

Marek Kołatka

Uniwersytet Gdański
e-mail: marek.kolatka@ug.edu.pl
ORCID: 0000-0002-7037-3457

Sławomir Kujawa

Uniwersytet Gdański
e-mail: slawomir.kujawa@ug.edu.pl
ORCID: 0000-0001-9607-2743

DOI: 10.15290/oes.2025.03.121.03

MODEL STAŁEJ KORELACJI – WERYFIKACJA UŻYTECZNOŚCI NA POLSKIM RYNKU AKCJI¹

Streszczenie

Cel | Oszacowanie i interpretacja wyników osiągniętych na polskim rynku akcji, przy użyciu modelu stałej korelacji, oraz porównanie tych wyników z benchmarkiem.

Metoda badań | Zastosowano symulację polegającą na utworzeniu kwartalnych portfeli optymalnych składających się z akcji spółek notowanych na polskiej giełdzie, z wykorzystaniem modelu stałej korelacji. Uzyskane wyniki porównano do rezultatów osiągniętych przez portfel składający się ze wszystkich akcji spółek uwzględnionych w badaniu.

Wnioski | Stopa zwrotu z portfeli uzyskanych przy wykorzystaniu modelu stałej korelacji w przyjętym okresie była ponad 4-krotnie wyższa od stopy zwrotu benchmarku. Skrajne wartości uzyskiwanych stóp zwrotu w fazach symulacji zaobserwowano dla portfeli tworzonych z użyciem modelu.

Oryginalność / wartość / implikacje / rekomendacje | W artykule przedstawiono wyniki symulacji modelu stałej korelacji w ponad 24-letnim okresie, dla polskiego rynku akcji. Uzyskane rezultaty wskazują, że model może być użytecznym narzędziem podczas tworzenia portfeli optymalnych.

Słowa kluczowe: analiza portfelowa, portfel optymalny, polski rynek akcji, model stałej korelacji

¹ Artykuł finansowany ze środków Katedry Finansów i Bankowości Uniwersytetu Gdańskiego.

CONSTANT CORRELATION MODEL (CCM) – POLISH SHARE MARKET USABILITY VERIFICATION

Summary

Purpose | Estimation and interpretation of the results obtained in the Polish stock market using the constant correlation model, and comparison of these results with the benchmark.

Research method | A simulation was conducted to create quarterly optimal portfolios consisting of stocks from the companies listed on the Polish stock exchange, using the constant correlation model. The obtained results were compared to the performance of a portfolio comprising all the stocks of the companies included in the study.

Results | The rate of return from portfolios generated using the constant correlation model was more than four times higher than the benchmark return during the study period. The extreme values of the returns observed during the simulation phases were noted for portfolios created using the model.

Originality/value/implications/recommendations | The article presents the results of simulation of the constant correlation model over a 24-year period, for the Polish stock market. The results show that the model can be a useful instrument in the construction of optimal portfolios.

Keywords: portfolio analysis, optimised portfolio, Polish stock market, constant correlation model

JEL classification: G11, G17

1. Wstęp

Polski rynek kapitałowy, charakteryzujący się wysoką zmiennością i specyficznymi uwarunkowaniami makroekonomicznymi, stanowi interesujący obszar badań dla inwestorów oraz analityków finansowych. W artykule podjęto próbę weryfikacji skuteczności modelu stałej korelacji (*Constant Correlation Model* – CCM) w kontekście polskiego rynku akcji. Model ten jest uproszczonym narzędziem optymalizacji portfela i został zaproponowany jako odpowiedź na trudności związane z precyzyjnym oszacowaniem korelacji pomiędzy aktywami.

Model stałej korelacji jest rozpatrywany w kontekście współczesnej teorii portfelowej (*Modern Portfolio Theory* – MPT). MPT, od czasu pionierskiej publikacji Harry'ego Markowitza z 1952 r., pozostaje fundamentalnym paradygmatem w zarządzaniu portfelem inwestycyjnym, kładącym nacisk na dywersyfikację ryzyka oraz maksymalizację stopy zwrotu.

W kontekście licznych badań, które wykazały praktyczne ograniczenia MPT [Kaszuba, 2011, s. 381–393], model stałej korelacji oferuje operacyjnie wykonalne podejście, zwłaszcza w warunkach dynamicznie zmieniających się rynków. Celem tego badania jest ocena, czy zastosowanie modelu stałej korelacji na polskim rynku akcji może prowadzić do wyższych stóp zwrotu w porównaniu do tradycyjnej strategii „kup i trzymaj”, służącej za benchmark w tym badaniu. Przyjęta w tym celu hipoteza badawcza brzmi: model stałej korelacji jest użytecznym narzędziem w kontekście tworzenia portfela inwestycyjnego. W pracy wykorzystano długookresowe dane obejmujące 24 lata notowań, co pozwala na wszechstronną analizę skuteczności modelu w różnych warunkach rynkowych, uwzględniających zarówno okresy hossy, bessy, jak i nieoczekiwanych kryzysów gospodarczych.

Dotychczas w polskiej literaturze naukowej jedynie Piotr Czapiewski wykorzystał model stałej korelacji do optymalizacji portfela inwestycyjnego. Badania wówczas przeprowadzone nie doprowadziły do jednoznacznych wyników, jednak dotyczyły zdecydowanie krótszego okresu [Czapiewski, 2011, s. 83]. Tymczasem w literaturze zagranicznej model ten jest zdecydowanie częściej wykorzystywany, nawet w najnowszych badaniach. Adler Haymans Manurung wraz ze współautorami wykazał, że portfele skonstruowane według modelu stałej korelacji osiągają konkurencyjne stopy zwrotu, zwłaszcza przy ograniczonej dostępności danych i zmienności rynku [Manurung i in., 2024, s. 233–241; Manurung i in., 2023, s. 112–122].

2. Teoria portfelowa

Współczesna teoria portfelowa funkcjonuje w świecie naukowym od 1952 r., kiedy to Harry Markowitz przedstawił swoje obserwacje w czasopiśmie „*Journal of Finance*” [Markowitz, 1952, s. 77–91]. Teoria portfelowa

zrewolucjonizowała podejście do zarządzania inwestycjami i ryzykiem na rynkach finansowych. Chociaż od jej powstania minęło ponad siedem dekad, MPT pozostaje kluczowym elementem zarówno w edukacji finansowej, jak i w praktycznym zarządzaniu aktywami. Jej podstawowe założenia dotyczące dywersyfikacji, minimalizacji ryzyka czy maksymalizacji stopy zwrotu z inwestycji są nadal aktualne i szeroko stosowane w kontekście dynamicznie zmieniających się rynków finansowych. Ewolucja rynku kapitałowego, rozwój nowych narzędzi analitycznych oraz wprowadzenie teorii behawioralnych nie podważyły znaczenia MPT. Przeciwnie, wzbogaciły ją o nowe perspektywy i zastosowania. Najważniejsze i najnowsze wskazania dotyczące analizy portfelowej to:

- Przydatność: współczesna teoria portfelowa jest nadal źródłem informacji i wskazówek dla inwestorów na dzisiejszym rynku finansowym [Cui, Cheng, 2022, s. 128–132].
- Możliwość dostosowania do różnych profili ryzyka: MPT umożliwia inwestorom dopasowanie portfela do ich indywidualnych preferencji w zakresie ryzyka inwestycyjnego [Curtis, 2004, s. 16–22].
- Baza do nowoczesnych narzędzi analizy portfelowej: MPT stanowi fundament dla wielu nowoczesnych narzędzi i metod analizy portfelowej, takich jak *Value at Risk* (VaR) czy też analiza scenariuszowa [Putten, 2023, s. 2].
- Adaptacyjność do zmian rynkowych: MPT jest elastyczna i może być stosowana w różnych warunkach rynkowych, zarówno w okresie hossy, jak i bessy [Gruber, 2003, s. 10–15].
- Baza do edukacji finansowej: MPT jest częścią programów edukacyjnych jako podstawowa teoria w dziedzinie finansów i zarządzania inwestycjami [Rodríguez i in., 2021, s. 1–15].
- Relacja zysku do ryzyka: MPT pomaga inwestorom zrozumieć, jak zmiany w składzie portfela mogą wpływać na relację ryzyka do zysku [Leković, 2021, s. 220–227].
- Wspieranie długoterminowych decyzji strategicznych: MPT jest wykorzystywana jako narzędzie wspierające długoterminowe decyzje strategiczne w inwestowaniu. Umożliwia planowanie i realizację strategii inwestycyjnych, które są zgodne z długoterminowymi celami finansowymi inwestorów [Hawley, Lukomnik, 2021, s. 3–24].

- Wsparcie dla dywersyfikacji międzynarodowej: MPT wspiera dywersyfikację międzynarodową, ponieważ pozwala inwestorom na alokację aktywów w różnych regionach geograficznych [Fisher, 1975, s. 73–85].
- Podstawy dla teorii portfelowych opartych na ryzyku systemowym: MPT stanowi punkt wyjścia dla rozwoju teorii portfelowych, które uwzględniają ryzyko systemowe [Lydenberg, 2016, s. 56–61].
- Wsparcie dla portfeli zrównoważonych: MPT jest stosowana do budowy portfeli zrównoważonych, uwzględniających kryteria ESG (*Environmental Social Governance*). Inwestorzy mogą łączyć optymalizację finansową z celami etycznymi i ekologicznymi [Jacquier, 2013, s. 1–816; Gennadii, 2020, s. 17].
- Ułatwienie dostępu do narzędzi inwestycyjnych dla inwestorów indywidualnych: dzięki MPT inwestorzy indywidualni mają dostęp do zaawansowanych narzędzi analitycznych, dostępnych do tej pory głównie dla profesjonalistów [Persson i in., 2007, s. 12].
- Wsparcie dla innowacyjnych strategii inwestycyjnych: MPT umożliwia tworzenie i testowanie nowych strategii inwestycyjnych, które mogą być bardziej odporne na zmienność rynkową i lepiej dopasowane do dynamicznie zmieniających się warunków rynkowych [Rani, 2012, s. 1164–1172].
- Baza do dalszych badań naukowych: MPT stanowi przedmiot intensywnych badań, co prowadzi do tworzenia nowych teorii, takich jak behawioralne i postmodernistyczne [Swisher, Kasten, 2005, s. 74–85].

Lista ta uzmysławia, że mimo upływu czasu i rozwoju nowych metod teoria portfelowa pozostaje fundamentem współczesnych badań nad alokacją aktywów ze względu na swoją uniwersalność, przejrzystość i łatwość weryfikacji. Umożliwia systematyczne podejście do zarządzania ryzykiem i maksymalizacji oczekiwanej stopy zwrotu, co czyni ją atrakcyjną zarówno w kontekście akademickim, jak i praktycznym. Nowsze rozwiązania w ramach MPT często wiążą się z koniecznością zastosowania bardziej skomplikowanych narzędzi matematycznych. Tymczasem dostępne są starsze narzędzia, które w zamyśle miały ułatwić tworzenie portfeli, a które do tej pory nie były wystarczająco zweryfikowane, przynajmniej w kontekście rynku polskiego. Takim narzędziem jest między innymi model stałej korelacji, który pozwala na skuteczne zastosowanie klasycznej optymalizacji portfela nawet w warunkach ograniczonej ilości danych historycznych lub wysokiej liczby aktywów.

3. Model stałej korelacji

Model stałej korelacji został zaproponowany przez Edwina Eltona i Martina Grubera w latach 70. XX w. Miał on stanowić odpowiedź na główny problem stojący na drodze do implementacji teorii portfelowej w praktyce, tj. trudności w oszacowaniu rodzaju niezbędnych danych wejściowych (w szczególności macierzy korelacji). Autorzy modelu wykazali, że jeżeli zaakceptuje się istnienie aktywów wolnych od ryzyka oraz przyjmie się, że albo model jednowskaźnikowy odpowiednio opisuje strukturę wariancji-kowariancji, albo dobrą estymacją wszystkich par współczynników korelacji między aktywami jest jedna wartość, to istnieje łatwe do oszacowania kryterium włączenia danego aktywa do portfela [Elton i in., 1976, s. 1341].

Kryterium, na podstawie którego dany walor umieszcza się w portfelu optymalnym w modelu stałej korelacji, to relacja dodatkowej stopy zwrotu (różnicy między oczekiwaną stopą zwrotu a stopą zwrotu wolną od ryzyka) do współczynnika beta (relacja ta w dalszej części artykułu będzie nazywana wskaźnikiem) [Elton, Gruber, 1998, s. 219]:

$$\frac{\overline{R}_i - R_F}{\beta},$$

gdzie:

$\overline{R}_i$ – oczekiwana stopa zwrotu z i -tego waloru,

R_F – stopa zwrotu z instrumentu wolnego od ryzyka,

β – współczynnik beta i -tego waloru.

Tak sformułowany wskaźnik zapewnia łatwą interpretację, a analitykom i zarządzającym portfelami umożliwia szerszą ocenę spółek. Licznik wskaźnika przedstawia dodatkowy dochód ponad stopę wolną od ryzyka, uzyskany przez posiadanie papieru wartościowego obciążonego ryzykiem. Mianownik natomiast stanowi ryzyko niepodlegające dywersyfikacji (ryzyko, którego nie można wyeliminować), na które jest się narażonym przy zakupie danego waloru.

Przy założeniu, że model jednowskaźnikowy opisuje strukturę kowariancji stóp zwrotu (miara stopnia „wzajemnego ruchu w czasie” dwóch stóp zwrotu

w stosunku do ich średniej wartości), jedynym kryterium włączenia do portfela jest wartość wskaźnika. Liczba aktywów, które znajdują się w portfelu, zależy od wartości, która nazywana jest wartością graniczną i którą oznacza się jako C^* . Zgodnie z przyjętym modelem w portfelu znajdują się te walory, dla których wartość wskaźnika jest większa od C^* . Kiedy portfel składa się z i akcji, to C_i wyznacza się w następujący sposób [Elton, Gruber, 1998, s. 222]:

$$C_i = \frac{\sigma_m^2 \sum_{j=1}^i \frac{(\bar{R}_j - R_F) \beta_j}{\sigma_{ej}^2}}{1 + \sigma_m^2 \sum_{j=1}^i \left(\frac{\beta_j^2}{\sigma_{ej}^2} \right)},$$

gdzie:

σ_m^2 – wariancja indeksu rynkowego,

σ_{ej}^2 – ryzyko niesystematyczne waloru.

E. Elton i M. Gruber wskazali również, jak ustalić udziały poszczególnych walorów, które zgodnie z modelem stałej korelacji znalazły się w portfelu optymalnym. W tym celu wykorzystuje się wzór [Elton, Gruber, 1998, s. 225]:

$$X_i = \frac{Z_i}{\sum_{\text{zawarte}} Z_j},$$

gdzie:

X_i – udział i -tego waloru w portfelu optymalnym,

$$Z_i = \frac{\beta_i}{\sigma_{ei}^2} \left(\frac{\bar{R}_i - R_F}{\beta_i} - C^* \right).$$

Przytoczony wzór służy do wyznaczania wag dla każdego waloru, natomiast Z_i to względna wartość inwestycji w każdy walor. Wagi w modelu sumują się do 1, więc gwarantują inwestycję całości posiadanej kwoty.

Tak skonstruowany model stanowi stosunkowo łatwe narzędzie, które można wykorzystać przy konstrukcji portfela inwestycyjnego. Zastosowanie modelu

pozwała wskazać konkretne walory, które należy umieścić w portfelu, wraz z ściśle określonymi udziałami. Autorzy modelu stałej korelacji uważali, że uproszczenie polegające na przyjęciu jednej wartości korelacji nie musi prowadzić do uzyskania portfela o niższej efektywności [Czapiewski, 2011, s. 83].

4. Założenia przyjęte w symulacji

Celem artykułu jest weryfikacja skuteczności modelu stałej korelacji na polskim rynku akcji. W związku z tym wyselekcjonowano notowania akcji 16 spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie. Wyselekcjonowane spółki to wszystkie te, które w momencie przeprowadzania badania (czerwiec 2024 r.) były składowymi indeksów WIG20 lub indeksu mWIG40 oraz były notowane na polskiej giełdzie co najmniej od początku 2000 r. W skład zakwalifikowanych spółek weszły: Asseco Poland SA (ACP), Budimex SA (BDX), Bank Handlowy w Warszawie SA (BHW), CD Projekt SA (CDR), Comarch SA (CMR), Cognor Holding SA (COG), ING Bank Śląski SA (ING), KGHM Polska Miedź SA (KGH), Grupa Kęty SA (KTY), mBank SA (MBK), Bank Millenium SA (MIL), Orange Polska SA (OPL), Bank Pekao SA (PEO), Orlen SA (PKN), Polimex-Mostostal SA (PXM) oraz Grupo Santander (SAN).

Danymi wejściowymi były dzienne notowania wartości indeksu WIG oraz dzienne notowania wyselekcjonowanych spółek zaobserwowane od 3 stycznia 2000 r. do 28 czerwca 2024 r., na podstawie których oszacowano dzienne stopy zwrotu. W okresie tym odbyło się w sumie 6133 sesji giełdowych. W sytuacji wystąpienia splitu akcji, wypłaty dywidendy, wystąpienia praw poboru, praw nabycia oraz praw objęcia wszystkie poprzednie obserwacje w danym okresie badawczym były odpowiednio korygowane [www 1]. W wyniku takiego podejścia przygotowano 17 szeregów czasowych (16 spółek + indeks). Dokładność stóp zwrotu została ograniczona do dwóch miejsc po przecinku.

Okres, dla którego przeprowadzono symulację, został podzielony na trzymiesięczne fazy (odpowiadające kwartałom). Dane uzyskane z pierwszej fazy posłużyły do stworzenia portfela optymalnego, który teoretycznie istniał w kolejnym kwartale (od początku kwietnia 2000 r. do końca czerwca 2000 r.) Następnie dane z drugiej fazy zostały wykorzystane do wymodelowania portfela na kwartał trzeci

itd. Ostatecznie dane z fazy 97 posłużyły do stworzenia portfela optymalnego, którego efekty oceniono w okresie kwiecień 2024 r. – czerwiec 2024 r. Postępując zgodnie z tym algorytmem, utworzono 97 teoretycznych, odrębnie oszacowanych portfeli, które następnie oceniono pod względem uzyskanej stopy zwrotu (charakter *ex ante* podejmowania decyzji inwestycyjnych). Jako benchmarku użyto indeksu stworzonego z 16 wyselekcjonowanych spółek, w którym każda spółka miała taki sam udział, tj. 6,25% (strategia „kup i trzymaj”). W przeprowadzonym badaniu założono koszty nabywania i zbywania akcji w wysokości 0,5%. Przyjęty w symulacji okres składał się wielu hoss, bess, kryzysów, występowania trendów bocznych, a nawet z nietypowych sytuacji takich jak pandemia. Pozwoliło to na weryfikację skuteczności modelu w różnych sytuacjach rynkowych.

Jako stopę zwrotu wolną od ryzyka (R_f) przyjęto stopę referencyjną NBP. Za indeks rynkowy przyjęto indeks WIG. Kwota początkowa inwestycji to 1000 zł. Odrzucono możliwość krótkiej sprzedaży, którą teoretycznie dopuszcza model stałej korelacji.

5. Uzyskane wyniki

Przy użyciu metody opisanej w części 3 artykułu uzyskano odrębny portfel optymalny dla każdej z faz przyjętej w symulacji. W zależności od panującej sytuacji na rynku utworzony portfel składał się z różnej liczby walorów. W tabeli 1 przedstawiono spółki wraz z odpowiadającymi im udziałami stanowiące portfel optymalny uzyskany przy użyciu modelu stałej korelacji.

TABELA 1

Składowe portfele optymalnych w poszczególnych fazach symulacji

Faza	Skład portfela
1	Brak portfela (dane z fazy 1 posłużyły do utworzenia inwestycji na fazę 2)
2	OPL (29,17%), CDR (26,58%), ACP (18,01%), CMR (15,19%), BDX (8,34%), KGH (2,70%)
3	BHW (99,52%), KGH (0,48%)
4	PEO (100%)

Faza	Skład portfela
5	PKN (29,92%), BHW (29,36%), ING (14,62%), SAN (12,98%), OPL (5,32%), KTY (4,49%), MIL (1,72%), PEO (1,50%), COG (0,09%)
6	ING (87,46%), PEO (12,54%)
7	CMR (69,65%), BHW (30,35%)
8	BDX (64,61%), PXM (24,60%), KTY (10,79%)
9	BHW (26,66%), KTY (21,42%), ING (20,01%), SAN (16,15%), BDX (8,48%), MBK (4,56%), COG (2,72%)
10	ING (59,04%), SAN (21,43%), BDX (6,08%), PXM (4,88%), PEO (4,57%), BHW (4,01%)
11	ING (97,29%), BHW (2,71%)
12	SAN (54,93%), OPL (45,07%)
13	KTY (35,58%), BHW (32,04%), BDX (10,38%), MBK (10,34%), COG (7,36%), KGH (2,95%), MIL (1,35%)
14	ACP (54,51%), KTY (37,68%), CDR (7,81%)
15	KTY (47,93%), CMR (17,38%), PEO (12,56%), ACP (10,63%), COG (10,44%), OPL (1,06%)
16	PXM (19,40%), BDX (15,14%), BHW (13,58%), KGH (11,95%), COG (11,03%), KTY (9,38%), CMR (9,33%)
17	KTY (73,84%), KGH (26,16%)
18	BHW (34,52%), ING (21,41%), BDX (17,65%), PXM (11,73%), CDR (7,43%), COG (7,27%)
19	KTY (56,18%), CMR (43,82%)
20	PXM (27,33%), KGH (25,71%), ACP (17,97%), BDX (13,97%), CMR (9,81%), PKN (5,27%)
21	OPL (56,27%), CMR (32,22%), MIL (6,82%), SAN (4,69%)
22	PKN (28,80%), ING (22,50%), BDX (21,89%), BHW (15,28%), MBK (10,75%), ACP (0,77%)
23	BHW (42,64%), PXM (30,82%), COG (9,70%), KGH (5,96%), PKN (6,56%), MBK (4,32%)
24	KGH (23,71%), MIL (23,46%), PXM (21,49%), ING (11,04%), CMR (6,44%), ACP (5,22%), COG (4,14%), PKN (3,61%), MBK (0,90%)
25	PXM (35,76%), BHW (33,67%), ING (18,18%), KGH (9,44%), ACP (2,95%)

Faza	Skład portfela
26	CMR (40,20%), PXM (25,89%), MIL (12,02%), BDX (7,02%), CDR (6,74%), ING (5,15%), KGH (1,56%), BHW (1,41%)
27	SAN (34,90%), PXM (23,37%), CMR (22,55%), BDX (16,71%), KGH (2,46%)
28	PXM (27,16%), MBK (15,26%), KTY (14,02%), BDX (12,93%), MIL (11,85%), CMR (9,21%), ING (6,70%), COG (2,86%)
29	MBK (24,47%), BHW (22,68%), CMR (19,17%), MIL (13,62%), ACP (9,79%), ING (6,91%), COG (1,72%), OPL (1,63%)
30	MIL (22,93%), BDX (22,51%), ACP (20,02%), PXM (18,66%), MBK (13,27%), COG (2,61%)
31	ING (49,57%), KTY (14,79%), BHW (14,06%), PXM (8,18%), CDR (5,56%), KGH (2,96%), ACP (2,52%), PKN (1,86%), BDX (0,50%)
32	KGH (76,87%), CDR (23,13%)
33	BDX (72,51%), OPL (27,49%)
34	COG (100%)
35	CDR (100%)
36	ING (80,77%), OPL (19,23%)
37	CDR (100%)
38	BDX (75,21%), KGH (23,69%), COG (1,10%)
39	ING (39,51%), KGH (17,27%), BHW (13,24%), KTY (11,82%), BDX (10,81%), CDR (4,57%), COG (2,79%)
40	ING (40,41%), BHW (24,67%), KTY (21,13%), SAN (9,71%), CDR (4,08%)
41	CMR (38,85%), KTY (30,73%), ING (17,42%), SAN (8,15%), KGH (2,66%), BHW (2,18%)
42	PXM (38,77%), BDX (38,53%), BHW (11,30%), COG (6,37%), CMR (5,02%)
43	CDR (100%)
44	BHW (46,44%), OPL (30,42%), KGH (12,76%), CDR (6,24%), ING (3,21%), KTY (0,93%)
45	KGH (39,85%), KTY (34,98%), BDX (11,69%), MBK (5,52%), ING (5,39%), BHW (2,58%)
46	SAN (56,28%), CMR (11,77%), MIL (9,53%), COG (5,85%), BDX (5,05%), BHW (4,55%), PKN (3,60%), MBK (3,36%)

Faza	Skład portfela
47	KGH (57,62%), COG (42,38%)
48	OPL (100%)
49	ACP (41,64%), CDR (19,58%), PXM (17,28%), CMR (14,31%), KTY (7,18%)
50	BDX (16,75%), CMR (12,23%), MIL (11,37%), ING (11,05%), SAN (10,20%), KTY (10,18%), CDR (8,98%), KGH (7,33%), COG (7%), BHW (4,90%)
51	MBK (43,07%), BHW (33,14%), SAN (23,04%), ACP (0,75%)
52	SAN (38,52%), KGH (24,16%), CMR (21,49%), PKN (12,20%), BDX (3,62%)
53	KTY (23,97%), KGH (17,87%), ING (16,69%), BDX (16,31%), CDR (12,65%), MIL (12,51%)
54	CMR (34,14%), CDR (23,27%), BDX (20,00%), MIL (11,91%), MBK (3,33%)
55	CDR (29,26%), SAN (26,45%), BDX (26,21%), OPL (18,07%)
56	CDR (49,63%), KTY (22,57%), MIL (18,18%), PEO (6,36%), ACP (2,36%), BHW (0,92%)
57	BDX (32,43%), CDR (22,76%), OPL (17,01%), CMR (14,20%), KTY (13,59%)
58	COG (40,89%), MIL (35,12%), ING (13,56%), OPL (10,43%)
59	KGH (65,73%), BHW (23,50%), KTY (6,93%), ING (3,84%)
60	OPL (25,28%), ACP (22,61%), KTY (19,03%), ING (15,09%), CMR (8,64%), BDX (6,31%), CDR (2,92%), BHW (0,13%)
61	PKN (64,09%), ACP (25,54%), KTY (10,37%)
62	CDR (29,12%), BDX (27,29%), ACP (17,36%), PKN (11,48%), OPL (8,33%), COG (3,85%), CMR (2,57%)
63	PKN (48,38%), CMR (23,18%), CDR (11,96%), BDX (9,40%), PXM (6,06%), ACP (1,02%)
64	BDX (63,95%), CDR (36,05%)
65	KTY (59,16%), ACP (35,28%), PKN (5,56%)
66	BHW (31,90%), COG (19,06%), CDR (15,02%), CMR (11,59%), ACP (11,37%), PEO (11,05%)
67	CMR (65,13%), CDR (21,54%), ING (13,33%)
68	KTY (23,52%), CMR (19,65%), BDX (17,39%), CDR (15,96%), ING (13,61%), OPL (6,21%), COG (3,67%)

Faza	Skład portfela
69	PKN (48,42%), CDR (33,29%), KGH (13,58%), ING (4,71%)
70	CDR (34,27%), CMR (29,35%), BDX (21,37%), PXM (5,80%), PKN (3,69%), KGH (2,85%), MIL (2,66%)
71	MBK (32,99%), OPL (32,63%), CDR (21,96%), MIL (7,76%), PKN (4,66%)
72	ING (72,20%), CDR (18,00%), PKN (7,80%), OPL (1,27%), KGH (0,73%)
73	BHW (39,51%), MIL (33,21%), CMR (13,44%), SAN (9,91%), OPL (3,93%)
74	CDR (100%)
75	KTY (25,38%), ACP (22,24%), PKN (21,28%), CMR (16,81%), COG (6,90%), MBK (2,78%), MIL (2,65%), CDR (1,51%)
76	BDX (41,34%), OPL (39,54%), PKN (19,12%)
77	BDX (25,89%), CDR (17,14%), KGH (16,42%), COG (15,65%), ACP (9,12%), OPL (8,86%), ING (6,92%)
78	ING (34,72%), OPL (29,19%), ACP (19,20%), CDR (11,80%), KTY (5,10%)
79	CDR (57,95%), PKN (42,05%)
80	BDX (28,28%), KTY (22,07%), ACP (19,73%), OPL (14,03%), CDR (7,78%), CMR (4,76%), KGH (1,77%), MBK (1,60%)
81	CDR (100%)
82	BDX (22,54%), KTY (22,20%), PXM (17,99%), CDR (17,88%), COG (11,27%), ACP (5,57%), KGH (2,55%)
83	KGH (37,05%), KTY (28,53%), BDX (15,91%), OPL (9,45%), COG (9,06%)
84	KGH (38,14%), BDX (26,53%), COG (17,61%), PXM (13,72%), ING (4,01%)
85	COG (38,51%), CMR (28,08%), KTY (22,39%), PXM (5,51%), MBK (3,18%), PEO (2,32%)
86	ACP (29,43%), KTY (19,31%), PEO (15,56%), MBK (14,62%), CMR (9,53%), PKN (9,04%), BHW (1,82%), COG (0,68%)
87	OPL (32,19%), ING (19,82%), MIL (19,74%), ACP (17,93%), MBK (5,66%), COG (3,80%), SAN (0,86%)
88	BHW (35,33%), ING (27,88%), PEO (11,73%), SAN (9,76%), MIL (8,64%), OPL (6,48%), PEO (0,17%)
89	COG (50,82%), KGH (49,18%)

Faza	Skład portfela
90	BDX (100%)
91	CDR (83,82%), BDX (16,18%)
92	BHW (23,06%), COG (19,95%), PEO (17,68%), PXM (16,42%), BDX (6,19%), MIL (3,79%), MBK (3,76%), CDR (3,74%), SAN (2,84%), CMR (2,57%)
93	COG (45,41%), KTY (26,30%), BDX (18,85%), SAN (9,44%)
94	KTY (26,45%), BDX (23,33%), BHW (19,94%), CDR (12,32%), SAN (11,05%), PEO (5,57%), MIL (0,78%), ACP (0,57%)
95	OPL (55,13%), KTY (28,62%), BDX (16,25%)
96	CMR (27,66%), BHW (21,26%), SAN (16,82%), MIL (11,99%), BDX (11,13%), ING (6,52%), PEO (2,76%), OPL (1,52%), COG (0,33%)
97	MBK (50,68%), CMR (18,48%), ING (18,43%), MIL (9,65%), BDX (2,75%)

Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie informacji zawartych w tabeli 1 można zauważyć, że w każdej fazie utworzono portfel optymalny. Zgodnie z modelem teoretycznie istnieje możliwość, że w danym okresie żaden walor nie znajdzie się w portfelu. Należy wówczas posiadane środki przeznaczyć na inwestycję w aktywa wolne od ryzyka. W dziewięciu przypadkach portfel składał się z akcji jednej spółki. Maksymalna liczba spółek w jednym portfelu to 10, sytuacja taka miała miejsce dwukrotnie (w fazie 50 i 92). W symulacji przyjęto całkowicie automatyczne podejście i nawet w sytuacji, gdy udział danej spółki w portfelu stanowił mniej niż 1%, i tak taką spółką włączano do portfela.

Tabela 2 przedstawia uzyskane stopy zwrotu z benchmarku, z portfela powstałego przy użyciu modelu stałej korelacji oraz z indeksu WIG w poszczególnych fazach oraz stopy zwrotu z całego okresu. Ponadto tabela zawiera wartości trzech teoretycznych portfeli, po każdej z faz (przyjmując wartość początkową portfela 1000 zł). Otrzymane wyniki przedstawiono na rysunku 1.

TABELA 2

Stopy zwrotu z portfeli optymalnych oraz z benchmarku oraz wartości inwestycji po kolejnych fazach symulacji

Faza	Stopa zwrotu z portfela optymalnego	Wartość inwestycji (model)	Stopa zwrotu z benchmarku	Wartość inwestycji (benchmark)	Stopa zwrotu z WIG	Wartość inwestycji (WIG)
1		1000		1000		1000,00
2	-22,23%	777,7	-13,20%	868	-7,59%	924,11
3	-29,42%	548,9	-18,10%	710,89	-14,05%	794,25
4	12,22%	615,98	5,70%	751,41	5,72%	839,65
5	-10,15%	553,45	-16,68%	626,08	-17,64%	691,52
6	2,83%	569,12	-8,03%	575,8	-5,13%	656,07
7	-25,63%	423,25	-14,04%	494,96	-14,73%	559,40
8	6,57%	451,06	-14,04%	425,47	17,09%	654,98
9	12,92%	509,34	7,42%	457,04	7,93%	706,93
10	2,52%	522,17	-7,76%	421,57	-5,55%	667,72
11	-1,99%	511,78	-13,22%	365,84	-9,83%	602,06
12	6,62%	545,66	11,13%	406,56	12,26%	675,89
13	-9,16%	495,68	-3,41%	392,69	-4,23%	647,32
14	30,41%	646,41	19,99%	471,19	16,19%	752,14
15	32,22%	854,69	25,27%	590,26	20,91%	909,42
16	6,72%	912,12	3,85%	612,99	7,71%	979,50
17	0,16%	913,58	19,42%	732,03	14,65%	1122,99
18	-8,24%	838,3	-4,68%	697,77	0,33%	1126,71
19	4,01%	871,92	13,14%	789,46	5,51%	1188,74
20	0,06%	872,44	5,58%	833,51	5,42%	1253,12
21	-1,99%	855,08	1,70%	847,68	2,37%	1282,85
22	2,98%	880,56	2,86%	871,93	3,90%	1332,91
23	9,89%	967,65	18,04%	1029,22	19,30%	1590,20
24	19,23%	1153,73	7,56%	1107,03	5,32%	1674,87

Faza	Stopa zwrotu z portfela optymalnego	Wartość inwestycji (model)	Stopa zwrotu z benchmarku	Wartość inwestycji (benchmark)	Stopa zwrotu z WIG	Wartość inwestycji (WIG)
25	17,45%	1355,06	19,64%	1324,45	12,98%	1892,19
26	9,79%	1487,72	3,19%	1366,7	1,05%	1912,16
27	21,35%	1805,34	15,38%	1576,9	8,38%	2072,48
28	61,54%	2916,35	46,44%	2309,21	14,44%	2371,66
29	26,29%	3683,06	18,81%	2743,57	14,11%	2706,29
30	18,14%	4351,17	16,45%	3194,89	14,87%	3108,68
31	-7,96%	4004,82	-8,33%	2928,76	-8,64%	2840,10
32	-15,93%	3366,85	-8,57%	2677,76	-7,82%	2618,03
33	-7,96%	3098,85	-17,10%	2219,87	-13,72%	2258,73
34	-36,21%	1976,76	-17,06%	1841,16	-14,30%	1935,76
35	-23,44%	1513,4	-5,24%	1744,68	-9,18%	1757,97
36	-17,24%	1252,49	-27,17%	1270,65	-27,13%	1280,99
37	-9,03%	1139,39	-11,99%	1118,3	-11,72%	1130,80
38	26,46%	1440,88	30,79%	1462,62	26,56%	1431,09
39	44,87%	2087,4	28,13%	1874,06	23,54%	1767,99
40	16,02%	2421,8	6,91%	2003,56	6,40%	1881,17
41	2,02%	2470,72	7,58%	2155,43	6,15%	1996,93
42	-11,78%	2179,67	-6,44%	2016,62	-7,19%	1853,25
43	107,91%	4531,75	19,30%	2405,82	14,84%	2128,20
44	6,03%	4805,01	5,57%	2539,83	4,98%	2234,20
45	1,52%	4878,05	19,00%	3022,4	2,61%	2292,53
46	0,82%	4918,05	-2,08%	2959,53	-0,65%	2277,69
47	-24,97%	3690,01	-22,97%	2279,73	-20,96%	1800,38
48	0,63%	3713,26	5,64%	2408,3	-1,76%	1768,71
49	6,88%	3968,73	11,96%	2696,34	9,77%	1941,44
50	-12,54%	3471,05	-8,92%	2455,82	-1,11%	1919,98

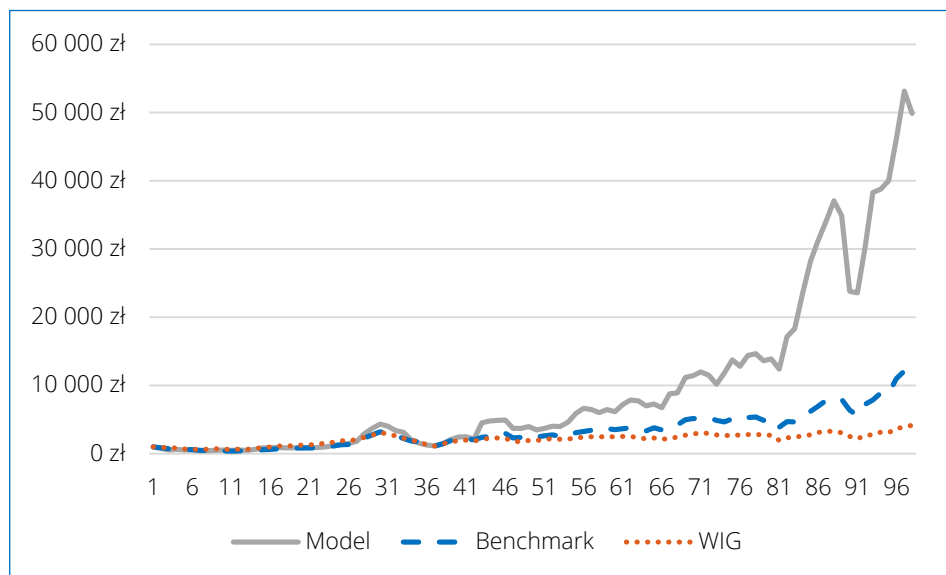
Faza	Stopa zwrotu z portfela optymalnego	Wartość inwestycji (model)	Stopa zwrotu z benchmarku	Wartość inwestycji (benchmark)	Stopa zwrotu z WIG	Wartość inwestycji (WIG)
51	6,94%	3711,94	6,63%	2618,64	7,18%	2057,77
52	7,92%	4005,93	5,70%	2767,91	8,51%	2232,82
53	-0,89%	3970,28	-6,79%	2579,97	-4,87%	2124,00
54	15,58%	4588,85	2,16%	2635,69	-0,89%	2105,19
55	28,15%	5880,61	16,13%	3060,83	12,41%	2366,49
56	13,09%	6650,38	5,66%	3234,07	1,95%	2412,71
57	-3,07%	6446,21	6,26%	3436,53	2,12%	2463,95
58	-6,80%	6007,87	-3,03%	3332,4	-0,84%	2443,32
59	7,27%	6444,64	9,75%	3657,31	5,67%	2581,80
60	-4,49%	6155,28	-3,93%	3513,58	-6,31%	2418,91
61	17,05%	7204,75	4,77%	3681,17	5,20%	2544,77
62	8,98%	7851,74	3,15%	3797,13	-1,41%	2508,90
63	-1,66%	7721,4	-3,91%	3648,66	-6,57%	2344,04
64	-9,36%	6998,68	-8,57%	3335,97	-6,74%	2186,09
65	4,02%	7280,02	13,58%	3789	5,49%	2306,06
66	-7,64%	6723,83	-7,62%	3500,28	-8,71%	2105,23
67	30,71%	8788,72	15,08%	4028,12	5,22%	2215,15
68	1,53%	8923,18	4,22%	4198,1	9,92%	2434,81
69	25,17%	11169,15	18,84%	4989,03	11,90%	2724,48
70	2,45%	11442,79	3,25%	5151,17	5,37%	2870,66
71	4,94%	12008,07	0,32%	5167,66	5,36%	3024,56
72	-4,21%	11502,53	1,04%	5221,4	-0,85%	2998,99
73	-11,48%	10182,04	-6,89%	4861,64	-8,42%	2746,41
74	16,14%	11825,42	-3,83%	4675,44	-4,15%	2632,42
75	16,28%	13750,6	8,81%	5087,35	5,40%	2774,51
76	-6,95%	12794,93	-4,58%	4854,35	-2,18%	2714,09

Faza	Stopa zwrotu z portfela optymalnego	Wartość inwestycji (model)	Stopa zwrotu z benchmarku	Wartość inwestycji (benchmark)	Stopa zwrotu z WIG	Wartość inwestycji (WIG)
77	12,47%	14390,46	9,05%	5293,67	3,43%	2807,13
78	1,90%	14663,88	1,40%	5367,78	0,87%	2831,56
79	-7,06%	13628,61	-9,22%	4872,87	-4,76%	2696,68
80	1,76%	13868,47	7,89%	5257,34	0,89%	2720,79
81	-10,55%	12405,35	-25,71%	3905,68	-28,03%	1958,26
82	38,29%	17155,36	20,05%	4688,77	19,09%	2332,02
83	6,83%	18327,07	-1,19%	4632,97	-0,32%	2324,60
84	28,55%	23559,44	17,97%	5465,51	15,41%	2682,82
85	19,66%	28191,23	13,00%	6176,03	1,85%	2732,49
86	10,96%	31280,99	12,97%	6977,06	13,75%	3108,18
87	9,05%	34111,92	11,94%	7810,12	6,47%	3309,24
88	8,65%	37062,6	2,13%	7976,48	-1,49%	3260,10
89	-5,82%	34905,56	-0,47%	7938,99	-6,34%	3053,29
90	-31,79%	23809,08	-19,89%	6359,92	-17,45%	2520,40
91	-1,00%	23570,99	-11,75%	5612,63	-14,19%	2162,72
92	28,41%	30267,51	28,72%	7224,58	25,00%	2703,38
93	26,43%	38267,21	8,98%	7873,35	1,99%	2757,29
94	1,31%	38768,51	13,18%	8911,06	14,80%	3165,39
95	3,21%	40012,98	-0,84%	8836,2	-2,80%	3076,67
96	15,29%	46130,96	24,19%	10973,68	19,97%	3691,21
97	15,21%	53147,48	10,66%	12143,48	5,46%	3892,83
98	-6,13%	49889,54	2,48%	12444,63	7,09%	4168,90
Stopa zwrotu w całym okresie	4889%		1144%		317%	

Źródło: opracowanie własne.

RYSUNEK 1

Wartości inwestycji uzyskane z modelu, z benchmarku oraz z indeksu WIG



Źródło: opracowanie własne.

Wszystkie zastosowane strategie w symulacji doprowadziły do uzyskania dodatniej stopy zwrotu w całym badanym okresie (odpowiednio 4889% dla portfela optymalnego uzyskanego przy użyciu modelu, 1144% dla benchmarku oraz 317% dla indeksu WIG). Uzyskana stopa zwrotu z portfeli optymalnych znacznie przewyższa tą uzyskaną ze strategii „kup i trzymaj”, nie wspominając już o stopie zwrotu z indeksu WIG. Fazy z dodatnią stopą zwrotu wynosiły odpowiednio 63 – model, 60 – benchmark i 57 – WIG. W tym kontekście różnica nie jest aż tak znacząca. Może to oznaczać, że model stałej korelacji pozwala typować spółki do portfela, które w danym momencie dają lepszą perspektywę wzrostów, a jednocześnie pomijać te spółki, które aktualnie nie charakteryzują się korzystnymi parametrami.

W tabeli 3 przedstawiono najważniejsze statystyki obliczone na podstawie wyników stóp zwrotu uzyskanych dla trzech strategii inwestycyjnych.

TABELA 3

Statystyki stóp zwrotu uzyskane w obu strategiach

Zmienna	Model	Benchmark	WIG
Średnia dla jednej fazy	50,40%	11,79%	3,27%
CAGR kwartalny	4,11%	2,63%	1,48%
Wartość maksymalna	107,91%	46,44%	26,56%
Wartość minimalna	-36,21%	-27,17%	-28,03%
Współczynnik zmienności	338,62%	380,65%	524,28%

Źródło: opracowanie własne.

Większa stopa zwrotu, uzyskana w całym przyjętym okresie przy użyciu modelu stałej korelacji, wpłynęła też na wyższe wartości średniej stopy zwrotu oraz CAGR. W przypadku strategii „kup i trzymaj” w portfelu znajdują się zawsze wszystkie wyselekcjonowane spółki, co praktycznie wyklucza osiąganie ekstremalnych wartości dodatnich i ujemnych (analogicznie dla indeksu WIG). Potwierdzają to otrzymane wyniki. Maksymalne i minimalne wyniki uzyskane we wszystkich fazach dla modelu i benchmarku wynoszą odpowiednio (107,91% vs 46,44% oraz -36,21% vs -27,17%). Oznacza to, że wykorzystując model stałej korelacji w swoich inwestycjach, należy być przygotowanym na większe wahania wartości portfela w obu kierunkach. Mimo zaobserwowania skrajnych wartości (dodatnich i ujemnych) w symulacji przy użyciu modelu współczynnik zmienności stóp zwrotu uzyskał wyższą wartość w przypadku benchmarku i najwyższą dla inwestycji w indeks WIG. Przy czym we wszystkich przypadkach zaobserwowana zmienność jest na bardzo wysokim poziomie, co potwierdza znaczne wahania występujące na polskim rynku akcji.

4. Podsumowanie

Współczesna teoria portfelowa wzbudziła żywe zainteresowanie w świecie naukowym. Początkowo ograniczeniem była konieczność wykonania znacznej liczby stosunkowo skomplikowanych obliczeń. Model stałej korelacji zaproponowany w latach 70. XX w. nieco upraszczał cały proces kalkulacyjny. Obecnie duża liczba obliczeń nie stanowi już wyzwania dla badaczy, a mimo to ów model

cały czas może stanowić wsparcie w procesie tworzenia portfela optymalnego na rynku kapitałowym.

Wyniki uzyskane przy użyciu modelu stałej korelacji – dla przyjętego okresu badawczego, na polskim rynku akcji – okazały się lepsze niż te, które uzyskano przy wykorzystaniu strategii „kup i trzymaj”. Stopa zwrotu w całym okresie – a co za tym idzie również średnia stopa zwrotu – okazała się ponad 4 razy wyższa dla modelu niż dla benchmarku i ponad 15 razy wyższa w stosunku do stopy zwrotu z indeksu WIG. Wadą stosowania modelu jest występowanie skrajnych wyników w poszczególnych fazach, więc potencjalny inwestor musi nastawić się na większe wahania wartości portfela. Ryzyko przy zastosowaniu modelu stałej korelacji, mierzone współczynnikiem zmienności stóp zwrotu w okresach, okazało się niższe niż w przypadku benchmarku i indeksu WIG. Ostatecznie przeprowadzona symulacja pozwala więc pozytywnie zweryfikować postawioną w artykule hipotezę: model stałej korelacji jest użytecznym narzędziem w kontekście tworzenia portfela inwestycyjnego.

Zaproponowany model stałej korelacji w przeprowadzonej symulacji jest stosunkowo łatwym narzędziem, a mimo to pozwolił uzyskać znacznie wyższą stopę zwrotu z inwestycji niż benchmark. Przeprowadzone badanie powinno stanowić wstęp do dalszych analiz takiego rodzaju. Można postulować porównanie wyników z wykorzystaniem innych modeli lub uwzględnić w transakcjach dodatkowe aspekty, a nie postępować wyłącznie mechanicznie, stosując wskazania wynikające z modelu. Zaproponować można również zweryfikowanie skuteczności modelu na innych rynkach akcyjnych lub zbadać jego skuteczność w zależności od faz cyklu koniunkturalnego.

Narzędzie zaproponowane przez Eltona i Grubera charakteryzuje się prostotą i redukcją liczby parametrów, ale nie jest rozwiązaniem idealnym. Model ten umożliwia efektywne szacowanie ryzyka w warunkach ograniczonych danych, jednak jego głównym ograniczeniem jest nierealistyczne uproszczenie struktury współzależności między aktywami, nieuwzględniające zmienności korelacji w czasie ani zróżnicowania sektorowego i klasowego. W konsekwencji CCM może prowadzić do błędnej oceny ryzyka i nieoptymalnych decyzji inwestycyjnych, zwłaszcza w złożonych lub dynamicznych warunkach rynkowych. Pomimo tych ograniczeń model pozostaje użytecznym punktem odniesienia w bada-

niach porównawczych oraz w analizach, w których kluczowe znaczenie ma ograniczona dostępność danych historycznych. Dla inwestorów model stałej korelacji może stanowić narzędzie wstępne, podstawowe, dające zadowalające efekty. Jest to rozwiązanie proste, efektywne dla ograniczonych warunków, ale niewystarczające w profesjonalnym zarządzaniu dużym, zróżnicowanym portfelem. Może być wykorzystywane jako szybka metoda pomocnicza lub jako odnośnik do testowania bardziej złożonych metod tworzenia portfeli inwestycyjnych.

Literatura

- Cui J., Cheng Ch., 2022, *Modern Portfolio Theory and Application in Australia*, „Journal of Economics, Business and Management”, nr 10(2), s. 128–132, DOI: 10.18178/joebm.2022.10.2.686.
- Curtis G., 2004, *Modern Portfolio Theory and Behavioral Finance*, „The Journal of Wealth Management”, nr 7(2), s. 16–22, DOI: 10.3905/jwm.2004.434562.
- Czapiewski P., 2011, *Model stałej korelacji w optymalizacji portfela inwestycyjnego na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie*, „Studia i prace Kolegium Zarządzania i Finansów”, nr 112, s. 83–98.
- Elton E., Gruber M., Padberg M., 1976, *Simple Criteria for Optimal Portfolio Selection*, „The Journal of Finance”, nr 31(5), s. 1341–1357, DOI: 10.1111/j.1540-6261.1976.tb03213.x.
- Elton E., Gruber M., 1998, *Nowoczesna teoria portfelowa i analiza papierów wartościowych*, WIG-Press, Warszawa.
- Fisher L., 1975, *Using Modern Portfolio Theory to Maintain an Efficiently Diversified Portfolio*, „Financial Analysts Journal”, nr 31, s. 73–85, DOI: 10.2469/faj.v31.n3.73.
- Gennadii B., 2020, *Environmental, Social and Governance Exchange-Traded Funds: Do They Attract More Cash Flows Than Their Conventional Counterparts*, College of Engineering TEMEP, Seoul National University.
- Gruber M.J., 2003, *Modern Portfolio Theory*, New York University, https://ncpl.law.nyu.edu/wp-content/uploads/pdfs/2003/Conf2003_Gruber_Final.pdf [data dostępu: 10.07.2024].
- Hawley J., Lukomnik J., 2021, *Moving Beyond Modern Portfolio Theory: Investing that Matters*, Taylor & Francis, London.
- Jacquier E., 2013, *Portfolio Theory and Management*, [w:] *Portfolio Theory and Management*, Baker H.K., Filbeck G. (red.), Oxford, New York.
- Kaszuba B., 2011, *Praktyczne problemy w teorii portfela*, „Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu”, nr 174, s. 381–393.

- Leković M., 2021, *Historical Development of Portfolio Theory*, „Tehnika Manadzment”, nr 71, s. 220–227, DOI: 10.5937/tehnika2102220L.
- Lydenberg S., 2016, *Integrating Systemic Risk into Modern Portfolio Theory and Practice*, „Journal of Applied Corporate Finance”, nr 22(2), s. 56–61, DOI: 10.1111/jacf.12175.
- Manurung A., Machdar N., Sijabat J., Manurung A., 2024, *The Construction of a Portfolio Using Varying Methods and the Effects of Variables on Portfolio Return*, „International Journal of Economics and Financial Issues”, nr 14(1), s. 233–241, DOI: 10.32479/ijefi.15314.
- Manurung A., Sinaga N., Manurung A., 2023, *Construction Portfolio Using Elton Gruber Model: COVID-19*, „Journal of Applied Finance & Banking”, nr 13(4), s. 111–122, DOI: 10.47260/jafb/1346.
- Markowitz H., 1952, *Portfolio Selection*, „Journal of Finance”, nr 7(1), s. 77–91, DOI: 10.2307/2975974.
- Persson J., Lejon C., Kierkegaard K., 2007, *Practical Application of Modern Portfolio Theory*, Jönköping International Business School, Jönköping.
- Putten R., 2023, *Portfolio Selection in Irrational Markets*, Rijksuniversiteit Groningen – EMMAV23, Amsterdam, DOI: 10.13140/RG.2.2.15973.99049.
- Rani A., 2012, *The Modern Portfolio Theory as an Investment Decision Tool*, „International Journal of Management Research and Review”, nr 2(7), s. 1164–1172.
- Rodríguez Y.E., Gómez J.M., Contreras J., 2021, *Diversified Behavioral Portfolio as an Alternative to Modern Portfolio Theory*, „The North American Journal of Economics and Finance”, nr 58, s. 1–15, DOI: 10.1016/j.najef.2021.101508.
- Swisher P., Kasten G.W., 2005, *Post-Modern Portfolio Theory*, „Journal of Financial Planning”, nr 5(9), s. 74–85.

www 1, www.stooq.pl [data dostępu: 10.07.2024].