ANALIZA „DYLEMATU WIĘŹNIA” Z WYKORZYSTANIEM KOMPLEKSÓW REGUŁ

Ewa ROSZKOWSKA[1]

1. Wstęp

„Dylemat więźnia” jest najczęściej badaną oraz wykorzystywaną grą w naukach ekonomicznych i społecznych. Opisuje on sytuacje społeczne i gospodarcze, z jakimi spotykamy się w rzeczywistości, prezentuje niektóre uwarunkowania interakcji między graczami prowadzące do przewrotnych skutków. Rozważana jest sytuacja, w której dwie strony mogą uzyskać obopólnie korzystny wynik, współpracując. Jednak obawa przed egoistycznym zachowaniem partnera i chęć maksymalizacji własnych korzyści skłania często strony do wyboru zachowania rywalizacyjnego, co w konsekwencji prowadzi do gorszego rezultatu. Jak zauważa P.D. Straffin: „Jednostki racjonalnie dbające o swoje interesy doprowadzają do wyniku niekorzystnego dla wszystkich, w tym i dla nich samych” [22, s. 95].

Problem decyzyjny dotyczący konfliktu między racjonalnością indywidualną i grupową może pojawić się także w kontekście analizy szans i zagrożeń związanych ze wstąpieniem Polski do UE. Czasem sytuacja narzuca pytanie: jak społeczność może zapewnić sobie, aby każdy z jej członków uznał zasadę dobra ogólnego za podstawę swojego indywidualnego działania, czyli aby interes ogólny stał się tożsamy z interesem własnym? Problemy te sprowadzają się do zastąpienia indywidualnej perspektywy postrzegania sytuacji perspektywą społeczną, a w konsekwencji znalezienia właściwej motywacji przekształcenia strategii opartej na interesie własnym w strategię opartą na interesie wspólnym.

„Iterowany dylemat więźnia” wskazuje, że w perspektywie długofalowych kontaktów korzystne jest stosowanie strategii *wet za wet*, czyli zawsze zaczynaj od współpracy, a następnie powielaj posunięcia drugiej strony. Strategia ta nie jest wredna i egoistyczna, choć także nie jest naiwna, gdyż rewanżuje się za nieczyste zagrania

W pracy opiszemy „dylemat więźnia” z wykorzystaniem kompleksów reguł oraz przeprowadzimy analizę rozwiązań tej gry ze względu na relacje społeczne między stronami, kolejność wykonywania ruchów, możliwość komunikacji.

---

[1] Dr Ewa Roszkowska – Wydział Ekonomii i Zarządzania Uniwersytetu w Białymstoku.

2. Charakterystyka gry „dylemat więźnia"

„Dylemat więźnia" jest to gra wymyślona przez dwóch pracowników RAND Corporation M. Dreshera i M. Fooda w 1950 roku. Dopiero później A.W. Tucker uzupełnił tę grę historyjką, od której wzięła swoją nazwę – „dylemat więźnia". Nazwa gry pochodzi od sytuacji, gdy prokurator wzywa dwóch podejrzanych o wspólne popełnienie przestępstwa. Jeżeli żaden z nich nie przyzna się do winy, to obaj zostaną skazani na niski wyrok za drobne przestępstwa, które można im udowodnić. Jeśli jeden z nich pójdzie na współpracę z prokuratorem i przyzna się, zostanie zwolniony, a drugi podejrzany dostanie duży wyrok. Jeśli obaj przyznają się, to otrzymają średni wyrok. **Problem jest następujący**: niezależnie od postępowania partnera opłaca się zeznawać. Jednak w przypadku, gdy żadna ze stron nie zeznaje, wynik jest o wiele lepszy dla obu graczy. Zatem wybór podyktowany interesem osobistym nie zawsze jest najlepszy dla danego gracza.

„Dylemat więźnia" jest jedną z 78 podstawowych gier dwuosobowych opisanych przez A. Rapoporta, M. Guyera i D. Gordona. Zakłada się, że gracze czynią swoje wybory jednocześnie i brak jest możliwości komunikowania się. Mamy dwie strategie: współpracy (*W*) i rywalizacji (*R*) [16]. Strategia współpracy polega na szukaniu porozumienia za cenę rezygnacji z własnych interesów, a rywalizacyjna na dążeniu do maksymalnej realizacji własnych interesów kosztem drugiej strony, czasem nawet za cenę porażki obu stron. Z perspektywy gracza mogą wystąpić następujące wyniki:

- **Nagroda** (*N*) za współpracę, jeśli obaj zastosują strategię *W*;
- **Pokusa** (*P*) do odniesienia jednostronnego zwycięstwa, jeśli na strategię *R* drugi z nich odpowie strategią *W*;
- **Zagrożenie** (*Z*), jeśli na strategię *W* gracza I gracz II odpowie strategią *R*;
- **Kara** (*K*), jeśli obaj zastosują strategię *R* i spowoduje to konflikt.

Hierarchia preferencji gracza uwzględnia cztery elementy: współpraca, zwycięstwo, porażka, konflikt[2]. „Dylemat więźnia" jest grą symetryczną, w której obaj gracze mają następującą hierarchię preferencji: jednostronne zwycięstwo, współpraca, konflikt, jednostronna porażka (*PNKZ* – Pokusa, Nagroda, Kara, Zagrożenie). Macierz wypłat opisana jest za pomocą tabeli 1.

Tabela 1. Macierz gry „dylemat więźnia" (*PNKZ*)[3]

Gracz I	Gracz II		
		W	*R*
	W	(c,c)	(a,d)
	R	(d,a)	(b,b)

$a < b < c < d$

[2] Ciekawe omówienie „dylematu więźnia" oraz innych gier dwuosobowych wraz z ich zastosowaniem w naukach ekonomicznych zawierają prace: [15, s. 209-256; 9; 14; 20; 23; 18; 19].

[3] Czasem zakłada się również, że $2c > a + b$, co oznacza, że suma „uniewinnień" powinna być większa od sumy pełnego wymiaru kary i „zachęty do zdrady".

Poszczególne rozwiązania gry mają różny wydźwięk dla obu graczy, podkreślają jednocześnie problem: czy starać się zminimalizować straty i uzyskać *nagrodę*, przyjmując, że drugi również będzie tak rozumował? Partner jest jednak wystawiony na *pokusę* uzyskania lepszego rozwiązania, jeśli dopuści się jednostronnej *zdrady*. Gracz zdaje sobie sprawę, że partner myśli podobnie, nie może więc założyć, że druga osoba zaryzykuje pójściem na *współpracę*. Efektem takiego rozumowania jest wynik niekorzystny dla obu stron (*K*). Jest to jednak rezultat lepszy, niż w przypadku gdyby gracz ryzykował, idąc na współpracę i został zdradzony (*Z*).

Gracze, postępując zgodnie z racjonalnością indywidualistyczną, doprowadzają do najmniej korzystnego rezultatu (*R,R*), który jest równowagą Nasha w tej grze. Postępowanie zgodnie z zasadą racjonalności społecznej prowadzi do wyniku (*W,W*) optymalnego w sensie Pareto, który jest korzystniejszy dla obu graczy, ale nieracjonalny indywidualnie[4].

Liczne badania „dylematu więźnia" pokazują, że najczęściej wybierane są strategie rywalizacyjne, przy czym wybór strategii jest uzależniony od struktury wypłat macierzy gry, zależności między stronami, nastawienia psychicznego, informacji o liczbie powtórzeń gry [4; 11; 12, s. 58-58; 15 s. 229-249; 22, s. 94-105, s. 178-190].

Rozpatrując „dylemat więźnia" z punktu widzenia konfliktu między racjonalnością indywidualna a społeczną, R. Luce i H. Raiffa stwierdzają, że gry tego typu powinny być wręcz zabronione [13 s. 97]. T. Burns, L. Meeker sugerują zmianę postaw graczy tak, aby preferowane były reguły racjonalności społecznej [4]. Inne możliwe rozwiązania to na przykład ustanowienie władzy lub stosunków dominacji między graczami, zmiana macierzy gry, łapówki. Jednym z popularnych rozwiązań jest dobrowolne przyjęcie na siebie kary w przypadku, gdy zerwie się współpracę, drugi natomiast będzie współpracował.

Możemy analizować grę „dylemat więźnia", gdy jeden z graczy wykonuje ruch jako pierwszy, a my mamy możliwość ustalania posunięć przed ich wykonaniem. Komunikacja między graczami, stosowanie nacisku w postaci gróźb i obietnic jest dozwolone lub gra jest rozgrywana wielokrotnie. Komunikacja może dotyczyć zarówno pierwszego ruchu, jak i kolejnych. T. Schelling wyróżnił trzy rodzaje ruchów strategicznych, które mogą być wykonywane samodzielnie lub łączone [21; 22, s. 109-119]. Są to: *zobowiązania*, *groźby* oraz *obietnice*.

Zobowiązanie to jednostronna deklaracja podjęcia przez gracza określonego działania.

Groźba to deklaracja, że w przypadku podjęcia określonego działania przez drugą stronę, gracz sam podejmie działanie, które:

1. będzie niekorzystne dla drugiej strony;

---

[4] Para strategii jest równowagą Nasha, jeśli żaden z graczy przy założeniu wyboru drugiej strony nie pragnie dokonywać zmiany wyboru strategii. Optymalny układ strategii w sensie Pareto oznacza, że gracze nie mogą polepszyć swojej sytuacji, nie pogarszając jednocześnie sytuacji pozostałych graczy.

2. będzie niekorzystne dla niego.

Obietnica to deklaracja, że w przypadku podjęcia określonego działania przez drugą stronę, gracz sam podejmie działanie, które:

1. będzie korzystne dla drugiej strony;
2. będzie niekorzystne dla niego.

Zauważmy, że zarówno obietnica, jak i groźba to zobowiązania warunkowe. Na przeszkodzie wiarygodności groźby lub obietnicy stoi warunek (ii). Jeśli bowiem groźba lub obietnica nie zostaną potraktowane poważnie, gracz nie ma motywacji do ich dotrzymania. W sytuacji, gdy spełni obietnicę lub groźbę, nie ma to już żadnego wpływu na wynik, ale sam ponosi stratę. Problemem jest przekonanie gracza, że podejmie działanie szkodliwe dla siebie w sytuacji, gdy żadne zmiany już są niemożliwe. T. Schelling podaje różne sposoby budowania wiarygodności. Może to być obniżenie jednej lub kilku wypłat, danie słowa honoru, podpisanie prawnie wiążącego oświadczenia.

W pojedynczej grze o schemacie „dylematu więźnia" *groźba* nie ma sensu (posunięcie rywalizacyjne jest i tak racjonalne dla obu partnerów). Sensowna natomiast jest *obietnica*: „odpowiem *współpracą* na twoją *współpracę*", która daje szansę na uzyskanie obopólnych korzyści. Jednak zauważmy, że nawet wtedy możliwość jednostronnie korzystnego rozwiązania i chęć zdominowania partnera mogą spowodować, że ulegniemy pokusie zdrady. Zdarza się to i w praktyce (niewywiązanie się z ustaleń, niedotrzymanie ustnej umowy, torpedowanie współpracy).

W sytuacji, gdy gra jest rozgrywana wielokrotnie, czyli mamy tzw. „iterowany dylemat więźnia", zysk z zerwania współpracy jest o wiele mniejszy od straty spowodowanej brakiem współpracy w następnych turach. Obie strony ze względów psychologicznych są skłonne wybrać niekorzystny dla siebie wariant, chroniąc się przed najgorszym z możliwych. Sytuacje sprzeczności interesów odpowiadające „dylematowi więźnia" mogą się powtarzać. Chociaż zmienia się kontekst oraz partnerzy, można postawić pytanie: jakich skutków możemy oczekiwać w dłuższej skali czasowej, czyli jaką przyjąć strategię długofalową – współpracy czy rywalizacji?

Symulacje komputerowe działania strategii podczas wielokrotnego rozgrywania „dylematu więźnia" dają możliwość zobaczenia, jaki jest ogólny rachunek zysków i strat przy stosowaniu różnych podejść. Politolog R. Axelrod ogłosił nawet turniej na najlepszą strategię, będącą kombinacją posunięć współpraca-rywalizacja w iteracji „dylematu więźnia". Wśród nadesłanych propozycji strategii można było wyróżnić *strategie uprzejme*, które nigdy nie zdradzały jako pierwsze, *strategie wredne*, które notorycznie lub od czasu do czasu dopuszczały się zdrady, *strategie pamiętliwe,* które karały partnera za zdradę, *strategie wielkoduszne,* które nie odpowiadały na atak serią odwetów. W turnieju, w którym każda strategia walczyła po kolei z wszystkimi innymi, zwyciężyła strategia psychologa A. Rapoporta o nazwie *wet za wet*, czyli zawsze zaczynaj od współpracy, a następnie powielaj posunięcia drugiej strony. Strategia *wet za wet* jest strategią uprzejmą, gdyż nigdy jako pierwsza nie posuwa się do zdrady, a jednocześnie pamiętliwą, gdyż na atak odpowiada atakiem, ale wybacza zdradę i nie stosuje dalszych akcji prewencyjnych. Strategia ta wykazuje się odpornością na zdradę, partner stosujący bardziej „wredne" strategie otrzyma gorsze wyniki. Otrzymany przez A. Rapoporta wynik był zaprzeczeniem opinii o potrzebie twardej postawy i stosowania siły w sytuacjach konfrontacyjnych. Inne analizowane strategie to [21, s. 96-103]:

- *zawsze W*, czyli zawsze stosujemy strategię *W*;
- *zawsze R*, czyli zawsze stosujemy strategię *R*;
- *wet za dwa wety,* czyli stosowanie strategii *R* dopiero po dwukrotnym zastosowaniu strategii *R* przez partnera;
- *Tat-forTit*, gdzie w pierwszym ruchu stosujemy strategię *R*, a następnie powtarzamy strategię drugiej strony.

3. Koncepcja uogólnionej gry

Przedstawimy najpierw w skrócie podstawowe pojęcia związane z koncepcją uogólnionej gry, tzn. definicję reguły, kompleksu reguł, podkompleksu, oraz uogólnionej gry[5].

Przez *L* oznaczmy język, w którym występują zmienne oznaczające obiekty i metaobiekty. Przez *FOR* oznaczmy zbiór formuł języka *L*.

Definicja 1. Regułą[6] nazywamy dowolny element

$$(X, Y, \gamma) \in (FIN(\wp(FOR)))^2 \times FOR,$$

gdzie:
X – zbiór przesłanek (*premises*);
Y – zbiór uzasadnień (*justifications*).
Formułę γ nazywamy wnioskiem (konkluzją) reguły (X, Y, γ).
Regułę rozumiemy następująco:
Jeśli wszystkie elementy *X* zachodzą oraz wszystkie elementy *Y* mogą zajść, to mamy γ.

Definicja 2. Kompleksem reguł nazywamy zbiór otrzymany przez stosowanie następujących zasad:

1. dowolny skończony zbiór reguł jest kompleksem reguł;
2. jeśli C_1, C_2 są kompleksami reguł, to $C_1 \cup C_2$ oraz $\wp(C_1)$ są kompleksami reguł;
3. jeśli $C_1 \subseteq C_2$, C_2 są kompleksami reguł, to C_1 jest również kompleksem reguł.

[5] Szerzej o uogólnionej grze i jej zastosowaniach traktują prace [1; 2; 3; 6; 7; 1; 18; 19].
[6] *FIN*(*Z*) oznacza rodzinę wszystkich skończonych podzbiorów zbioru *Z*, $\wp(Z)$ – zbiór potęgowy zbioru *Z*. Por. [10, s. 95-108]. Reguła jest tu traktowana bardziej ogólnie niż w klasycznym ujęciu, mianowicie przez regułę rozumiemy tzw. regułę w stylu Reitera (*Reiter's default rule*). Por. [17, s. 81-132].

Definicja 3. Powiemy, że kompleks reguł C jest **podkompleksem** kompleksu D, jeśli $C = D$ lub C został otrzymany z D przez opuszczenie pewnych (lub wszystkich) reguł w kompleksie D oraz opuszczenie zbędnych nawiasów i wystąpień zbioru pustego.

Przez uogólnioną grę G rozumiemy proces interakcji między graczami pełniącymi w tej grze określone role oraz pozostającymi ze sobą w pewnych relacjach. Grę G reprezentujemy przez kompleks reguł. Wśród podkompleksów tego kompleksu wyróżniamy cztery komponenty: $MODEL(I,G)$ opisujący ogólne uwarunkowania sytuacyjne gry, $VALUE(I,G)$ − normy i wartości uznawane przez graczy, $ACT(I,G)$ − możliwości działania graczy, $J(I,G)$ − sposób rozumowania, podejmowania decyzji przez graczy, gdzie I − zbiór graczy.

Gracze podczas przebiegu gry dokonują oceny danej sytuacji, gromadzą, przetwarzają informacje, podejmują decyzje itp. Istotne znaczenie w procesie interakcji odgrywa kompleks $J(i,G)$ i − tego gracza oraz związana z nim funkcja oceny [6; 7; 8;18].

Definicja 4. Niech $J(i,G)$ będzie kompleksem oceny i − tego gracza w grze G, a $U = \{(a_1, a_2, ..., a_n): \ a_i \in A_i\}$ − przestrzenią obiektów. Operację, która w sytuacji S_t w momencie czasu t wektorowi $a = (a_1, ..., a_n) \in U$ przypisuje kompleks reguł otrzymany przez stosowanie reguł z kompleksu oceny $J(i,G)$, nazywamy **funkcją oceny** tego gracza. Operację oznaczamy przez $f_J(i,t,G)$, a jej wynik na obiekcie a przez $f_J(i,t,G)(a)$.

Funkcja oceny $f_J(i,t,G)$ jest wyznaczona przez **proces oceny**, czyli ciąg działań określonych na obiekcie $a = (a_1, ..., a_n) \in U$ z wykorzystaniem reguł z $J(i,G)$ w kontekście sytuacji S_t.

W analizie rozwiązań uogólnionej gry dużą uwagę zwraca się na związek między rolami pełnionymi przez graczy, zależnościami między nimi, a procesem interakcji. Rozważane są różne typy zachowań gracza, co w konsekwencji prowadzi do wielu typów równowag. Wyróżniamy między innymi zachowanie rutynowe, instrumentalne, normatywne, podyktowane emocjami lub kombinacje wymienionych [7; 18].

4. Analiza „dylematu więźnia" w oparciu o kompleksy reguł

Kompleksy reguł wykorzystamy do opisu oraz analizy rozwiązań gry „dylemat więźnia" ze względu na wybrane relacje między graczami [5; 7; 18].

Przez:

– G oznaczmy kompleks reguł reprezentujących tę grę;
– $I = \{1,2\}$ − zbiór graczy;
– $MODEL(i,G)$ − kompleks model i − tego gracza w grze G;
– $ACT(i,G)$ − kompleks aktywności i − tego gracza w grze G;

– $MODEL(i,G)$ – kompleks wartości i – tego gracza w grze G;

– $J(i,G)$ – kompleks oceny i – tego gracza w grze G;

gdzie $i \in I = \{1,2\}$.

Główne komponenty G opiszemy w oparciu o następujące atrybuty:

Zbiór graczy: I.

Układ strategii: (dla $I = \{1,2\}$): (a_1, a_2), gdzie a_i – strategia i – tego gracza, $a_i \in \{\mathrm{W}, \mathrm{R}\}$, $i \in I$.

Wypłaty: $\varphi(a_1, a_2) = (w_1, w_2)$, gdzie w_i – wypłata i – tego gracza, $i \in I$.

Charakter relacji między stronami: brak relacji, solidarność, rywalizacja, wrogość.

Status stron: symetryczny, asymetryczny.

Komunikacja: brak komunikacji, komunikacja dozwolona.

Informacja o kompleksach drugiej strony: pełna, częściowa, zupełny brak.

Kolejność posunięć: równocześnie, rozpoczyna gracz I, rozpoczyna gracz II.

Kryterium osiągnięcia celu: maksymalizacja własnej wygranej, maksymalizacja różnicy wypłat, maksymalizacja wspólnej wygranej.

Przez $f_J(i,t,G)$ oznaczymy funkcję oceny i – tego gracza, która parze strategii (a_1, a_2) w sytuacji S_t w grze G przypisuje *stopień realizacji normy* wyznaczonej przez regułę $v \in VALUE(i,G)$, gdzie $a_i \in \{W,R\}$, $i = 1,2$. Dla uproszczenia będziemy pisali $f_J(i,t)((a,b),v)$.

Do opisu gry wykorzystamy następujące reguły:

$r_1 = \{\varnothing, \varnothing, I = \{1,2\}\}$;

$r_2 = \{\{(\text{układ strategii}: (W,W)\}, \varnothing, \text{ wypłaty}: \varphi(W,W) = (c,c),\ a < b < c < d\}$;

$r_3 = \{\{(\text{układ strategii}: (W,R)\}, \varnothing, \text{ wypłaty}: \varphi(W,R) = (a,d), a < b < c < d\}$;

$r_4 = \{\{(\text{układ strategii}: (R,W)\}, \varnothing, \text{ wypłaty}: \varphi(R,W) = (d,a), a < b < c < d\}$;

$r_5 = \{\{(\text{układ strategii}: (R,R)\}, \varnothing, \text{ wypłaty}: \varphi(R,R) = (b,b), a < b < c < d\}$;

$r_6 = \{\text{brak relacji}, \varnothing, \text{ indywidualna racjonalność}\}$;

$r_7 = \{\{\text{indywidualna racjonalność}\}, \varnothing, v_1\}$;

$r_8 = \{\{\text{maksymalizacja wł asnej wygranej}\}, \varnothing, \text{ równowaga Nasha}\}$;

$r_9 = \{\{\text{gracze są solidarni}\}, \varnothing, v_2\}$;

$r_{10} = \{\{\text{gracze są rywalami}\}, \varnothing, v_3\}$;

$r_{11} = \{\{\text{gracze są wrogami}\}, \varnothing, v_4\}$;

$r_{12} = \{\{\text{gracz I ma przewagę nad graczem II}\}, \varnothing, v_5, v_6\}$;

$r_{BK} = \{\varnothing, \varnothing, \text{ komunikacja : brak}\}$;

$r_{DK} = \{\varnothing, \varnothing, \text{ komunikacja : dozwolona}\}$;

$r_{PR} = \{\varnothing, \varnothing, \text{ kolejność posunięć : równocześnie}\}$;

$r_{RI} = \{\varnothing, \varnothing, \text{kolejność posunięć : rozpoczyna I gracz}\}$;

$r_{RII} = \{\varnothing, \varnothing, \text{kolejność posunięć : rozpoczyna II gracz}\}$;

$r_{PI} = \{\varnothing, \varnothing, \text{informacja o kompleksach drugiej strony : pełna}\}$;

$r_{NPI} = \{\varnothing, \varnothing, \text{informacja o kompleksach drugiej strony : niepełna}\}$;

$r_{BR} = \{\varnothing, \varnothing, \text{brak relacji między graczami}\}$;

$r_S = \{\varnothing, \varnothing, \text{gracze są solidarni względem siebie}\}$;

$r_W = \{\varnothing, \varnothing, \text{gracze są wrogami}\}$;

$r_R = \{\varnothing, \varnothing, \text{gracze są rywalami}\}$;

$r_{AS} = \{\varnothing, \varnothing, \text{gracz I ma przewagę nad graczem II}\}$;

$v_1 = \{\varnothing, \varnothing, \text{każda ze stron maksymalizuje własną wygraną}\}$;

$v_2 = \{\varnothing, \varnothing, \text{wybierz współpracę}\}$;

$v_3 = \{\varnothing, \varnothing, \text{maksymalizuj różnicę wypłat na swoją korzyść}\}$;

$v_4 = \{\varnothing, \varnothing, \gamma_4\}$;

γ_4 – maksymalizuj różnicę wypłat na swoja korzyść, staraj się zranić drugą stronę;

$v_5 = \{\varnothing, \varnothing, \gamma_5\}$;

γ_5 – maksymalizuj własną wypłatę, druga strona zgadza się na maksymalizację tej wypłaty;

$v_6 = \{\varnothing, \varnothing, \gamma_6\}$;

γ_6 – zgoda na maksymalizację wypłaty drugiej strony;

R_1 – kompleks reguł opisujący sposób wyznaczania równowagi Nasha;

R_2 – kompleks reguł związany z wyznaczaniem różnicy wypłat;

R_{RS} – kompleks reguł związanych z możliwością stosowania ruchów strategicznych;

R_p – pozostałe reguły regulujące przebieg gry.

I. „Dylemat więźnia" w sytuacji braku relacji społecznych między graczami

Komponenty kompleksu G mają postać:

- $MODEL(1,G) = MODEL(2,G) = \{\{r_k : k = 1,2,3,4,5\}, r_{BR}, r_{BK}, r_{PR}, r_{PI}\}$;
- $VALUE(1,G) = VALUE(2,G) = \{v_k : k = 1,2,3,4,5,6\}$;
- $ACT(1,G) = ACT(2,G) = \{W, R\}$;
- $J(1,G) = \{R_1, R_2, R_{RS}, R_p, J(1,t), \{r_k : \text{ gdzie } k = 6,7,8,9,10,11,12\}\}$;
- $J(2,G) = \{R_1, R_2, R_{RS}, R_p, J(2,t), \{r_k : \text{ gdzie } k = 6,7,8,9,10,11,12\}\}$.

Zdigitalizowano i udostępniono w ramach projektu pn.
Rozbudowa otwartych zasobów naukowych Repozytorium Uniwersytetu w Białymstoku,
dofinansowanego z programu „Społeczna odpowiedzialność nauki" Ministra Edukacji i Nauki na podstawie umowy SONB/SP/512497/2021

W sytuacji braku relacji między graczami obie strony traktujemy jako racjonalnych egoistów, którzy postępują zgodnie z normą reprezentowaną przez v_1. Indywidualne funkcje oceny prowadzą do wyznaczenia równowagi Nasha zgodnie z regułami zawartymi w kompleksie R_1. Możliwości działania graczy są uporządkowane przez ich indywidualne funkcje oceny następująco:

$$f_J(1,t)((R,R),v_1) > f_J(1,t)((R,W),v_1) = f_J(1,t)((W,W),v_1) = f_J(1,t)((W,R),v_1),$$

$$f_J(2,t)((R,R),v_1) > f_J(2,t)((W,R),v_1) = f_J(2,t)((W,W),v_1) = f_J(2,t)((R,W),v_1).$$

Każdy z graczy wybiera strategię rywalizacyjną R, spodziewając się, że druga strona również wybierze tę strategię.

II. „Dylemat więźnia" w sytuacji, gdy gracze są solidarni względem siebie

Komponenty kompleksu G mają postać:

- $MODEL(1,G) = MODEL(2,G) = \{\{r_k : k = 1,2,3,4,5\}, r_S, r_{BK}, r_{PR}, r_{PI}\}$;
- $VALUE(1,G) = VALUE(2,G) = \{v_k : k = 1,2,3,4,5,6\}$;
- $ACT(1,G) = ACT(2,G) = \{W,$
- $J(1,G) = \{R_1, R_2, R_{RS}, R_p, J(1,t), \{r_k :$ gdzie $k = 6,7,8,9,10,11,12\}\}$;
- $J(2,G) = \{R_1, R_2, R_{RS}, R_p, J(2,t), \{r_k :$ gdzie $k = 6,7,8,9,10,11,12\}\}$.

W sytuacji relacji solidarności gracze wybierają współpracę, postępując zgodnie z normą reprezentowaną przez v_2. Indywidualne funkcje oceny porządkują ich możliwości działania następująco:

$$f_J(1,t)((W,W),v_2) > f_J(1,t)((W,R),v_2) = f_J(1,t)((R,R),v_2) = f_J(1,t)((R,W),v_2),$$
$$f_J(2,t)((W,W),v_2) > f_J(2,t)((W,R),v_2) = f_J(2,t)((R,R),v_2) = f_J(2,t)((R,W),v_2$$

Gracz I wybiera współpracę, spodziewając się, że gracz II również wybierze współpracę.

III. „Dylemat więźnia" w sytuacji, gdy gracze są rywalami.

Komponenty kompleksu G mają postać:

- $MODEL(1,G) = MODEL(2,G) = \{\{r_k : k = 1,2,3,4,5\}, r_R, r_{BK}, r_{RI}, r_{PI}\}$;
- $VALUE(1,G) = VALUE(2,G) = \{v_k : k = 1,2,3,4,5,6\}$;
- $ACT(1,G) = ACT(2,G) = \{W,R\}$;
- $J(1,G) = \{R_1, R_2, R_{RS}, R_p, J(1,t), \{r_k :$ gdzie $k = 6,7,8,9,10,11,12\}\}$;
- $J(2,G) = \{R_1, R_2, R_{RS}, R_p, J(2,t), \{r_k :$ gdzie $k = 6,7,8,9,10,11,12\}\}$.

W sytuacji rywalizacji między stronami obaj gracze postępują zgodnie z normą reprezentowaną przez v_3. Indywidualne funkcje oceny porządkują ich możliwości działania w oparciu o reguły z kompleksu R_2 następująco:

$$f_J(1,t)((R,W),v_3) > f_J(1,t)((R,R),v_3) = f_J(1,t)((W,W),v_3) > f_J(1,t)((W,R),v_3),$$
$$f_J(2,t)((W,R),v_3) > f_J(2,t)((R,R),v_3) = f_J(2,t)((W,W),v_3) > f_J(2,t)((R,W),v_3).$$

Każdy z graczy wybierze strategię rywalizacyjną, co doprowadzi do wyniku (R,R).

IV. „Dylemat więźnia" w sytuacji, gdy gracze są wrogami.

Komponenty kompleksu G mają postać:

- $MODEL(1,G) = MODEL(2,G) = \{\{r_k : k = 1,2,3,4,5\}, r_W, r_{BK}, r_{PR}, r_{PI}\}$;
- $VALUE(1,G) = VALUE(2,G) = \{v_k : k = 1,2,3,4,5,6\}$;
- $ACT(1,G) = ACT(2,G) = \{W,R\}$;
- $J(1,G) = \{R_1, R_2, R_{RS}, R_p, J(1,t), \{r_k :$ gdzie $k = 6,7,8,9,10,11,12\}\}$;
- $J(2,G) = \{R_1, R_2, R_{RS}, R_p, J(2,t), \{r_k :$ gdzie $k = 6,7,8,9,10,11,12\}\}$.

W sytuacji wrogości między stronami obaj gracze postępują zgodnie z normą reprezentowaną przez v_4. Indywidualne funkcje oceny porządkują ich możliwości działania w oparciu o reguły z kompleksu R_2 następująco:

$$f_J(1,t)((R,W),v_4) > f_J(1,t)((R,R),v_4) > f_J(1,t)((W,W),v_4) = f_J(1,t)((W,R),v_4),$$
$$f_J(2,t)((W,R),v_4) > f_J(2,t)((R,R),v_4) > f_J(2,t)((W,W),v_4) = f_J(2,t)((R,W),v_4).$$

Każdy z graczy wybiera R, spodziewając się, że druga strona również wybierze R.

V. „Dylemat więźnia" w przypadku graczy o asymetrycznym statusie

Komponenty kompleksu G mają postać:

- $MODEL(1,G) = MODEL(2,G) = \{\{r_k : k = 1,2,3,4,5\}, r_{AS}, r_{BK}, r_{PR}, r_{PI}\}$;
- $VALUE(1,G) = VALUE(2,G) = \{v_k : k = 1,2,3,4,5,6\}$;
- $ACT(1,G) = ACT(2,G) = \{W,R\}$;
- $J(1,G) = \{R_1, R_2, R_{RS}, R_p, J(1,t), \{r_k :$ gdzie $k = 6,7,8,9,10,11,12\}\}$;
- $J(2,G) = \{R_1, R_2, R_{RS}, R_p, J(2,t), \{r_k :$ gdzie $k = 6,7,8,9,10,11,12\}\}$.

W tej sytuacji gracz I postępuje zgodnie z normą wyznaczoną przez regułę v_5, a gracz II zgodnie z normą wyznaczoną przez regułę v_6. Indywidualne funkcje oceny porządkują ich możliwości działania w oparciu o reguły z kompleksu R_2 następująco:

$$f_J(1,t)((R,W),v_5) > f_J(1,t)((R,R),v_5) = f_J(1,t)((W,W),v_5) > f_J(1,t)((W,R),v_5),$$
$$f_J(2,t)((R,W),v_6) > f_J(2,t)((R,R),v_6) = f_J(2,t)((W,W),v_6) > f_J(2,t)((W,R),v_6).$$

Gracz I wybiera R, spodziewając się, że gracz II wybierze W. Gracz II wybierze W, spodziewając się, że gracz I wybierze R, zatem rozwiązaniem gry jest para strategii (R,W).

Zestawienie rozwiązań gry „dylemat więźnia" w zależności od relacji między stronami przedstawia tabela 2.

Tabela 2. Rozwiązania gry „dylemat więźnia" w zależności od relacji między stronami

Role pełnione przez graczy/ relacje między nimi	**Charakterystyka reguł determinujących sposób postępowania gracza**	**Rozwiązanie gry**
Racjonalni egoiści	Każdy z graczy postępuje zgodnie z regułą maksymalizacji wypłat, przy założeniu, że drugi z graczy postępuje podobnie.	Rozwiązaniem gry jest równowaga Nasha, której odpowiada para strategii (*R,R*). Rozwiązanie nie spełnia oczekiwań żadnej ze stron.
Solidarność	Gracze pragną postępować solidarnie wobec siebie, co prowadzi do wyboru strategii współpracy niezależnie od wypłat.	Rozwiązaniem gry jest para strategii (*W,W*). Rozwiązanie satysfakcjonuje obie strony.
Rywalizacja	Każdy z graczy dąży do maksymalizacji różnicy wypłat pomiędzy nimi.	Rozwiązaniem gry jest para strategii (*R,R*). Rozwiązanie nie spełnia oczekiwań żadnej ze stron. Rozwiązaniem pożądanym przez gracza I jest (*R,W*), a gracza II (*W,R*).
Wrogość	Każdy z graczy dąży do maksymalizacji różnicy wypłat pomiędzy nimi z jednoczesnym zranieniem przeciwnika.	Rozwiązaniem gry jest para strategii (*R,R*). Rozwiązanie nie spełnia oczekiwań żadnej ze stron. Rozwiązaniem pożądanym przez gracza I jest (*R,W*), a gracza II (*W,R*).
Asymetryczny status stron	Gracz I dąży do maksymalizacji własnej wypłaty. Gracz II zgadza się na maksymalizację wypłaty gracza I.	Rozwiązaniem gry jest (*R,W*). Rozwiązanie to jest akceptowane przez obie strony.

Dokonamy teraz analizy rozwiązań gry „dylemat więźnia", biorąc pod uwagę możliwość komunikacji między stronami w sytuacji, gdy jeden z graczy rozpoczyna grę jako pierwszy oraz gracze mają pełną informację o kompleksach drugiej strony.

VI. „Dylemat więźnia" w sytuacji, gdy jeden z graczy rozpoczyna grę jako pierwszy, ale brak jest komunikacji między stronami

Komponenty kompleksu G mają postać:

– $MODEL(1,G) = MODEL(2,G) = \{\{r_k : k = 1,2,3,4,5\}, r_{BR}, r_{BK}, r_{RI}, r_{PI}\}$;

– $VALUE(1,G) = VALUE(2,G) = \{v_k : k = 1,2,3,4,5,6\}$;
– $ACT(1,G) = ACT(2,G) = \{W, R\}$;
– $J(1,G) = \{R_1, R_2, R_{RS}, R_p, J(1,t), \{r_k : \text{ gdzie } k = 6,7,8,9,10,11,12\}\}$;
– $J(2,G) = \{R_1, R_2, R_{RS}, R_p, J(2,t), \{r_k : \text{ gdzie } k = 6,7,8,9,10,11,12\}\}$.

Jeżeli grę rozpoczyna gracz I oraz obaj gracze są nastawieni na maksymalizację własnej wygranej, to postępują zgodnie z normą reprezentowaną przez v_1. Możliwości działania graczy są uporządkowane przez ich indywidualne funkcje oceny następująco:

$$f_J(1,t)((R,R),v_1) > f_J(1,t)((R,W),v_1) = f_J(1,t)((W,W),v_1) = f_J(1,t)((W,R),v_1),$$
$$f_J(2,t)((R,R),v_1) > f_J(2,t)((W,R),v_1) = f_J(2,t)((W,W),v_1) = f_J(2,t)((R,W),v_1).$$

Rozwiązaniem gry będzie para strategii (R,R).

VII. „Dylemat więźnia" w sytuacji, gdy jeden z graczy rozpoczyna grę jako pierwszy i dopuszczamy możliwość komunikacji między stronami

Komponenty kompleksu G mają postać:
– $MODEL(1,G) = MODEL(2,G) = \{\{r_k : k = 1,2,3,4,5\}, r_{BR}, r_{DK}, r_{RI}, r_{PI}\}$;
– $VALUE(1,G) = VALUE(2,G) = \{v_k : k = 1,2,3,4,5,6\}$;
– $ACT(1,G) = ACT(2,G) = \{W, R\}$;
– $J(1,G) = \{R_1, R_2, R_{RS}, R_p, J(1,t), \{r_k : \text{ gdzie } k = 6,7,8,9,10,11,12\}\}$;
– $J(2,G) = \{R_1, R_2, R_{RS}, R_p, J(2,t), \{r_k : \text{ gdzie } k = 6,7,8,9,10,11,12\}\}$.

Gracze w oparciu o kompleks reguł R_{RS} analizują możliwości ruchów strategicznych. W grze nie da się sformułować żadnej groźby, gdyż niezależnie od wyboru jednego z graczy, drugiemu z nich opłaca się stosować strategię „gorszą" dla oponenta. Zatem żaden z graczy nie może grozić drugiej stronie. W tej grze pozytywny skutek może odnieść natomiast obietnica. Gracz II może zastosować wobec gracza I obietnicę: „jeśli zagrasz *W*, to ja zagram *W*". W sytuacji, gdy druga strona uwierzy w obietnicę, to rozwiązaniem gry będzie para strategii (W,W), na czym zyskają obie strony.

Strategie mogą być opisane przez odpowiednie reguły lub kompleksy reguł oraz uzupełnione o szczegółowe reguły/kompleksy reguł określające warunki ich stosowania. Wybór określonej strategii działania dla gry iterowanej zależy między innymi od relacji między stronami, cech osobowościowych graczy, ilości powtórzeń gry, struktury macierzy wypłat itp. Metodą uwiarygodnienia stosowania określonych ruchów strategicznych może być przyjęcie niskich wypłat w kilku pierwszych grach, aby uwiarygodnić obietnice lub groźby w następnych. Jeżeli brak jest bezpośredniej komunikacji między stronami, to możliwe jest przekazanie pewnych komunikatów drugiej stronie poprzez stosowanie odpowiedniej strategii. Przykładowo strategia *wet za wet* może być rozumiana jako: „jeśli będziesz *współpracował*, ja też będę *współpracował*" oraz „jeśli nie będziesz *współpracował*, ja też nie będę *współpracował*".

Możemy analizować pewne uogólnienia rozważanych gier. Kompleksy reguł mogą być rozbudowane przez wprowadzenie nieprecyzyjnych reguł gry, niekompletnej informacji, złożonych motywów postępowania graczy itp.

5. Uwagi końcowe

Wiele sytuacji w życiu i biznesie ma właściwości podobne do „dylematu więźnia". Przykładem może być sytuacja konkurujących ze sobą sklepów. Właściciele muszą zdecydować, czy obniżyć ceny. Jeśli ja obniżę ceny, a konkurencyjny sklep ich nie obniży, przyciągnie to klientów do mojego sklepu. Jeśli konkurencyjny sklep obniży ceny, należy również je obniżyć, żeby nie stracić klientów. W sytuacji, gdy oba sklepy obniżą ceny, oba będą miały mniejsze zyski, niż gdyby ceny zostały na poprzednim poziomie. Inne przykłady zastosowań to: negocjacje, podział zasobów, konfrontacja związki zawodowe – zarząd firmy, analiza procesu rozbrojenia, stosunków międzypartyjnych, czy też korupcji [15, s. 234-236].

Narzędzia reguł i kompleksów reguł prezentowane w tej pracy pozwalają na pełniejszą analizę sytuacji konfliktowej, opis uwarunkowań zewnętrznych, motywów postępowania graczy, relacji między nimi, działań skłaniających strony do podejmowania współpracy.

Literatura

1. Burns T.R., Caldas J.C., Roszkowska E., *Generalized Game Theory's Contribution to Multi-agent Modelling Addressing Problems of Social Regulation, Social Order, and Effective Security*, [w:] B. Dunin-Kęplicz, A. Jankowski, A. Skowron, M.A. Szczuka (red.), *Monitoring, Security and Rescue Techniques in Multiagent Systems*, Springer 2005.
2. Burns T.R., Gomolińska A., *The Theory of Socially Embedded Games: The Mathematics of Social Relationships, Rule Complexes, and Action Modalities*, "Quality and Quantity: International Journal of Methodology" 2001, t. 34(4).
3. Burns T. R., Gomolińska A., Meeker L. D., *The Theory of Socially Embedded Games: Applications and Extensions to Open and Closed Games*, „Quality and Quantity: International Journal of Methodology" 2001, nr 35(1).
4. Burns T.R., Meeker L., *Structural Properties and Resolutions of the Prisonier's Dilemma Game*, [w:] A. Rapoport (red.), *Game Theory as the Conflict Resolution*, Dordrecht-Holland, 1974.

5. Burns T. R , Roszkowska E., *Economic and Social Equilibria: The perspective of generalized Game Theory*, „Optimum. Studia Ekonomiczne" 2006, nr 3(31).
6. Burns T. R., Roszkowska E., *Fuzzy Game Theory: The Perspective of the General Theory of Games on Nash and Normative Equilibria*, [w:] K.P. Sankar, L. Polkowski, A. Skowron (red.), *Rough-Neural Computing: Techniques for Computing with Words*, Springer 2003.
7. Burns T.R., Roszkowska E., *Generalized Game Theory: Assumptions, Principles, and Elaborations Grounded in Social Theory*, "In Search of Social Order", Series Studies in Logic, Grammar and Rhetoric 2005, Nr 8(21).
8. Burns T. R., Roszkowska E., *Social Judgement in Multi-Agent Systems*, [w:] R. Sun (red.), *Cognition and Multi-Agent Interaction. From Cognitive Modeling to Social Simulation*, Cambridge University Press 2006.
9. Colman A., *Game Theory and Experimental Games: The Study of Strategic Interaction*, Oxford-New York, Toronto-Sydney-Paris-Frankfurt 1982.
10. Gomolińska A., *Rule Complexes for Representing Social Actors and Interactions*, „Studies in Logic, Grammar, and Rhetoric" 1999, nr 3(16).
11. Grzelak J., *Homo Oeconomicus. Konflikt interesów w tradycji teorii gier*, „Studia Psychologiczne" 1987, nr 25(2).
12. Kozielecki J., *Konflikt teoria gier i psychologia*, PWN, Warszawa 1970.
13. Luce R., Raiffa H., *Gry i Decyzje*, Warszawa 1964.
14. Ordeshook P.C., *Game Theory and Political Theory*, Cambrigde University, 1986.
15. Pietraś Z.L., *Decydowanie polityczne*, PWN, Warszawa 1998.
16. Rapoport A., Guyer M, Gordon D., *The 2x2 Games*, Ann Arbor 1976.
17. Reiter R., *A logic for default reasoning*, „Artificial Intelligence" 1980, nr 13.
18. Roszkowska E., *Modelowanie procesów decyzyjnych oraz negocjacji za pomocą kompleksów reguł*, Wydawnictwo Uniwersytetu w Białymstoku, Białystok 2007.
19. Roszkowska E., *Procesy integracji a negocjacje. Zastosowanie wybranych gier dwuosobowych o sumie niezerowej do analizy sytuacji negocjacyjnej*, [w:] A. F. Bocian (red.), *Podlasie – a procesy integracji*, Uniwersytet w Białymstoku, Białystok 2005.
20. Rubin J.Z., Brown B.R., *The Social Psychology of Bargaining and Negotiation*, Academic Press, Orlando, Fla. 1975.
21. Schelling T. C., *The strategy of conflict*, Harvard University Cambridge, 1980.
22. Straffin P. D., *Teoria gier*, Wydawnictwo Naukowe Scholar, Warszawa 2001.
23. Tyszka T., *Konflikty i strategie. Niektóre zastosowania teorii gier*, WNT, Warszawa 1978.