IDEA — Studia nad strukturą i rozwojem pojęć filozoficznych
I Białystok, 1986

Krystyna KRAUZE-BŁACHOWICZ

ARCHAI. PROBLEM ROZUMIENIA PIERWSZYCH ZASAD W SYSTEMIE EUKLIDESA

1. W jednym z ostatnio powstałych kompendiów wiedzy o logice Leibniza, pióra H. Burkhardta, autor poświęca nieco miejsca pojęciu aksjomatu u Leibniza.[1] Rozważania swoje poprzedza rysem dziejów tego pojęcia, pisząc m.in. tak:[2] „Chociaż wyrażenie to pojawia się u innych, to na próżno szukać by u Euklidesa (323--285) słowa „aksjomat". Zostało ono wprowadzone do geometrii po raz pierwszy później, prawdopodobnie przez neoplatonika Proklosa z Bizancjum (410-485). Euklides używał zamiast tego dla pewnych aksjomatów wyrażenia **koinai ennoiai**, które odpowiada **communes animi conceptiones**, a więc wspólnym pojęciom. Do tego dochodzą definicje; **horoi**, i postulaty; **aitemata**. Podział nie jest jednak jasny. (...) Powstaje zatem pytanie, **dlaczego Euklides w ogóle — przynajmniej terminologicznie — dokonał rozróżnienia pomiędzy aksjomatami i postulatami** (podkr. moje K. B.), a więc pomiędzy **koinai ennoiai** i **aitemata**, które określają zdania, po części przynajmniej, tego samego rodzaju. Wydaje się, że istnieje pewne historyczne podłoże tego zjawiska, przy pomocy postulatów bowiem zwraca się on przeciwko dogmatowi Eleatów o ruchu, **większość communes animi conceptiones** czy aksjomatów wymierzona jest przeciwko Zenonowym paradoksom równości."

W poniższym tekście pozwolimy sobie przedstawić kilka dotychczasowych prób rozwiązania problemu wspomnianego przez Burkhardta (zdanie podkreślone powyżej). Spróbuję wskazać, a właściwie przypomnieć, że opierają się one na różnych założeniach co do miejsca Euklidesa w historii nauki. Cytowany wstęp Burkhardta przedstawia wnioski pewnych przeciwstawnych założeń zestawiając je w jeden pozornie spójny tekst. Warto będzie zatem po przejrzeniu rozmaitych stanowisk w kwestii pierwszych zasad u Euklidesa między innymi wrócić na krótko do powyższego tekstu i pokazać konsekwencje podobnie pochopnych zestawień.

2. Na wstępie naszych rozważań podajemy wykaz postulatów i wspólnych pojęć (aksjomatów) Euklidesa w tłumaczeniu na język polski:[3]

Postulaty

1. Niech przedmiotem żądania będzie, żeby poprowadzić prostą z dowolnego punktu do dowolnego punktu.
2. I ograniczoną prostą w sposób ciągły przedłużać do prostej
3. I z dowolnego środka dowolną odległością zakreślić koło
4. I żeby wszystkie kąty były równe między sobą
5. I, jeśli prosta padająca na dwie proste tworzy po jednej stronie kąty wewnętrzne [w sumie] mniejsze od dwóch [kątów] prostych, to żeby te [dwie] proste przedłużone w nieskończoność spotkały się po tej stronie, po której są kąty mniejsze od dwóch prostych.

Wspólne pojęcia (aksjomaty)[4]

1. Równe temu samemu są równe sobie nawzajem
2. I jeśli równe dodać do równych, to całości są równe
3. I jeśli od równych odjąć równe, to reszty są równe
4. Pokrywające się nawzajem, są równe
5. I całość jest większa od części.

3.1. Próby wykrycia podstawy klasyfikacji zastosowanej przez Euklidesa przy podziale pierwszych zasad sięgają starożytności. Autorzy większości nowożytnych hipotez w tej kwestii nawiązują do nich otwarcie bądź milcząco. Wspomniane próby starożytne z kolei są z reguły próbami uzgodnienia tekstu Euklidesa z teorią Arystotelesa wyłożoną w „Analitykach wtórych".
Klasyfikację pierwszych zasad, **archai**, jaka wyłania się z lektury Analityk, można przedstawić przy pomocy następującego schematu:[5]

archai (pierwsze zasady)

theseis (tezy) — **axiomata** (aksjomaty)

hypotheseis (hipotezy) — **horisoi** (definicje)

Wymagania stawiane przez Arystotelesa tym samym można naszym zdaniem sprowadzić w świetle wyjaśnień samego Arystotelesa do czterech żądań:[6] 1° większej ogólności pierwszych zasad niż wyprowadzonych z nich wniosków, 2° prawdziwości, 3° niedowodliwości, 4° oczywistości zasad.
3.2. Poszczególne rodzaje pierwszych zasad można scharakteryzować następująco:[7]
3.2.1. **axiomata (koina, koinai archai, koinai doxai)** czyli aksjomaty czy też wspólne pierwsze zasady czy mniemania, to zasady o zstosowaniu szerszym niż wymagałaby tego jedna dziedzina wiedzy. Należą tu zarówno 1° zasady ogólne wspólne dla wszystkich nauk, jak np. zasada niesprzeczności,[8] jak i zasady wspólne dla kilku nauk szczegółowych np. zasady wspólne dla wszelkich nauk **kwantytatywnych.**[9]
3.2.2. **theseis**: tezy, w innym miejscu nazywane **idia**: właściwe czy specyficzne, to pierwsze zasady nauk szczegółowch, wśród nich wyróżniamy: 1° **hypotheseis**: hipotezy — założenia istnienia pewnych przedmiotów (**to einai**), oraz 2° **horismoi**: definicje — czysto nominalne definicje wyjaśniające czym jest podmiot (**ti esti**).[10]
3.2.3. Arystoteles dopuszcza ponadto stosowanie w wykładzie danej nauki zasad dowodliwych — przyjmowanych bez dowodu. Obok pojęcia hipotezy w niewłaściwym sensie (hipoteza „ad hominem")[11] pojawia się pojęcie postulatu: **aitema**, rozumiane dwojako: I. ogólnie jako zasada dowodliwa, lecz przyjęta bez dowodu lub II. jako dowodliwa zasada przyjęta bez dowodu, dla słuchacza wykładu co najmniej nieoczywista, jeśli nie wręcz sprzeczna z jego mniemaniami.[12]

4. Trzy starożytne interpretacje pierwszych zasad Euklidesa znajdujemy w tekście komentarza Proklosa Diadocha do I księgi „Elementów".[13] Dwie z nich zgodnie

z tym, co powiedzieliśmy w punkcie 3. na wstępie nawiązują „explicite" do przytoczonego tu paradygmatu Arystotelesa. W trzeciej Proklos nie przeprowadza paraleli z Arystotelesem, dzisiejsi jednak komentatorzy na takową we wspomnianej interpretacji Proklosa wskazują.[14]

4.1. W jednym z interesujących nas ustępów Proklosa [15] autor dokonuje podziału pierwszych zasad w duchu 10 rozdziału I księgi „Analityk Wtórych". Aksjomaty (bo tyko tą nazwą posługuje się Proklos, jak słusznie przypomniał Burkhard) to analogicznie do **koina** zasady niedowodliwe. Postulaty są zasadami nieoczywistymi, lecz dowodliwymi.[16] Uzasadnienia dla takiej interpretacji pojęcia postulatu można szukać w dziejach postulatu 4. i 5., których nieoczywistość intrygowała już poprzedników Proklosa (Pappos z Aleksandrii IV w.) i skłaniała do szukania dowodu. Przyjęcie tej zasady podziału dla całości zasad Euklidesa wydaje się niemożliwe, gdyż nigdy nie podważano w tamtych czasach oczywistości czy niedowodliwości pierwszych trzech postulatów.[17]

4.2. Druga propozcja, jaką daje Proklos, to propozycja podziału zgodnie z Arystotelesowskim schematem na **koina** i **idia**: zasady wspólne — w tym wypadku naukom kwantytatywnym — i specyficzne dla geometrii. Ponieważ definicje są tu wyłączone, pozostaje podział na **koina** i **hypotheseis**, co sprowadza postulaty do hipotez Arystotelesowskich.[18]

4.3. W innym miejscu Proklos przedstawia sprawę aksjomatów i postulatów jeszcze inaczej, autorstwo tej koncepcji przypisując Geminosowi, matematykowi greckiemu z I w. p.n.e. Aksjomaty i postulaty są tutaj na równi oczywiste i niedowodliwe. Różnica pomiędzy nimi jest analogiczna do tej, która dzieli twierdzenia naukowe i konstrukcję (zadania konstrukcyjne).[19] W twierdzeniu naukowym wyrażony jest pewien związek, mianowicie związek wynikania. Celem konstrukcji natomiast jest wytworzenie pewnego przedmiotu. W konstrukcji zgodnie z określeniem Proklosa „stoi przed nami żądanie" (**prostattometha**) wyprodukowania czy wytworzenia pewnego przedmiotu. Analogia, o której wspomnieliśmy wygląda następująco: w aksjomacie przedstawiamy **łatwy do pojęcia związek**. W postulacie zaś coś, co daje się **łatwo wytworzyć** i nie wymaga skomplikowanych przygotowań czy zabiegów. Przykładem aksjomatu jako zdania wyrażającego pewien związek czy relację może być choćby aksjomat 1., w którym z tego, że dwie wielkości są równe trzeciej, wynika, że są one między sobą równe. Aksjomat taki jest twierdzeniem: niedowodliwym, oczywistym i prostszym niż inne twierdzenia

4.4. Żaden z przytoczonych tutaj podziałów Proklosa nie daje się przyjąć bez zastrzeżeń. W przypadku pierwszym, jak powiedzieliśmy, postulaty 1. do 3. nie pasują do definicji postulatu tak pojętego. Zasadom drugiego podziału nie odpowiada aksjomat 4. jako specyficznie geometryczny. Granicom podziału trzeciego wymyka się postulat 4. i 5. W dalszym ciągu naszego tekstu będziemy mieli okazję zobaczyć, jak współcześnie próbowano interpretować „nie pasujące" zasady, tak by zgadzały się z koncepcją autorów, koncepcją pokrywającą się niejednokrotnie z pomysłami Proklosa.

5. Mając za sobą przegląd propozycji Proklosa możemy przyjrzeć się kilku nowożytnym próbom określenia zasady podziału w obrębie aksjomatów i postulatów Euklidesa. Podejmując ten temat niesposób pominąć uwagi T. Heatha, najkompetentniejszego tłumacza i komentatora Euklidesa, autora historii matemtyki greckiej. Heath twierdzi, że pojęcie tego, co Euklides rozumiał jako aksjomaty, czy wspólne pojęcia najlepiej oddaje teoria Arystotelesa:[20] „Arystotelesowskie rozumienie aksjomatu jako zasady wspólnej wszystkim naukom, która jest oczywista choć niedowodliwa zgadza się wystarczająco z treścią wspólnych pojęć Euklidesa."

Pojęcie postulatu u Euklidesa odpowiada z kolei wg Heatha definicji postulatu u Arystotelesa oznaczonej w naszym tekście jako 3.2.3., II, a w tekście Proklosa interpretacji 4.1., jest to bowiem:[21] „założenie czegoś, co jest właściwą podstawą dowodu bez zgody lub wbrew mniemaniu uczącego się". Świadectwem bezpośredniego wpływu Arystotelesa na tekst Euklidesa są także zdaniem Heatha związki terminologiczne: fakt, że nie ma u Euklidesa nazwy aksjomat, lecz tylko **koinai ennoiai**. Jak widać, Heath uważa nazwę **koinai ennoiai** za używaną przez Euklidesa.[22]

6. Ściślej paraleli pomiędzy pierwszymi zasadami Arystotelesa i u Euklidesa doszukiwał się również H. D. P. Lee.[23] Przyjmuje on stanowisko Heatha w kwestii aksjomatów. Postulaty natomiast zgodnie z jego opinią są paralelne nie tak jak chciał Heath z postulatami opisanymi w 10 rozdz. I ks. „Analityk Wtórych", lecz z hipotezami w sensie technicznym Arystotelesa. Tak jak hipotezy Arystotelesa stanowią one poza aksjomatami i definicjami niezbędne minimum pierwszych zasad koniecznych dla dalszego dedukcyjnego ciągu wykładu. Przynajmniej bowiem pierwsze trzy postulaty zakładają konstruowalność a zatem i istnienie przedmiotów, o których mówią. Są więc w efekcie zdaniami o istnieniu tych przedmiotów, czyli Arystotelesowskimi hipotezami w sensie technicznym.[24]

Cóż zatem stało na przeszkodzie temu, by Euklides używał nazwy hipoteza? Lee widzi w tym właśnie powody, że analogicznie z hipotezami geometrii Arystotelesa[25] są tylko pierwsze trzy postulaty, które są postulatami konstrukcyjnymi. Euklides dodając postulaty 4. i 5., które zdaniem Lee nie spełniają tego wymogu, zmienia charakter tej grupy zasad, trzeciej — niezbędnej — poza aksjomatami i definicjami. Zmienia ten charakter także niepewność co do niedowodliwości postulatu 5. o nierównoległych. Euklides zatem rezygnuje ze zobowiązującej nazwy: „hipoteza" i stosuje nazwę „postulat", która mimo iż pojawia się we wspomnianym miejscu u Arystotelesa w innym znaczeniu, to w ogólności pojawia się u niego tak rzadko, że trudno byłoby jej przypisać stałe techniczne znaczenie. Euklides użył tej nazwy w „Elementach" w jej nie-technicznym znaczeniu: „założenie".

7.1. Jeśli przyjrzeć się aksjomatowi 4., którego oryginalności nie zaprzeczali bynajmniej Heath i Lee,to ich zapewnienie o tym, że koncepcja aksjomatu u Arystotelesa zgadzała się wystarczająco z treścią wspólnych pojęć Euklidesa, można uzupełnić o dopisek: wystarczająco, ale niezupełnie. Aksjomat 4. jest bowiem aksjomatem specyficznie geometrycznym i nie daje sklasyfikować się jako wspólny wszystkim, czy wielu naukom. Nie chcąc zrezygnować z szukania tutaj wpływu Arystotelesa i przyjmując, że aksjomaty oryginalnie przez Euklidesa zostały nazwane **kainai ennoiai**, ciekawą koncepcję wysuwa Ross. Otóż znaczenie słowa **koinai** u Euklidesa nie nawiązuje do technicznego określenia terminu **koinai archai**, jakie wyłania się z lektury „Analityk Wtórych", i jakie przedstawiliśmy w p. 3.2.1. Nazwę **koinai ennoiai** określa Euklides zasady wspólne dla myślenia wszystkich ludzi, mając na uwadze nie całą teorię Arystotelesa, lecz fragment „Metafizyki", gdzie mówi się o **koinai doxai**, mniemaniach wspólnych dla wszystkich ludzi.[26] „Zasady wspólne dla wszystkich ludzi", ta nazwa obejmuje swym zasięgiem zarówno wszystkie aksjomaty wspólne naukom kwantytatywnym, jakimi są pierwsze cztery aksjomaty, jaki specyficznie geometryczny aksjomat 4.

7.2. W przeciwieństwie do swoich poprzedników Ross nie widzi wśród wymienionych explicite pierwszych zasad Euklidesa żadnych, które odpowiadałyby hipotezom Arystotelesa. Wiąże się to oczywiście z tym, jak zinterpretuje się hipotezy Arystotelesa. Jeśli mają to być założenia postulujące dosłownie istnienie przedmiotów odpowiadających fundamentalnym dla danej teorii terminom, to rzeczywiście takich zdań wśród aksjomatów i postulatów Euklidesa nie ma. Ross przyjmuje tu, iż zgodnie zresztą z myślą Arystotelesa Euklides być może milcząco przyjmuje cały szereg tego rodzaju założeń i tylko takie Ross jest gotów utożsamiać z **hipotezami** Arystotelesa. I chociaż tak jak jego poprzednikom oczywistym wydaje mu się nie tylko pokrewieństwo ujęcia pierwszych zasad przez Euklidesa i Arystotelesa, jak i wpływ starszego o jedną generację filozofa na kształt dzieła Euklidesa, to jednak wystrzega się wyraźnie szukania wśród pierwszych trzech ewidentnie konstrukcyjnych postulatów jakichkolwiek analogii z Arystotelesem. Postulaty 4. i 5. kwalifikuje z kolei jako aksjomatyczne. Ross pomija na tym miejscu milczeniem usiłowania swoich poprzedników, nie zgadzając się najwyraźniej z ich rozszerzoną koncepcją **hipotezy** Arystotelesa. Trudno odmówić mu w tym słuszności, gdyż opiera się on na tekstach Arystotelesa, w których ten przedstawia, jak powiedzieliśmy, hipotezę jako stwierdzenie explicite istnienia przedmiotów takich jak np. jedność czy punkt.[27] Zwolennicy rozszerzenia takiej koncepcji hipotezy, do których obok H.D.P. Lee należy Kurt von Fritz,[28] twierdzą jednak, że pojęcie istnienia przedmiotów matematycznych nawet u Arystotelesa można sprowadzić do pojęcia możliwości resp. konstruowalności. Dowodem nie wprost na to może być wg von Fritza tekst „Analityk Wtórych" II, 7, 92, gdzie Arystoteles chcąc powiedzieć, że definicja **nie** stwierdza egzystencji przedmiotu używa następującego sformułowania: „Definicje bowiem nie wykazują(...), że to, o czym jest mowa jest możliwe".[29] Postulaty Euklidesa zakładają nie tylko, że możliwe jest wykonanie pewnych prostych konstrukcji, np. odcinka łączącego dwa punkty, ale z tekstu Euklidesa wynika ponadto, że taki przedmiot jest tylko jeden. Nie jest zatem pozbawione sensu doszukiwanie się związków między tym, co Euklides nazywa postulatem a Arystoteles hipotezą, chociaż w żadnym wypadku nie można tu mówić o wzajemnej identyczności. W ten sposób „zasady konstrukcyjne", jakimi są postulaty w wersji Proklosa podpadają pod miano **hipotezy.**

8.1. Ros nie widział wśród postulatów nici wiążącej je ze sobą. O trzech pierwszych postulatach mówi, że „nie są to w ogóle zdania, lecz żądania, by wolno było wykonać pewne rzeczy",[30] dwa ostatnie uważa za aksjomaty. Pewną jednolitość przypisuje natomiast aksjomatom forsując swoją koncepcję słowa **koine**.

8.2. W interpretacji H. Scholza[31] podobną jednolitością odznaczają się z kolei postulaty. Scholtz podaje postulaty 1.—3. i 5. przeformułowaniu, które pozwala przedstawić je w postaci, jak to określa „hipotetycznych zdań o istnieniu":[32] „pod nazwą hipotetyczne zdanie egzystencjalne rozumiemy zdanie, które przedstawione jest w postaci „jeśli-to" lub daje się do postaci „jeśli-to" sprowadzić i które w części „to" i tylko w tej części zawiera wyrażenie „dane jest co najmniej jedno x o takiej własności" lub „istnieje co najmniej jedno takie x o takiej a takiej własności."

A oto postulaty w wersji Scholza:[33]

P 1 „Dla dwóch punktów dany jest (dokładnie) jeden łączący je odcinek."

P 2 „Dla dwóch różnych punktów A, B dane są zawsze dwa inne punkty C, D takie, że B leży między A i C lub A między B i D."

P 3 „Jeśli E jest powierzchnią, M i N dwoma różnymi punktami na E, to istnieje zawsze (dokładnie) jeden zbiór, który jest identyczny ze zbiorem punktów P, położonych na E, takich, że MP=MN"

P 5 „Jeśli prosta przecina dwie inne proste i tworzy po tej samej stronie wewnętrzne kąty, które w sumie mniejsze są od dwóch kątów prostych, to dany jest po tej stronie, po której są te dwa kąty, dokładnie jeden punkt, który jest wspólny dla obu prostych."

W przeciwieństwie do zdań o istnieniu zdania o kształcie „dany jest co najwyżej jeden taki x, który posiada taką a taką własność" nazwane są przez Scholza zdaniami o „nieistnieniu" żadnego y, który by posiadał własności x-a.[34] Takim właśnie zdaniem jest postulat 4. w sformułowaniu Scholza, mówiący o tym, że w geometrii Euklidesa istnieje **co najwyżej** jeden kąt prosty. Postulat 4. różni się zatem od pozostałych tym, że nie jest zdaniem egzystencjalnym (o istnieniu), lecz o „nieistnieniu". Jaką zatem rolę pełni wśród poozstałych zdań?

W twierdzeniu I. 11 Euklides dowodzi, że dany jest co najmniej jeden kąt prosty. Razem z P4 otrzymujemy zdanie, że:[35] „w geometrii Euklidesa dany jest dokładnie jeden kąt prosty. (...) A więc jeśli operować wprowadzonym przez Euklidesa intuicyjnym pojęciem sumy kątów, to dany jest (...) dokładnie jeden kąt równy dwom kątom prostym". Euklides traktuje to, zdaniem Scholza, jako pewnik, kiedy zakłada w postulacie 5, że suma wewnętrznych kątów, które leżą po tej samej stronie prostej przecinającej dwie inne proste jest mniejsza od dwóch kątów prostych. Zatem postulat 4. jest razem z twierdzeniem I.11 postulatem pomocniczym dla postulatu 5.

Wszystkie zatem postulaty Euklidesa za wyjątkiem P4, który należy traktować jako postulat pomocniczy do P5, są: 1° właściwymi zdaniami, 2° hipotetycznymi o istnieniu, 3° geometrycznymi.[36]

8.3. Aksjomaty 1.—3. i 5. w odróżnieniu od postulatów są wg Scholza: „formami zdaniowymi", spełnionymi w różnych dziedzinach matematyki. (Wyjątkiem jest aksjomat 4., który jak wykazuje Scholz ma wszystkie cechy postulatu i jako taki przesunięty zostaje do grona postulatów.) Stąd nazwa **koinai ennoiai** jako że wspomniane formy zdaniowe mogą przejść w oczywiste twierdzenia różnych dyscyplin matematycznych.[37]

8.3. Tak więc znów, tym razem w tekście Scholza, mamy echa Arystotelesowskiego podziału na **koina**, dotyczące wielu nauk i **idia**, tu specyifcznie geometryczne. Te ostatnie po wyłączeniu definicji, a nadto jako zdania o istnieniu, zawężone zostają do **hypotheseis.**

9.1. Takich tradycyjnych rozróżnień unika hipoteza Szabo'[38] oparta na analizie historii pojęć matematycznych, sięgającej eleackiej praktyki dialektycznej. Myśl Szabó można przedstawić w skrócie następująco:

1° Euklides nie używał pierwotnie nazwy **koinai ennoiai**, lecz **axiomata**;

2° Matematyka grecka i jej pojęcia wywodzą się z praktyki dialektycznej Eleatów;

3° W praktyce tej zarówno pojęcie aksjomatu, jak i postulatu można zinterpretować jednakowo jako „żądanie";

4° Aksjomaty i postulaty Euklidesa mogły nie być prawdami oczywistymi, bezpośrednimi i niedowodliwymi w oczach Eleatów, czyli w kręgu, z którego bierze początek matematyka grecka;

5° Tego rodzaju prawdy zatem, zgodnie ze znaczeniem wyrazów **axioma i aitema** w dialektyce, pełnią jednakową funkcję „żądań" uznania przez zwolenników myśli eleackiej aksjomatów i postulatów jako zasad dalszego wywodu;

6° Różnica między jednymi i drugimi prawdami wyznaczona była tylko przez to, przeciwko jakim twierdzeniom eleackim się obracały;

7° Przemożny wpływ Arystotelesa i jego szkoły sprawił, że zagubiono pierwotną podstawę podziału prawd pierwszych i nazwę **axiomata** potraktowano jako wymienną z Arystotelesowskimi **koina**, czy **koinai archai**, czy **koinai doxai** i stąd w kolejnych odpisach „Elementów" pojawia się termin **koinai ennoiai**.

9.2. A oto jak przedstawia się uzasadnienie przesłanek przedstawionego wyżej rozumowania:

Ad 1° Proklos nie posługuje się nigdzie określeniem **koinai ennoiai**, tak jakby zastał w tekście tylko wyrażenie **axiomata**. Nie czyni żadnej wzmianki o wprowadzonej tu zmianie. Drugim argumentem jest zdaniem Szabó fakt, że ten typ zasady, który nazywany jest **koine ennoia**, w czasach przed-Euklidesowych nazywał się w matematyce **axioma**. Arystoteles sam powołuje się na aksjomaty (!) matematyki, a odnosząc się do zasady, która jest trzecią **koine ennoia** u Euklidesa, używa nazwy aksjomat. Trzecim faktem przemawiającym za oryginalnością **axioma** jest to, że termin **koine ennoia** nie pojawia się w technicznym znaczeniu ani w pismach Platona, ani Arystotelesa i wydaje się, że stoicy **pierwsi** użyli go w tym sensie.[39]

Ad 2° Sprawa wzajemnych wpływów matematyki i dialektyki stanowi wciąż kwestię sporną. Szabó rozstrzyga kwestię pierwszeństwa na korzyść dialektyki. Dla matematyki greckiej bowiem punktem przełomowym jest wprowadzenie dowodu nie wprost.[40] Jest ono świadectwem odejścia od metody empirycznej i percepcji zmysłowej w matematyce w kierunku zastosowania „czystego rozumowania".[41] Metoda dowodu nie wprost wprowadzona do filozofii przez Parmenidesa szeroko rozpowszechniona była wśród Eleatów. Jeśli zatem nie rozwinęła się niezależnie w obu dziedzinach, to mogła pojawić się w matematyce tylko pod wpływem Eleatów.[42] Oni z kolei „nie mogli zaczerpnąć jej z matematyki, nie wygląda bowiem na to, by była ona tam stosowana aż do stosunkowo późnego okresu".[43]

Szabó sądzi też, że znaczenie terminów wspólnych dla matematyki i dialektyki wskazuje na pierwszeństwo tej ostatniej. Uważa, że matematycy tak szeroko stosowali terminologię pochodzenia dialektycznego, dlatego że matematyka grecka wyrosła ze starszej od siebie dziedziny dialektyki. Pierwszeństwo dialektyki stara się wykazać szczególnie na przykładzie pojęcia **hipotezy**.[44] **Hipoteza (hypothesis)** to etymologicznie „coś, co służy za podstawę, punkt wyjścia". W matematyce może znaczyć tyle co założenie, ale także i pierwsze zasady (**archai**) czy nawet definicje. W dialektyce znaczy to samo, co **homologema** — coś, na co obie strony dyskutujące wyrażają zgodę. Przy czym jest ona proponowana przez jednego z dyskutantów, a drugi wyraża na nią zgodę. Szabó zauważa podobną procedurę w kontekstach dotyczących założeń matematyki (Platon), czy czysto matematycznych (Archimedes).[45]

Na tej podstawie z pewnością podważa obowiązujące wciąż przekonanie o jednostronnym wpływie matematyki na platońską **dialektike techne**. Argumentacja jego przemawia jednak nie tak, jak by chciał, za tym, że w czasach platońskich matematyka była „tylko gałęzią matematyki",[46] lecz raczej zwraca uwagę na wzajemne silne związki obu dziedzin. Bardziej przekonującym argumentem jest w tej sprawie fakt ścisłego powiązania hipotezy dialektycznej z dowodem nie wprost.[47] Jeśli bowiem słuszna jest supozycja dotycząca pierwszeństwa dowodu nie wprost w dialektyce, to hipoteza dialektyczna związana nieodłącznie z tym dowodem, wyprzedzałaby hipotezy matematyczne w czasie i być może ze względu na wskazane przez Szabó podobieństwo funkcji stanowiłaby ich pierwowzór.

Ad 3°, 4°, 5°, 6°:

Termin **aitema** jest po części synonimem **hypothesis i hypokeimenon** w znaczeniu: „żądanie", „życzenie", łac. **postulatum** i jest wyraźnie pochodzenia dialektycznego. Pochodzi od czasownika **aiteo** (prosić, żądać). Jak już wspomnieliśmy, jeden z uczestników dyskusji zaczynał ją pewnym „żądaniem". „Prosił o pozwolenie" wprowadzenia danej hipotezy. **Aitema** zdaje się być rodzajem zdania wstępnego, na które zgody jeden uczestnik szuka u drugiego. W momencie kiedy ten wyraża zgodę, zdanie to staje się **homologema** lub **hypothesis** (zob wyżej), zdaniem, na które godzą się obaj. Zdaniem Szabó nazwanie pewnej grupy niedowodzonych zasad **aitemata** miało na celu zwrócenie uwagi na różnicę między nimi a **homologemata**. Nazwą **homologema** podkreśla się, że partnerzy osiągnęli porozumienie. **Aitema** oznacza wyłącznie, że jedna strona czegoś zażądała. Takie rozumienie zdaje się podtrzymywać cytowany już przez nas fragment „Analityk Wtórych" dot. postulatu II.[48] Analogicznie Euklidesowe postulaty, **aitemata**, powinny być interpretowane jako matematyczne żądania, których niektórzy partnerzy w naukowej dyskusji nie byliby chętni przyjąć od razu i bez zastrzeżeń.[49]

Szabó argumentuje też, że historia pierwszych trzech postulatów sięga przynajmniej V w. p.n.e. Przypomina uwagi Proklosa, wg którego najprostsze konstrukcje geometryczne wymienione w tych postulatach powstają przez ruch punktów. Jak wiadomo Eleaci negowali ruch. Jeżeli zatem przyjąć, że w swoim czasie matematyka była częścią dialektyki, to postulaty można traktować jako żądania wyrażane w procesie odrywania się od dialektyki, skierowane pod adresem kontynuatorów myśli eleackiej.[50]

Słowo **axioma** jako termin dialektyczny było synonimem **aitema**. Pochodziło od czasownika **axioo**, którego jednym ze znaczeń było „prosić", „żądać". Tak samo jak **aitema** oznaczało stwierdzenie, którego uznania żądał jeden z uczestników dyskusji od drugiego. Uznawany był nie bez zastrzeżeń. Jako termin matematyczny używany był zamiennie z **aitema**.[51]

Co zatem miałoby odróżniać zdaniem Szabó grupę pierwszych zasad zwanych **aitemata** od aksjomatów? Przypomnijmy, że **aitemata** w jego opinii postulowały **ruch** negowany przez Eleatów. Grupa aksjomatów to zasady w większości traktujące o własnościach **równości**,[52] i to w sposób znów sprzeczny z poglądami Eleatów na ten temat. Dzieje się tak przez to, na przykład, że: 1° aksjomaty odwołują się do doświadczeń zmysłowych (aksjomat 4.), 2° zakładają, że dwie różne rzeczy mogą być równe, a zgodnie z doktryną Eleatów rzecz może być równa tylko sobie samej, 3° zakładają własności obowiązujące tylko dla skończonych zbiorów (jak aksjomat 5.) unikając paradoksów Zenona takich jak: „Achilles i żółw" czy paradoks „połowy czasu".[53] „Aksjomaty są empirycznymi stwierdzeniami opartymi na doświadczeniu zbiorów skończonych. Są gwarantowane tylko przez oczywistość zmysłową. Dlatego nie mogły być akceptowane przez Eleatów, którzy żądali, by całą wiedzę osiągać środkami czysto intelektualnymi. Te zasady nazwane zostały oryginalnie żądaniami (...), gdyż ich akceptacji można było jedynie żądać."[54]

Różnica między postulatami i aksjomatami polegała więc jedynie na tym, przeciwko jakiego typu poglądom eleackim były zwrócone.[55]

„Postulaty Euklidesa skierowane są przeciw eleackiej doktrynie niemożliwości ruchu i służył zagwarantowaniu egzystencji (...) pewnych form geometrycznych. Zamierzeniem aksjomatów, z drugiej strony, było uniknięcie paradoksów Zenona(...). Większość pierwszych zasad prawdopodobnie przejął Euklides w stanie niezmienionym od swoich poprzedników." Poprzednicy ci to matematycy z V w. p.n.e.. W ich czasach bowiem wystąpiły pierwsze prób odejścia od macierzystej doktryny Eleatów.[56]

„Tak więc działając zgodnie z tradycją [Euklides] zachował rozróżnienie pomiędzy **axiomata** i **aitemata**, chociaż do jego czasów straciło ono wiele ze swego pierwotnego znaczenia."[57]

10. Tak oto zarysował się podział prób rozwiązania problemu pierwszych zasad Euklidesa na starsze, które, jako że ich początki sięgają w daleką przyszłość nazwiemy umownie „tradycyjnymi" i na najnowszą, a zarazem odbiegającą od tradycji reprezentowaną przez A. Szabó. Hipotezy „tradycyjne" wszystkie w mniejszym lub większym stopniu idą tropem „Analityk Wtórych" umieszczając pierwsze zasady Euklidesa w nurcie tradycji arystotelesowskeij lub choćby interpretując je w kategoriach arystotelesowskich. Autorzy tych prób nie podważają z reguły oryginalności terminu **koinai ennoiai**, używając tego nawet jako argumentu na rzecz wpływu Arystotelesa na Eulidesa. Szabó poszedł inną drogą upatrując źródła tradycji matematycznej, a zatem i „Elementów" w filozofii Eleatów. Dla hipotezy Szabó zasadnicze jest stwierdzenie, że to, co w późniejszej tradycji przetrwało jako **koinai ennoiai**, Euklides nazwał pierwotnie **axiomata**.

Propozycja Árpadá Szabó tak istotnie różni się od tego, co o podziale pierwszych zasad można odnaleźć w „tradycyjne" literaturze, że wykorzystując konkluzje Szabó warto na tę odrębność zwrócić uwagę. Tego właśnie brakuje w cytowanym przez nas na wstępie tekście Burkhardta, który spośród proponowanych w literaturze przedmiotu możliwości datowania pojawienia się po raz pierwszy nazwy **axioma** w odniesieniu do aksjomatów czy wspólnych pojęć Euklidesa wybiera V wiek n.e. Opowiada się w ten sposób za „tradycyjnie" przypisywanym Euklidesowi użyciem nazwy **koinai ennoiai**. Rozwiązania problemu podziału zasad nie upatruje już jednak w tym samym nurcie, lecz nawiązuje do idei Szabó. Popełnia przy tym ewidentny błąd metodologiczny. Wnioski Szabó są bowiem do przyjęcia tylko przy założeniu, że dla prawd przekazanych nam w odpisach Euklidesa jako **kainai ennoiai** już od V w. p.n.e. obowiązywała nazwa **axiomata**.

11. Powracające w dziejach próby interpretacji „tradycyjnych" sprawiły, że „analysis Aristotelica ex Euclide restituta" [58] stała się faktem historycznym. Bez względu na to, jak ocenimy zasadność odnoszenia tekstu Euklidesa do Arystotelesa [59] jest to fakt, który należy brać pod uwagę, ilekroć problematyka pierwszych zasad pojawi się w obszarze badań historycznych.

Czy jednak określenie „hipoteza tradycyjna" będzie wobec pojawienia się propozycji Szabó oznaczała tyle co „mająca już tylko historyczne znaczenie"? Czy hipoteza Szabó jest bardziej przekonująca niż próby jego poprzedników?

Dokładna analiza argumentacji Szabó wskazuje na to, że chociaż celniejsze jej fragmenty mogą zmienić w wielu szczegółach dotychczasowy obraz matematyki greckiej, w całości jednak hipoteza nie da się chyba obronić. Analiza taka stanowi materiał na osobny artykuł. W chwili obecnej przyjrzymy się tym ogniwom rozumowania, które już w trakcie ich prezentacji poddawaliśmy w wątpliwość (p. 9.2). Mam na myśli tezę, że dedukcyjna matematyka grecka wyrosła na gruncie filozofii eleackiej (dokładnie: była jej gałęzią). Takie stwierdzenie formułuje Szabó jako wynik rozważań przeprowadzonych w rozdziałach poświęconych pierwszeństwu dowodu niewprost w dialektyce oraz analogiom w użyciu pojęcia **hipotezy** w dialektyce i w matematyce.[60]

Prawo pierwszeństwa w stosowaniu dowodu niewprost mają zapewnić eleatom następujące fakty: 1° nie dysponujemy żadnym źródłowym przekazem matematycznego dowodu niewprost, który by wyprzedzał w czasie dydaktyczny poemat Parmenidesa, (uważany przez Szabó za najstarsze źródło dla rozumowań „ad impossibile");[61] 2° pierwszy znany nam dowód niewprost, przypisywany szkole pitagorejskiej dowód na niewspółmierność boku i przekątnej kwadratu nosi znamiona tendencji antyempirycznej w matematyce, podczas gdy to właśnie w filozofii eleatów dowód niewprost był nieodłącznym narzędziem dowodzenia tez zaprzeczających świadectwu zmysłów.[62]

Sugestie autora skierowane są przeciwko poglądowi, że eleaci przejęli dowód niewprost od pitagorejskich matematyków.[63] Ostrożność wobec takiego poglądu nakazuje jednak być także ostrożnym przy przyjmowaniu kategorycznej tezy o jednostronnym wpływie eleatów, zwłaszcza gdy akceptuje się ją na podstawie niemożliwości datowania pierwszych dowodów niewprost oraz ich antyempirycznego charakteru mogącego służyć jako argument stronie przeciwnej.[64]

Podobieństwo między hipotezami dialektycznymi i stosowanymi w matematyce ma być argumentem na rzecz tezy, że terminologia matematyczna jest pochodzenia dialektycznego. To ma uprawniać przyjęcie także terminów **axioma** i **aitema** w matematyce w znaczeniu, w jakim były przyjmowane w dialektyce.[65] Traktowanie analogii terminologicznych w sposób wspomniany wyżej zawiera już w sobie „implicite" założenie, że to dialektyka wyprzedzała i oddziaływała na matematykę a nie odwrotnie. Założenie to, jak widzieliśmy, opiera się w zasadzie głównie na braku danych źródłowych do matematyki wczesnogreckiej.

Wyprowadzenie aksjomatów i postulatów z filozofii eleackiej stanowi zatem elegancką hipotezę, która z pewnością może okazać się płodna przy śledzeniu dziejów pojęcia pierwszych zasad,[66] nie jest jednak bardziej uprawnione niż sięganie w tej mierze do „Analityk" czy „Metafizyki" Arystotelesa.

PRZYPISY

1 Burkhardt, *Logik und Semiotik...*, s. 297-310 (pełne dane bibligraficzne podano w Bibligrafii).
2 tamże, s. 298.
3 Przekład z greckiego wg *Euclidis Elementa*, s. 4-6.
4 Na użytek niniejszego tekstu liczbę aksjomatów ograniczamy do pięciu uznanych za oryginalne przez wszystkich autorów cytowanych tutaj.
5 *An. Post.* I, 2, 72a; por. Szabó, *The Beginnings...*, s. 229.
6 *An. Post.* I, 2, 71b-72a; por. von Fritz, *Die Archai...*, s. 21-23.
7 Lee, *Geometrical Method...*, s. 113-114.
8 *An. Post.* I, 14, 77a.
9 *An. Post.* I, 10, 76a.
10 Związek wyżej wymienionych pojęć z pojęciami gatunku i rodzaju pomijamy jako nieistotny dla celów niniejszego artykułu. Czytelnika zainteresowanego tą kwestią odsyłamy do Lee, *Geometrical Method...*, s. 113-114.
11 „To, co przyjmuje się bez dowodu, chociaż może być udowodnione, jeśli uczeń w to wierzy i przyjmuje, jest hipotezą, chociaż nie hipotezą po prostu, lecz ze względu na niego"; Arystoteles, *Analityki...*, s. 206. Por. *Aristotele's Analytics...*, s. 538.
12 Podana tu dwojaka interpretacja terminu „postulat" nie uwzględniona jest w polskim przekładzie: „jeżeli uczeń nie ma żadnego poglądu, albo jest zdania przeciwnego w tej sprawie, to samo przyjęcie jest postulatem (...). Jest bowiem postulat przeciwieństwem poglądu uczącego się, dowodliwy ale przyjęty bez dowodu". *Analityki...*, s. 207. Ostatnie zdanie: *esti gar aitema to hypenantion tou manthanontos te doxe, e ho an tis apodeikton on lambane kai chretai me deixas* (*An. Post.* I, 10, 76b, 33-4) można przełożyć tak: „Jest bowiem postulat czymś przeciwnym poglądom uczącego się, lub czymś dowodliwym, co przyjmuje się bez dowodu". Tak rozumie to miejsce D.W. Ross, *Aristotele's Analytics*, s. 538.
13 *Procli Diadochi... commentarium*, rec. Friedlein.
14 von Fritz, s. 50, por. przyp. 29.
15 Proclus, s. 76 nn.
16 zob. wyżej p. 3.2.3.
17 von Fritz, s. 46-48.
18 tamże, s. 50.
19 von Fritz, s. 49-50; Proclus, s. 178 nn.; lektura Proklosa pozwala zweryfikować pogląd, jakoby Hobbes pierwszy traktował postulat jako zasadę konstrukcyjną, por. Burkhardt s. 299.
20 cyt. za Lee, s. 115.
21 tamże, s. 116.
22 tamże, s. 115.
23 Lee, s. 113-118.
24 por. przyp. 11
25 *An. Post.* I, 10, 76b; Arystoteles, *Analityki*, s. 205.

Arystoteles, *Analityki*, s. 272.
30 *Aristotle's Analitics*, s. 58.
31 Scholz, *Die Grundlegung...*, s. 107-116.
32 Scholtz, op. cit. s. 108.
33 tamże, s. 107.
34 tamże, s. 108.
35 tamże, s. 109.
36 tamże, s. 111-112.
37 tamże, s. 116.
38 Szabó, s. 186-329.
39 tamże, s. 230-1.
40 tamże, s. 214-5.
41 tamże, s. 216.
42 tamże, s. 219.
43 tamże, s. 249.
44 tamże, s. 245.
45 tamże, s. 233-235.
46 tamże, s. 239.
47 tamże, s. 244.
48 zob. wyżej p. 3.2.3; por. przyp. 12.
49 tamże, s. 268-271.
50 tamże, s. 276-279.
51 tamże, s. 286-287.
52 tamże, s. 290.
53 tamże, s. 290-299.
54 tamże, s. 301.
55 tamże, s. 304.
56 tamże, s. 276.
57 tamże, s. 304.
58 Zwrot ten nawiązuje do tytułu XVII-wiecznego traktatu E. Weigla poświęconego w dużej części pierwszym zasadom (E. Weigel, *Analysis Aristotelica...*, Jena 1658).
59 zob. Szabó, s. 229, 231.
60 tamże, s. 232-257.
61 tamże, s. 219.
62 tamże, s. 219.
63 zob. M., W. Kneale, *The development of logic*, s. 8.
64 Ma ona na swoją obronę dodatkowo to, że przypisując pomysł dowodu niewprost pitagorejczykom może powoływać się na ich intelektualizm, nie sugeruje jednak, że dialektyka stała się w ten sposób gałęzią pitagoreizmu.
65 por. przyp. 51-57.
66 W świetle tej hipotezy bardziej interesujące stają się rozważania Proklosa nad ruchem punktów i prostych zakreślających twory geometryczne wymienione w postulatach (Proclus, 185 i nn.) jak i podobne uwagi Leibniza (G. P. VII, 284, Couturat, 431).

BIBLIOGRAFIA

1. *Aristotle's Prior and Posterior Analytics. A revised text...* by W. D. Ross, Oxford 1965 (gr. tekst *Analityk Wtórych* cytujemy jako An. Post.).
2. Arystoteles. *Analityk Pierwsze i Wtóre* (przek. K. Leśniaka), Warszawa 1973.
3. Burkhardt Hans, *Logik und Semiotik in der Philosophie von Leibnitz*, München 1980.
4. *Euclidis Elementa*, post I. L. Heiberg ed. E. Stamatis, Leipzig 1969.
5. von Fritz, Kurt, *Die Archai in der griechischen Mathematik*, w: „Archiw für Begriffsgeschichten", 1955.
6. Kneale W. i M. *The development of logic*, Oxford 1962.
7. Lee H.D.P., *Geometrical Method and Aristotle's account of First Principles*, w: „The Clacsical Quarterly", 1935.
8. *Procli Diadochi in primum Euclidis Elementorum librum commentarius*, rec. G. Friedlein, Leipzig.
9. Scholz Heinrich, *Die Grundlegung der Euklilischen Geometrie durch Euklid*, Münster 1934.
10. Szabó, Arpad, *The Beginnings of Greek Mathematics*, Budapest, 1978.
11. Weigel Erhardt, *Analisis Aristotelica ex Euclide restituta*, Jena 1658.
12. Leibniz Gottfried Wilhelm, *Die Philosophischen Schriften*, ed. C.I. Gerhardt, t. VII, Berlin 1961 (cyt. jako GP)
13. Leibniz G.W., *Opuscules et fragments inedits de Leibniz*, par Louis Courat, Paris 1903 (cyt. jako Couturat).