

Barbara Dudel

## Matematyczne zadania z treścią i przyczyny trudności z nimi związane w klasie III szkoły podstawowej

Głównym sposobem uczenia się matematyki jest rozwiązywanie zadań tekstowych. Jest to źródło doświadczeń logicznych i matematycznych. Bez rozwiązywania zadań nie można nauczyć się matematyki<sup>1</sup>.

Rola zadań tekstowych w nauczaniu matematyki jest znaczna. Zadania tekstowe ułatwiają kształtowanie oraz wyprowadzanie podstawowych pojęć matematycznych z analizy realnych sytuacji życiowych, pozwalają na konkretyzację i pogłębienie rozumienia tych pojęć poprzez odnoszenie ich do różnych sytuacji praktycznych, zawierających aspekty matematyczne<sup>2</sup>.

Ważne jest również to, że zadania tekstowe utrwalają umiejętność wykonywania ustnych i pisemnych obliczeń i, co najważniejsze, uczą twórczego posługiwania się poznanymi prawami i własnościami działań arytmetycznych. Warto również podkreślić, że zadania te sprzyjają wielostronnej aktywizacji i rozwijaniu myślenia, skłaniając uczniów do wykonywania wielu operacji myślowych oraz rozumowań logicznych. Odpowiednio dobrane, stanowią punkt wyjścia do wprowadzenia nowych pojęć, oraz służą do utrwalania i pogłębiania rozumienia pojęć już poznanych.

Zadaniem tekstowym nazywa się takie zadanie szkolne matematyczne, które jest przedstawione w formie zwięzłego tekstu, a wymaga przekształcenia na stosowne równanie lub układ równań<sup>3</sup>. Z gramatycznego punktu widzenia jest to zdanie pytające lub układ zdań zakończonych pytaniem.

<sup>1</sup> E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki*, Warszawa 1994.

<sup>2</sup> M. Cackowska, J. Kakolewicz, M. Pielachowska, *Rozwiązywanie zadań tekstowych w klasach I–III. Poradnik metodyczny*, Warszawa 1993.

<sup>3</sup> J. Pieter, *Psychologia uczenia się*, Warszawa 1961.

Według Zofii Cydzik<sup>4</sup> zadanie tekstowe jest to zagadnienie życiowe określone za pomocą wielkości danych i wielkości poszukiwanej, powiązanych ze sobą zależnościami logicznymi, których ustalenie prowadzi do odpowiedzi na główne pytanie w zadaniu. Składa się więc z sytuacji życiowej i warunków matematycznych, występujących na tle tej sytuacji, które są wyrażone za pomocą danych liczbowych (często słownych) oraz głównego pytania. Ważnym elementem są treści życiowe, które powinny być bliskie uczniom i wiązać się ściśle z ich przeżyciami i doświadczeniami w celu jednoznacznego zrozumienia struktury zadania.

Z kolei Stefan Turnau<sup>5</sup> zadanie tekstowe charakteryzuje jako tekst słowny zawierający wartości pewnych wielkości, związki pomiędzy wielkościami i pytanie lub polecenie. Podsumowując, istotę zadań tekstowych stanowią dane liczbowe i określenia je ze sobą wiążące osadzone w sytuacji opisanej językiem potocznym. W tak skonstruowanym tekście występują wyrażenia, które w sytuacjach naturalnych pełnią podobną rolę do funkcji zmiennych w wyrażeniach matematycznych<sup>6</sup>, dlatego też można wiązać pojęcie zadania tekstowego z pojęciem tekstu matematycznego. Jan Konior przez tekst matematyczny rozumie tekst napisany w języku matematyki, zawierający sformułowania ogólne, charakteryzujące się użyciem zmiennych oraz kwantyfikatorów w formie symbolicznej, słownej bądź domyślnej. Cechą charakterystyczną jest obecność terminów i symboli matematycznych<sup>7</sup>. Autor proponuje wykorzystać uniwersalność języka naturalnego, w którym można zaprezentować niektóre ogólne rozumowania matematyczne, do ukazania drogi przejścia od sytuacji językowych dobrze uczniowi znanych, tj. jego kompetencji lingwistycznych do matematycznego pojęcia zmiennej<sup>8</sup>. Na poziomie klas młodszych do tego celu znakomicie nadają się zadania tekstowe.

Wiele jest rodzajów zadań tekstowych, z którymi spotykają się dzieci już od początku swojej edukacji matematycznej. Wyróżnione one zostały ze względu na rozmaite cechy stanowiące kryterium budowania klasyfikacji. Nawet pobieżna analiza literatury metodycznej daje możliwość odnalezienia różnorodnych kategorii zadań z treścią. Dzielą się one ze względu na:

<sup>4</sup> Z. Cydzik, *Nauczanie matematyki w klasie pierwszej i drugiej szkoły podstawowej*, Warszawa 1986, s. 129.

<sup>5</sup> S. Turnau, *Wykłady o nauczaniu matematyki*, Warszawa 1990.

<sup>6</sup> J. Konior, *Budowa i lektura tekstu matematycznego. Podstawy nauki czytania tekstów matematycznych w szkole*, Katowice 1998, s. 115.

<sup>7</sup> Ibidem, s. 10.

<sup>8</sup> Ibidem, s. 115.

- stopień złożoności zadania (liczba działań potrzebnych do rozwiązania zadania)<sup>9</sup>,
- metodę rozwiązania zadania<sup>10</sup>,
- rodzaj problemu<sup>11</sup>,
- standardowość<sup>12</sup>,
- poziom abstrakcji treści zadania<sup>13</sup>,
- układ danych w zadaniu<sup>14</sup>,
- sposób wyrażenia danych<sup>15</sup>,
- formę, w jakiej zostało przedstawione<sup>16</sup>,
- model matematyczny i tematykę<sup>17</sup>,
- możliwość realizacji określonych celów<sup>18</sup>,
- metodę problemową<sup>19</sup>,
- poziom realizmu<sup>20</sup>.

Rozwiązać zadanie tekstowe, bez względu na jego rodzaj, to powiązać dane i odpowiedzieć na postawione w nim pytanie. Istotę pracy nad rozwiązaniem zadania tekstowego stanowi jego zrozumienie. Zrozumienie znaczenia wszystkich słów i pojęć, liczb i powiązań między nimi. Koniec pierwszego etapu edukacji owocować powinien umiejętnością koncentracji na tekście oraz dobrym opanowaniem technicznej strony procesu czytania. Nauczyciele praktycy zwracają uwagę, że jednym z warunków powodzenia w późniejszej nauce czytania tekstów matematycznych, nie zawsze do końca spełnionych, jest ukształtowana już do pewnego poziomu w klasach młodszych umiejętność lektury analitycznej. W toku takiej lektury czytelnik dokonuje na przemian prób rozbioru i scalania poszczególnych jednostek

<sup>9</sup> T. Sawicki (red.), *Matematyka*, Opole 1997; M. Cackowska, *Rozwiązywanie zadań tekstowych w klasach I–III. Poradnik metodyczny*, Warszawa 1993; S. Turnau, *Zadania tekstowe i stosowanie pojęć matematycznych*, [w:] Z. Semadeni (red.), *Nauczanie początkowe matematyki*, t. 3, Warszawa 1985; B. Gleichgewicht, *Arytmetyczne zadania tekstowe dla nauczycieli klas I–IV*, Warszawa 1988.

<sup>10</sup> Z. Krygowska, *Zarys dydaktyki matematyki*, cz. 1, Warszawa 1969.

<sup>11</sup> S. Turnau, *Zadania tekstowe*, op. cit.; M. Cackowska, *Rozwiązywanie zadań*, op. cit.

<sup>12</sup> B. Gleichgewicht, *Arytmetyczne zadania*, op. cit.

<sup>13</sup> M. Cackowska, *Rozwiązywanie zadań*, op. cit.

<sup>14</sup> Ibidem.

<sup>15</sup> Ibidem.

<sup>16</sup> T. Sawicki, *Matematyka*, op. cit.

<sup>17</sup> Ibidem.

<sup>18</sup> Ibidem.

<sup>19</sup> Z. Krygowska, *Zarys dydaktyki matematyki*, cz. 3, Warszawa 1977.

<sup>20</sup> II. Siwek, *Kształcenie zintegrowane na etapie wczesnoszkolnym. Rola edukacji matematycznej*, Kraków 2004.

tekstu w celu osiągnięcia głębszego rozumienia. Brak tego typu przyzwyczajień może na przykład utrudniać później rozwiązywanie nawet prostych zadań tekstowych<sup>21</sup>.

Trudności, na jakie napotykają uczniowie podczas uczenia się są różnorodne, mają wiele przyczyn. Najczęściej grupuje się je w trzy kategorie: czynniki społeczno-ekonomiczne, biologiczno-psychologiczne i pedagogiczne<sup>22</sup>. Rozwiązywanie matematycznych zadań z treścią stanowi jeden z obszarów aktywności intelektualnej ucznia, a podstawowy dla uczenia się matematyki. Trudności w rozwiązywaniu zadań tekstowych związane są głównie z procesem myślenia i całościowym stanem wiedzy matematycznej uczniów<sup>23</sup>.

Przedmiotem zainteresowania uczyniono wybrane umiejętności ucznia, które są podstawowe dla pracy nad zadaniem tekstowym a mieszczą się w drugiej grupie czynników przyczyniających się do powstawania trudności w uczeniu się i ich związek z rozwiązywaniem zadań z treścią.

Celem badań było sprawdzenie, w jakim stopniu rozwiązywanie zadań z treścią zależne jest od umiejętności czytania ze zrozumieniem, umiejętności liczenia oraz poziomu operacyjności myślenia ucznia klasy III szkoły podstawowej. W badaniach uczestniczyła 75-osobowa grupa uczniów klas III.

Do zebrania materiału badawczego wykorzystano Test czytania M. Plenkiewicz<sup>24</sup>, Test DMI<sup>25</sup> oraz testy rachunkowe i badający poziom umiejętności rozwiązywania zadań z treścią sporządzone na użytek badań<sup>26</sup>. Aby określić poziom umiejętności rozwiązywania zadań tekstowych przyjęto, że osoby, które uzyskały 10 i mniej punktów lokują się na najniższym poziomie osiągnięć w badanym obszarze.

Zebrane dane dotyczące umiejętności czytania ze zrozumieniem pokazują smutny obraz poziomu umiejętności uczniów. Tylko nieco ponad

<sup>21</sup> J. Konior, *Budowa i lektura tekstu matematycznego. Podstawy nauki czytania tekstów matematycznych w szkole*, Katowice 1988, s. 33.

<sup>22</sup> A. Karpińska, *Długoroczność. Pedagogiczne wyzwanie dla współczesności*, Białystok 1999.

<sup>23</sup> E. Stucki, *Metodyka nauczania matematyki w klasach niższych, cz. 3*, Bydgoszcz 1994.

<sup>24</sup> M. Lenkiewicz, *Sprawdzanie osiągnięć uczniów, testy czytania*, Bydgoszcz 1997.

<sup>25</sup> M. Matczak, *Testy operacyjności myślenia, diagnoza możliwości intelektualnych dziecka*, Warszawa 2001.

<sup>26</sup> M. Zaremba, *Trudności uczniów klas trzecich w rozwiązywaniu zadań tekstowych*, niepublikowana praca magisterska, napisana w Zakładzie Pedagogiki Przedszkolnej i Wczesnoszkolnej pod kierunkiem autorki artykułu, Białystok 2006.

1/5 badanej grupy wykazało się bardzo dobrym i dobrym poziomem umiejętności czytania ze zrozumieniem, blisko połowa uczniów prezentuje, niestety, średni poziom badanej umiejętności. Aż 32% badanej grupy trzecioklasistów nie potrafiło odpowiedzieć na postawione w teście pytania. W większości dzieci nie umiały wyjaśnić i ocenić informacji zawartych w przeczytanym tekście. Najwięcej problemów sprawiały im zadania wymagające czynności projektujących. Nie wyodrębniały również konkretnych faktów i zdarzeń oraz związków przyczynowo-skutkowych między przedstawianymi zdarzeniami. Kłopoty miały też z uchwyceniem idei czytanego utworu. Najsprawniej poradziły sobie z zadaniami zamkniętymi, natomiast pytania otwarte okazały się być trudnymi.

Zestawiając ze sobą dane dotyczące umiejętności czytania ze zrozumieniem z wynikami testu umiejętności rozwiązywania zadań tekstowych, widać wyraźnie, że osoby, które uzyskały najmniej punktów z testu czytania, otrzymały również najniższą liczbę punktów z testu rozwiązania zadań tekstowych. Oznacza to, że kłopoty, jakie mieli z uchwyceniem sensu czytanego tekstu znalazły swoje odbicie w procesie rozwiązywania zadań matematycznych.

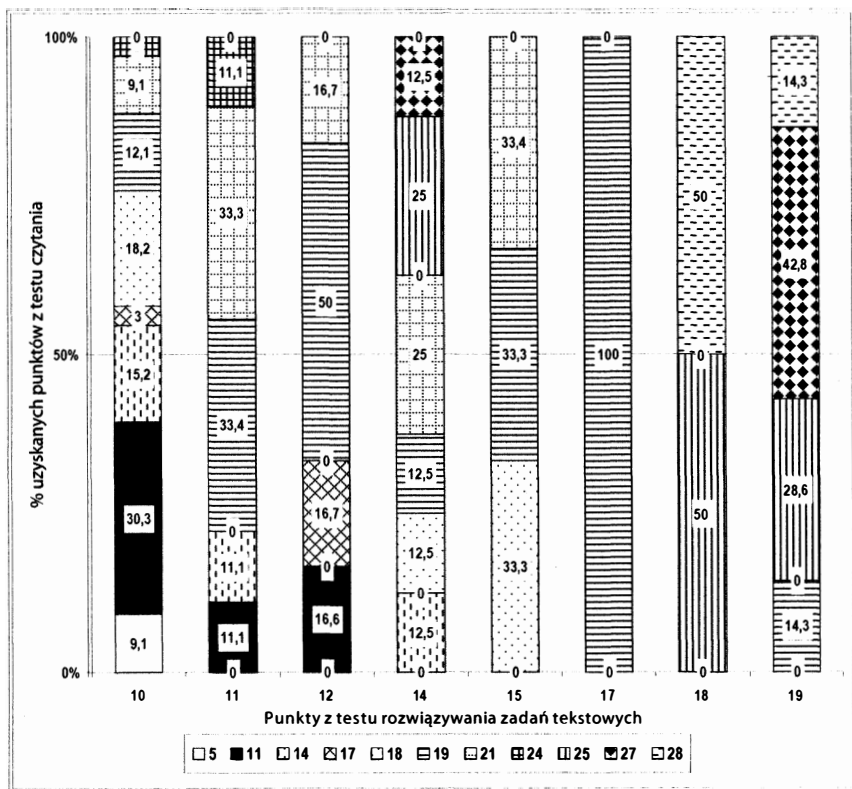
Niewielką grupę stanowiły osoby, które uzyskały wysoką liczbę punktów z testu rozwiązywania zadań tekstowych i testu czytania ze zrozumieniem. Wynika stąd, że uczniowie którzy opanowali umiejętność rozumienia czytanego tekstu nie mieli większych problemów z rozwiązywaniem zadań matematycznych.

Dane zilustrowane na wykresie 1 wyraźnie wskazują, że wraz ze wzrostem liczby punktów uzyskanych w teście czytania wzrasta także liczba poprawnie rozwiązanych zadań tekstowych. Analiza statystyczna wykazała, że rozwiązywanie zadań tekstowych w wysokim stopniu ( $C=0,72$ ) związane jest z umiejętnością czytania ze zrozumieniem.

Liczenie jest niezbędną umiejętnością rachunkową warunkującą osiągnięcie przez dziecko zdolności do uczenia się matematyki. Jest podstawową umiejętnością, jaką uczeń ma opanować w trakcie trzech pierwszych lat nauki w szkole. Bez tej sprawności nie da się także rozwiązać zadania z treścią, gdyż konieczne jest ułożenie formuły matematycznej i dokonanie obliczeń, czy to w zakresie dodawania, odejmowania, czy mnożenia i dzielenia.

Zebrane wyniki z testów liczenia pozwalają na stwierdzenie, że badana grupa trzecioklasistów dobrze radzi z wykonywaniem obliczeń arytmetycznych (średnia liczba uzyskanych punktów 23,03 na 30 punktów możliwych do zdobycia, dominanta – 27).

Wykres 1. Zależność pomiędzy umiejętnością czytania ze zrozumieniem a rozwiązywaniem zadań tekstowych



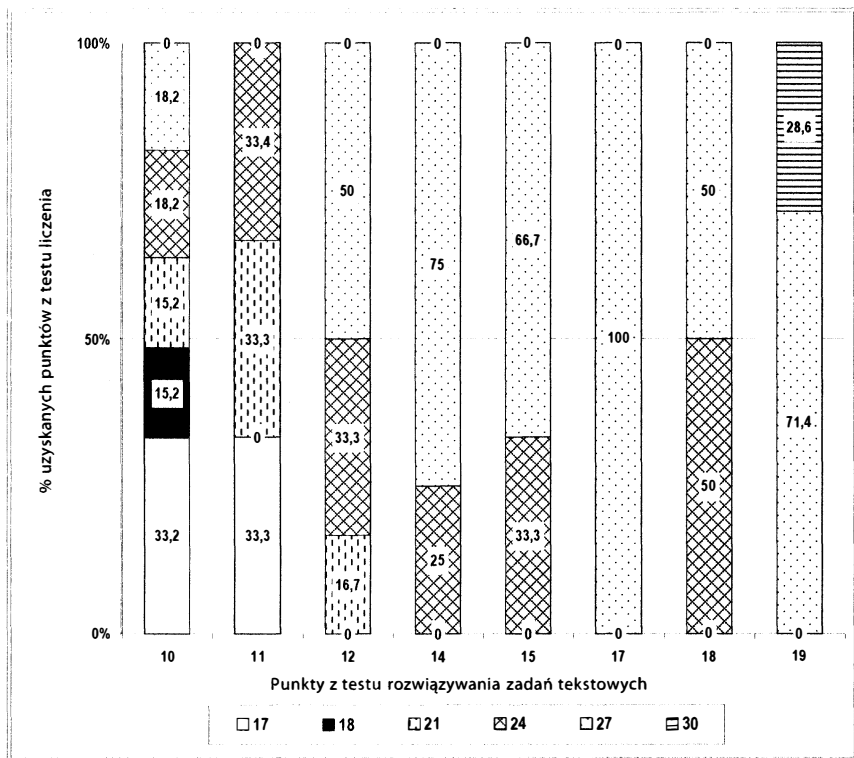
Źródło: Badania własne.

Połowa z tych osób, które miały największe problemy z rozwiązaniem zadań tekstowych, osiągnęła również najniższe oceny z testu liczenia (wykres 2). Wynika stąd, że umiejętność liczenia ma związek z poprawnością rozwiązywania zadań.

Zastosowane techniki statystyczne ujawniły istnienie związku w stopniu umiarkowanym ( $C=0,6$ ) między umiejętnością liczenia trzecio-klasistów a umiejętnością rozwiązywania zadań tekstowych

Uczenie się matematyki, a zwłaszcza rozwiązywanie zadań tekstowych, wymaga od dziecka operacyjnego rozumowania na poziomie konkretnym. Niski poziom możliwości intelektualnych może być przyczyną trudności

Wykres 2. Zależność pomiędzy umiejętnością liczenia a rozwiązywaniem zadań tekstowych

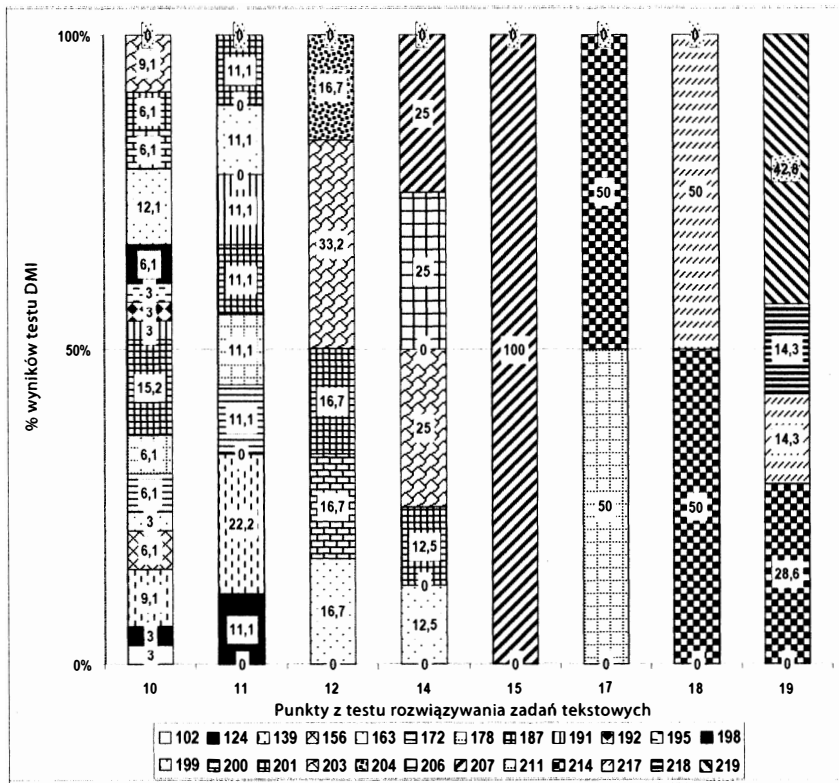


Źródło: Badania własne.

w rozwiązywaniu zadań, gdyż uczniowie nie potrafią jeszcze oderwać się od konkretów i przejść na wyższy poziom myślenia. Nie zawsze potrafią dostrzec związku przyczynowo-skutkowe.

Zbrane za pomocą Testu DMI dane empiryczne pokazują, że badani uczniowie osiągnęli podobne rezultaty w obydwu podtestach (Klasy i Relacje), lokujące się na przeciętnym poziomie, co oznacza, że w zdecydowanej większości (63%) respondenci charakteryzują się przeciętnymi możliwościami intelektualnymi. Dzieci dość dobrze poradziły sobie z dostrzeżeniem i zrozumieniem zależności logicznych. Niewielka grupa uczniów (24%) znalazła się na poziomie wysokim i bardzo wysokim. Niezbyt

**Wykres 3. Zależność pomiędzy operacyjnością myślenia uczniów klas III a trudnościami w rozwiązywaniu zadań tekstowych**



Źródło: Badania własne.

liczną grupę (10,7%) stanowiły dzieci, które w ogóle nie zdołały rozwiązać tego testu, albo sprawił im dużą trudność. Dane zilustrowane na wykresie 3 ujawniły istnienie zależności pomiędzy operacyjnością myślenia uczniów klas III a trudnościami, na jakie napotkali przy rozwiązywaniu zadań z treścią. Najliczniejszą grupę stanowili uczniowie, którzy wykazali się średnimi możliwościami intelektualnymi (od 139 do 204 pkt.) i uzyskali najmniejszą liczbę punktów (od 10 do 12 pkt.) z testu rozwiązywania zadań tekstowych. Natomiast te dzieci, które znalazły się na wysokim poziomie rozumowania (od 211 do 219 pkt.) wykazały się także najwyższymi wynikami (od 18 do 19 pkt.) uzyskanymi podczas rozwiązywania zadań.



Analizując wykres 3 można wnioskować, że ta grupa uczniów, która osiągnęła operacyjne rozumowanie na poziomie wysokim, dość dobrze poradziła sobie z rozwiązaniem zadań tekstowych. Trudności w tym zakresie mieli jednak uczniowie, którzy wykazali się niższymi zdolnościami intelektualnymi. Potwierdza to, że stosowanie operacyjnego rozumowania jest warunkiem koniecznym do zrozumienia sensu matematycznego wielu zadań tekstowych<sup>27</sup>.

Zastosowane techniki statystyczne potwierdzają istnienie silnego związku ( $C = 0,83$ ) między poziomem operacyjności myślenia uczniów klas trzecich a trudnościami w rozwiązywaniu zadań tekstowych.

Przeprowadzone badania pozwalają na sformułowanie kilku wniosków, dotyczących pomocy uczniom, którzy mają trudności w rozwiązywaniu zadań tekstowych.

1. Jako, że niezrozumienie czytanego tekstu może wynikać z niejasnego dziecku słownictwa lub ze słabej techniki czytania, nauczyciel powinien tak dobrać zadanie i jego treść, aby była ona dziecku bliska i interesująca, osadzona w jego świecie, a przez to bardziej zrozumiała.

2. Często zdarza się, że dzieci widzą w zadaniu tylko liczby i wykorzystując swoje umiejętności rachunkowe szybko je rozwiązują nie umiając wyjaśnić zależności pomiędzy danymi i szukaną. W takim przypadku niezbędne są czynności manipulacyjne, które wynikają z treści zadania. Zadanie trzeba „zrobić”.

3. Wskazane jest przestrzeganie trzech zasad sformułowanych przez Edyta Gruszczyk-Kolczyńska w pracy z uczniem mającym trudności: zasada stawiania zadań i wymagań w „strefie najbliższego rozwoju”, zasada opieki wychowawczej i współpracy z dorosłymi oraz zasada akceptacji i dobrego kontaktu<sup>28</sup>.

Nie należy poddawać w wątpliwość znaczenia zadań tekstowych oraz zadań problemowych we wczesnej edukacji dziecka. Rozwiązywanie problemów jako strategia uczenia się, staje się powoli podstawą tejże edukacji w wielu krajach i kontynentach<sup>29</sup>.

Zadanie tekstowe wiąże matematykę z życiem i przygotowuje uczniów do rozwiązywania różnych problemów praktycznych oraz uczy analizy i rozumienia tekstów matematycznych.

<sup>27</sup> I. Gomółka-Walaszek, *Operacyjność myślenia konkretnego i jej uwarunkowania*, Częstochowa 1996.

<sup>28</sup> E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki. Przyczyny, diagnoza, zajęcia korekcyjno-wyrównawcze*, Warszawa 1997.

<sup>29</sup> I. Adamek, *Rozwiązywanie problemów przez dzieci*, Kraków 1996.