odchylenia standardowego pozwoli zarazem ustalić tzw. typowy obszar zmienności. Określa go poniższy wzór:

$$\bar{x} - S(x) < x_{bp.} < \bar{x} + S(x). \quad (4)$$

Wartości odchyień standardowych, współczynników zmienności oraz dolnych i górnych granic typowych obszarów zmienności otrzymanych dla grup: **A**, **B**, **C**, **D** zaprezentowano w tabeli 5.

TABELA 5.
Odchylenia standardowe, współczynniki zmienności oraz granice typowych obszarów zmienności dla poszczególnych grup

Wyszczególnienie	Grupa A {MZ}	Grupa B {DŚ, LS, OP, ŚL}	Grupa C {KP, LB, ŁD, MP, PL, PM, ŚK, WM, WP, ZP}	Grupa D {PK}
Odchylenie standardowe (w zł)	1 869,05	1 020,87	953,24	574,44
Współczynnik zmienności (w %)	111,5	77,7	80,0	59,4
Dolna granica typowego obszaru zmienności (w zł)	-192,91	292,67	238,38	393,32
Górna granica typowego obszaru zmienności (w zł)	3 545,18	2 334,41	2 144,86	1 542,21
Odsetek mieszkańców, którzy znaleźli się w typowym obszarze zmienności (w %)	91,5	90,6	88,4	82,0

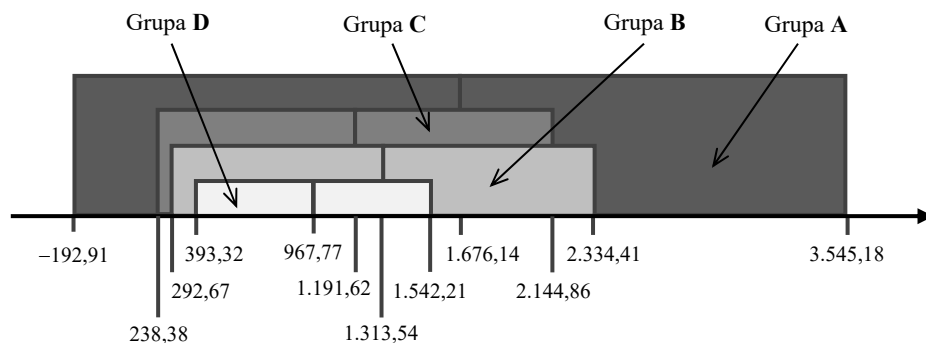
Źródło: jak w tabeli 1.

Analiza danych zamieszczonych w tabeli 5. pozwala na stwierdzenie, iż gospodarstwa domowe w województwie mazowieckim charakteryzowały się największym zróżnicowaniem pod względem dochodu rozporządzalnego na osobę. W przebadanej próbie dochód mieszkańca województwa mazowieckiego w 2012 roku różnił się przeciętnie od wartości średniej aż o 1 869,05 zł, podczas gdy w grupie **B** było to 1 020,87 zł; w grupie **C** – 953,24 zł, a w województwie podkarpackim – 574,44 zł. Współczynnik zmienności, będący względną miarą rozrzutu, miał w województwie mazowieckim także dużo większą wartość niż ten obliczony dla grup: **B**, **C** i **D**. Tak duże rozproszenie wyników obserwacji w grupie **A** spowodowało nawet, że dolna granica typowego obszaru zmienności miała tutaj wartość ujemną. Natomiast w pozostałych trzech grupach, pomimo iż średnia była niższa niż w grupie **A**, to dolne granice typowych obszarów zmienności zbudowanych dla tych klas były dodatnie. Wynika to w oczywisty sposób z tego, że grupa **A**, mając średnią o 28% (41%, 73%) większą niż grupa **B** (**C**, **D**), równocześnie miała odchylenie standardowe większe aż o 83% (96%, 225%).

Na rysunku 3. zobrazowano na osi dochodu położenie względem siebie poszczególnych średnich. Pokazano również, jak duża jest rozpiętość typowych obszarów zmienności w przypadku każdej ze zidentyfikowanych grup.

RYSUNEK 3.

Wartości średnie oraz granice typowych obszarów zmienności dla dochodu rozporządzalnego na osobę w przypadku grup: A, B, C i D



Źródło: opracowanie własne na podstawie tabeli 5.

Faktem jest, że w przebadanej próbie średni dochód rozporządzalny na osobę w województwie mazowieckim był wyższy niż w pozostałych województwach Polski. Czy oznacza to jednak, że dla każdego Polaka perspektywa zamieszkania w obrębie tego województwa powinna być kusząca? Otóż zdecydowanie nie, ponieważ – jak dowodzą wyniki obliczeń umieszczone w tabeli 4. i zilustrowane na rysunku 3. – wyższy średni poziom dochodu w tym regionie był niejako „przyplacony” niewspółmiernie większą dyspersją. Rozrzut wewnątrz tej klasy był bowiem tak duży, że za typowe gospodarstwa domowe z grupy **A** w 2012 roku uważano takie, które miały dochód na osobę na poziomie przekraczającym 3,5 tys. zł i jednocześnie za typowe gospodarstwa domowe z grupy **A** uchodziły takie, które miały dochód ujemny. Skłania to do refleksji, że w Polsce najzamożniejszy region kraju charakteryzuje się zarazem największą zmiennością dochodów ludności, a najbiedniejszy region (czyli ten oznaczony w niniejszym artykule przez **D**) jest zamieszkiwany przez ludność o najmniejszych różnicach w dochodzie, a wniosek taki można wysnuć bez względu na to, czy ocenie podlegają różnice bezwzględne, czy względne.

5. Rozproszenie dochodu rozporządzalnego na osobę wewnątrz grup a rozproszenie między grupami

Trzecim i zarazem ostatnim wyznaczonym zadaniem badawczym jest analiza zróżnicowania międzygrupowego, dzięki której zostanie określone, jak duże są przeciętne różnice między obserwacjami pochodzącymi z poszczególnych grup. Aby oszacować wielkość tego rozrzutu, zostanie obliczona wariancja międzygrupowa. W celu porównania dyspersji wewnątrz rozpatrywanych czterech grup, na które podzielono badaną zbiorowość ze zróżnicowaniem pomiędzy tymi grupami, także będzie konieczne obliczenie średniej wariancji wewnątrzgrupowej. Następnie zostaną określone udziały warian-

cji międzygrupowej i wewnątrzgrupowej w wariancji ogółem. Wariancja ma bowiem pewną własność istotną ze względu na cel niniejszego artykułu. Otóż suma wariancji międzygrupowej i średniej wariancji wewnątrzgrupowej jest zawsze równa wariancji ogólnej obliczonej dla całej badanej zbiorowości statystycznej. Własność tę można przedstawić za pomocą następującego wzoru:

$$S^2(x) = S^2(\bar{x}_i) + \overline{S^2(x_i)}, \quad (5)$$

gdzie:

$S^2(x)$ – wariancja obliczona dla całej badanej zbiorowości statystycznej składającej się z czterech grup;

\bar{x}_i – średnia arytmetyczna wyznaczona dla i -tej grupy;

$S^2(\bar{x}_i)$ – wariancja międzygrupowa;

$S^2(x_i)$ – wariancja wewnątrzgrupowa obliczona dla i -tej grupy;

$\overline{S^2(x_i)}$ – średnia wariancja wewnątrzgrupowa.

Skoro wariancja ogółem $S^2(x)$ jest sumą dwóch składników, to dzieląc każdy z tych składników przez $S^2(x)$, można obliczyć udziały składnika $S^2(\bar{x}_i)$ i składnika $\overline{S^2(x_i)}$

w kształtowaniu się sumy. Toteż ilorz $\frac{S^2(\bar{x}_i)}{S^2(x)}$ jest udziałem wariancji międzygrupowej

w wariancji ogółem, a ilorz $\frac{\overline{S^2(x_i)}}{S^2(x)}$ jest udziałem wariancji wewnątrzgrupowej w wariancji ogółem.

Wyniki uzyskane dzięki realizacji trzeciego zadania badawczego zebrano w tabeli 6.

TABELA 6.

Porównanie zróżnicowania międzygrupowego i wewnątrzgrupowego

Wyszczególnienie	Wartość międzygrupowa	Średnia wartość wewnątrzgrupowa	Wartość ogółem (dla czterech grup łącznie)
Wariancja (w zł ²)	32 535,39	1 275 416,74	1 307 952,13
Struktura wariancji ogółem (w %)	2,5	97,5	100

Źródło: jak w tabeli 1.

Porównanie wartości wariancji międzygrupowej ze średnią wartością wariancji wewnątrzgrupowej pozwala skonstatować, że rozrzut wyników wewnątrz grup znacznie przewyższa rozrzut wyników pomiędzy grupami. Dodatkową informację na temat znaczenia wariancji międzygrupowej i wariancji wewnątrzgrupowej dla kształtowania się wariancji ogółem dają liczby umieszczone w ostatnim wierszu tabeli 6. Wykazano, że średnia wariancja wewnątrzgrupowa stanowi aż 97,5% wariancji całkowitej, a udział wari-

cji międzygrupowej to pozostałe 2,5%. Toteż nie ulega wątpliwości, że przeciętne rozbieżności między poziomami dochodu rozporządzalnego na osobę gospodarstw domowych należących do tej samej grupy należy uznać za bardzo duże na tle takich rozbieżności między średnimi dla gospodarstw domowych z różnych grup.

Podsumowując powyższy wywód, trzeba stwierdzić, że zaproponowany w niniejszym artykule podział terytorialny na Polskę: **A**, **B**, **C** i **D** jest podziałem dobrym, ale nie jest podziałem ostatecznym, bowiem nie pozwala jeszcze na przedstawienie pełnego obrazu zróżnicowania polskich gospodarstw domowych pod względem dochodu rozporządzalnego na osobę. Stąd należałoby zastanowić się nad doбором dodatkowego poziomu podziału, co stało się przyczynkiem do dalszych badań autorek.

6. Podsumowanie

Przedmiotem badania w niniejszym artykule było podobieństwo rozkładu dochodu rozporządzalnego na osobę w poszczególnych województwach Polski. Województwa pogrupowano w cztery klasy o najbardziej zbliżonych do siebie rozkładach. Grupowania tego dokonano na podstawie wartości statystyki D obliczonej dla każdej pary województw. Jako metodę klasyfikacji wykorzystano metodę dendrytową. W efekcie zastosowanej procedury klasyfikacyjnej uzyskano dwie grupy jednoelementowe z województwami: mazowieckim i podkarpackim; jedną grupę czteroelementową z województwami: dolnośląskim, lubuskim, opolskim i śląskim oraz jedną grupę obejmującą pozostałe dziesięć województw. Okazało się więc, że województwo mazowieckie i województwo podkarpackie mają na tyle różne rozkłady, iż nie można ich uznać za podobne ani do siebie nawzajem, ani do jakiegokolwiek innego województwa. Z kolei, województwa umieszczone w grupie **B** (w grupie **C**) były pod względem rozkładu dochodu zbliżone do siebie w stopniu wystarczającym, aby umieścić je w jednej klasie (tj. w czteroelementowej klasie **B** oraz w dziesięcioelementowej klasie **C**).

W województwie mazowieckim poziom średniego dochodu rozporządzalnego na osobę był w badanej próbie znacznie wyższy niż w innych częściach Polski, ale równocześnie ludność tego regionu charakteryzowała się najmniejszą jednorodnością. Natomiast w województwie podkarpackim średni dochód na tle pozostałych województw był zdecydowanie najniższy, lecz zarazem występujące nierówności były najmniejsze.

Realizacja ostatniego zadania w ramach badań przeprowadzonych w niniejszym artykule pozwoliła na ustalenie, że – pod względem dochodu rozporządzalnego na osobę – gospodarstwa domowe w Polsce cechują się dużo większym zróżnicowaniem wewnątrz wyznaczonych grup niż między tymi grupami. Wariancja międzygrupowa stanowiła bowiem jedynie kilka procent wariancji ogółem. Bez wątpienia na kształtowanie się dochodu rozporządzalnego na osobę w gospodarstwie domowym ma wpływ wiele innych czynników ważniejszych niż fakt, że gospodarstwo to jest zlokalizowane w danym województwie.

Wkład autorów w powstanie publikacji:

dr Anna Turczak – opracowanie koncepcji, treść teoretyczna artykułu, zastosowane metody badawcze, przeprowadzenie badań, analiza i interpretacja wyników – 50%

dr Patrycja Zwiech – opracowanie koncepcji, treść teoretyczna artykułu, zastosowane metody badawcze, przeprowadzenie badań, analiza i interpretacja wyników – 50%

Literatura

- Advances in data analysis*, 2007, R. Decker, H.J. Lenz (red.), Wydawnictwo Springer, Berlin.
- Bal I., 2012, *Marginalizacja i wykluczenie społeczne jako bariera rozwoju regionalnego*, „Nierówności społeczne a wzrost gospodarczy”, nr 28.
- Bartosiewicz S., 1984, *Zmienne syntetyczne w modelowaniu ekonometrycznym*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu, Wrocław.
- Brandt S., 1999, *Analiza danych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Budżety gospodarstw domowych 2014, 2015*, Główny Urząd Statystyczny, Warszawa.
- Chomański S., Sokołowski A., 1978, *Taksonomia struktur*, „Przegląd Statystyczny”, r. XXV, nr 2.
- Esteban J., Ray D., 1994, *On the measurement of polarization*, „Econometrica”, vol. 62, no. 4.
- Florek K., Łukaszewicz J., Perkal J., Steinhaus H., Zubrzycki S., 1951, *Taksonomia wrocławska*, „Przegląd Antropologiczny”, vol. 17.
- Grabiński T., Wydymus S., Zeliaś A., 1989, *Metody taksonomii numerycznej w modelowaniu zjawisk społeczno-gospodarczych*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
- Hellwig Z., 1968, *Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom ich rozwoju oraz zasoby i strukturę wykwalifikowanych kadr*, „Przegląd Statystyczny”, nr 4.
- Kot S. M., 2008, *Polaryzacja ekonomiczna. Teoria i zastosowanie*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Kruszka K., 1989, *Miary podobieństwa struktury obiektów społeczno-ekonomicznych (studium porównawcze)*, Zeszyty Naukowe, Seria I, z. 159, Prace Instytutu Cybernetyki Ekonomicznej, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań.
- Leszczyńska M., 2014, *Ocena społecznego zrównoważenia rozwoju w Polsce według kryterium dynamiki dochodów gospodarstw domowych*, „Nierówności społeczne a wzrost gospodarczy”, nr 37.
- Malina A., Zeliaś A., 1998, *On building taxonomic measures on living conditions*, „Statistics in Transition”, vol. 3, no. 3.
- Młodak A., 2006, *Analiza taksonomiczna w statystyce regionalnej*, Wydawnictwo Difin, Warszawa.
- Nowak E., 1989, *Metody taksonomiczne w klasyfikacji obiektów społeczno-ekonomicznych*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.

- Panek T., 2008, *Statystyczne metody wielowymiarowej analizy porównawczej*, Oficyna Wydawnicza Szkoły Głównej Handlowej w Warszawie, Warszawa.
- Panek T., 2011, *Ubóstwo, wykluczenie społeczne i nierówności. Teoria i praktyka pomiaru*, Oficyna Wydawnicza Szkoły Głównej Handlowej w Warszawie, Warszawa.
- Pluta W., 1977, *Wielowymiarowa analiza porównawcza w badaniach ekonomicznych*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Pociecha J., 1986, *Statystyczne metody segmentacji rynku*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków.
- Pociecha J., Podolec B., Sokolowski A., Zając K., 1988, *Metody taksonomiczne w badaniach społeczno-ekonomicznych*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
- Podolec B., Zając K., 1978, *Ekonometryczne metody ustalania rejonów konsumpcyjnych*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Sawiński Z., 2012, *Ocena rozmiarów nierówności*, [w:] *Metodologia badań nad stratyfikacją społeczną*, H. Domański, Z. Karpiński, A. Pokropek, D. Przybysz, Z. Sawiński, K.M. Słomczyński, R. Trzciniński (red.), Wydawnictwo SCHOLAR, Warszawa.
- Slaby T., 2006, *Konsumpcja. Eseje statystyczne*, Wydawnictwo Difin, Warszawa.
- Strahl D., 1987, *Dyskryminacja struktur*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu, Wrocław.
- Szulc A., 2007, *Dochód i konsumpcja*, [w:] *Statystyka społeczna*, T. Panek (red.), Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Taksonomia 14. Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania*, 2007, K. Jajuga, M. Walesiak (red.), Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu, Wrocław.
- Taksonomiczna analiza przestrzennego zróżnicowania poziomu życia w Polsce w ujęciu dynamicznym*, 2000, A. Zeliaś (red.), Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków.
- Walesiak M., 2004, *Problemy decyzyjne w procesie klasyfikacji zbioru obiektów*, „Ekonometria”, nr 13, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu, Wrocław.
- Wydymus S., 1984, *Metody wielowymiarowej analizy rozwoju społeczno-gospodarczego*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków.
- Zajączkowski S., 2004, *Wykorzystanie analizy skupień w badaniach struktury wydatków polskich gospodarstw domowych w latach 1998-2002*, „Studia i Prace Kolegium Zarządzania i Finansów SGH”, nr 52.