

ROZDZIAŁ 10

TEORIA PRODUKCJI

„Rano siej swoje ziarno
i do wieczora nie pozwól spocząć swej ręce,
bo nie wiesz, czy wszędzie jedno czy drugie,
czy też są jednakowo dobre.”

Księga Koheleta, 11,6

10.1. JEDNOCZYNNIKOWA FUNKCJA PRODUKCJI

Proces produkcji polega na łączeniu czynników wytwórczych w celu osiągnięcia określonych efektów komercyjnych. Podstawowym czynnikiem wytwórczym jest oczywiście praca, stanowi ona wszakże czynność podstawowego podmiotu gospodarczego, jakim jest człowiek. Ale przydatne są również czynniki rzeczowe.

Proces ten, w praktycznym swoim wymiarze, to olbrzymia liczba produktów i czynników produkcji oraz niezwykle skomplikowany system powiązań ilościowych i funkcjonalnych między nimi. Skomplikowany na tyle, że bezpośrednia obserwacja i analiza tego procesu jest niemożliwa. Stąd konieczność syntetyzowania obserwacji i modelowania prawidłowości.

Popularny a jednocześnie uwzględniający potrzeby analizy ekonomicznej model procesu produkcyjnego zakłada, że struktura produkcji (wyników) jest maksymalnie uproszczona, a więc sprowadza się do jednego, uniwersalnego wyrobu. Natomiast struktura nakładów może być różna, w zależności od modelu: jedno- lub wieloczynnikowa. Przyjmuje się również, że istnieje równoważność między sumą wartości poniesionych nakładów a sumą wartości osiągniętych wyników. Innymi słowy przyjmuje się, że między nakładami a wynikami istnieje wyraźny związek, zarówno ilościowy jak i funkcjonalny. Taki ilościowo określony trwały związek między nakładami i wartościowo określonymi wynikami gospodarczymi nosi nazwę funkcji produkcji.

Jeśli przyjąć, że określony produkt Q jest rezultatem działań, które wymagały wydatkowania określonego jednorodnego nakładu N , to taką zależność można by zapisać w postaci jednoczynnikowej funkcji produkcji:

w formie liniowej:

$$Q = A \cdot N - d \quad (10.1)$$

lub nieliniowej:

$$Q = A \cdot N^\alpha - d \quad (10.2)$$

gdzie:

Q – wartość efektów gospodarczych ($Q > 0$),

N – wartość nakładów ($N > 0$),

A, d, α – stałe parametry funkcji, przy czym $0 < \alpha < 1$.

Wskaźniki rzeczywistej mikroekonomicznej efektywności ponoszonych nakładów (Q/N) są oczywiście w obu wypadkach większe od jedności, bo w przeciwnym wypadku przedsiębiorcy nie osiągaliby nadwyżki ekonomicznej i proces produkcji zostałby przerwany. Natomiast elastyczność funkcji względem nakładów, czyli siła reakcji funkcji na wzrost nakładów w warunkach (10.1) i przy założeniu, iż $d = 0$, wynosi:

$$\frac{\Delta Q}{Q} : \frac{\Delta N}{N} = 1 \quad (10.3)$$

a więc jest stała i równa jedności.

Natomiast w warunkach (10.2):

$$\frac{\Delta Q}{Q} : \frac{\Delta N}{N} = \alpha \quad (10.4)$$

a więc również jest stała, jednak mniejsza od jedności. Oznacza to, że w danym procesie wytwórczym stopa wzrostu efektów jest jedynie ułamkiem stopy wzrostu nakładów ($0 < \alpha < 1$). Stąd w warunkach funkcji liniowej:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta N} = \frac{Q}{N} \quad (10.5)$$

czyli krańcowa stopa efektywności jest oczywiście stała (jednakowa dla wszystkich jednostek ponoszonych nakładów) i równa przeciętnemu wskaźnikowi efektywności. Natomiast w warunkach funkcji nieliniowej krańcowa stopa efektywności, mimo że jest stała stanowi jedynie określony ułamek przeciętnego wskaźnika efektywności, bowiem:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta N} = \alpha \frac{Q}{N} \quad (10.6)$$

Jednoczynnikowa funkcja produkcji umożliwia wprawdzie badania z zakresu ogólnych relacji efektywności, wyklucza jednak analizę struktury ponoszonych nakładów, a co za tym idzie cząstkowych wskaźników efektywności.

10.2. DWUCZYNNIKOWA FUNKCJA PRODUKCJI

Gdyby w strukturze nakładów wyodrębnić dwa czynniki produkcji oraz przyjąć, że wskaźnik ogólnej efektywności posiada wartość stałą i równą 1, to zależność między produktem a nakładami można by zapisać w postaci dwuczynnikowej funkcji produkcji pierwszego stopnia:

$$Q = A (C + L) \quad (10.7)$$

gdzie:

L – nakłady pracy ($L > 0$), C – nakłady kapitału ($C > 0$)¹.

lub stopnia innego niż pierwszy:

$$Q = AC^\alpha L^{1-\alpha} \quad (10.8)$$

przy czym:

A – wskaźnik ogólnej efektywności nakładów ($A > 1$),
oraz (α) i $(1 - \alpha)$ – współczynniki elastyczności funkcji względem (odpowiednio) nakładów kapitału i pracy ($0 < \alpha < 1$)

Funkcja 10.8 stanowi pierwotną postać tak zwanej funkcji Cobba-Douglasa² i z uwagi na walory „techniczne” jest jednym z najpopularniejszych narzędzi analizy ekonomicznej.

Wskaźnik ogólnej (przeciętnej) efektywności nakładów pozostaje oczywiście w warunkach formuły (10.7) wielkością stałą i równą jedności:

$$A = 1 = \frac{Q}{C + L} \quad (10.9)$$

co wskazuje zresztą na nieadekwatność zapisu algebraicznego względem rzeczywistego przebiegu procesów gospodarczych (nadwyżka efektów nad nakładami wynosiłaby zero, co jest sprzeczne z powszechnym doświadczeniem). W warunkach formuły (10.8) wskaźnik ogólnej efektywności przyjmuje oczywiście, zgodnie z założeniami, wartości większe od jedności.

Należy również podkreślić, że w warunkach przyjętych założeń elastyczność produkcji względem nakładów kapitału i pracy przyjmuje wartości ułam-

¹ Terminów: „nakład pracy” i „nakład kapitału” użyto tu w znaczeniu tradycyjnym, chociaż zapewne bardziej precyzyjne byłyby określenia: „nakłady kapitału ludzkiego” i „nakłady kapitału rzeczowego” (por. rozdz. 2).

² Por. C.W. Cobb, P.H. Douglas, *A Theory of Production*, „American Economic Review. Papers and Proceedings” 1928, s. 139-165.

kowe, co oznacza, iż wzrost nakładów danego czynnika o określoną wartość daje stosunkowo mniejszy, chociaż bezwzględnie biorąc zawsze taki sam przyrost wartości produkcji. Stąd:

$$\alpha = \frac{\Delta Q}{\Delta C} \cdot \frac{C}{Q}$$

oraz

$$1 - \alpha = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \cdot \frac{L}{Q} \quad (10.10)$$

Współczynnik elastyczności funkcji produkcji względem nakładów określonego czynnika zależy więc, w warunkach danej nakładochłonności produkcji (C/Q , L/Q), od marginalnych zmian produktywności tego czynnika.

10.3. FUNKCJA JEDNAKOWEGO PRODUKTU

Przedmiotem analizy mikroekonomicznej są oczywiście nie tylko ogólne relacje nakładów i efektów, ale również, a może nawet przede wszystkim jednostkowe relacje efektywności.

W warunkach formuły (10.7) wartość osiągniętych efektów równa się wartości poniesionych nakładów (por. 10.9), czyli:

$$\frac{C + L}{Q} = 1 \quad (10.11)$$

skąd:

$$\frac{C}{Q} + \frac{L}{Q} = 1$$

lub:

$$k + r = 1 \quad (10.12)$$

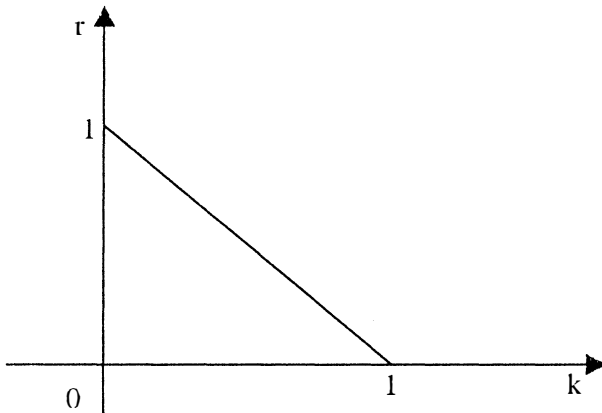
gdzie:

k – wskaźnik przeciętnej kapitałochłonności produkcji,

r – wskaźnik przeciętnej pracochołonności produkcji, przy czym, $k, r \in (0,1)$

Wytworzenie jednostki produktu wymaga więc określonych (jednostkowych) nakładów kapitału (k) i pracy (r). Oba wskaźniki przyjmują oczywiście wartości ułamkowe i uzupełniają się do jedności, co wynika bezpośrednio z wcześniejszych założeń modelowych, a dokładnie z wyodrębnienia jedynie dwu czynników produkcji.

Rys. 10.1. Funkcja jednostkowa (jednakowego produktu)



Ponieważ funkcja (10.12) jest zależnością jedynie dwuwymiarową, możliwa jest jej prosta interpretacja graficzna (por. Rys. 10.1). Stanowi ją linia prosta (w warunkach przyjętych założeń) nachylona względem obu osi układu współrzędnych pod tym samym kątem. Funkcja taka nosi nazwę funkcji jednakowego produktu (izokwenty), ponieważ wszystkie tworzące ją punkty stanowią mogą geometryczną interpretację tej samej jednostki produktu, wytwarzanej za pomocą różnych kombinacji pracy i kapitału.

Innymi słowy, w warunkach dwuczynnikowej funkcji produkcji typu (10.7) na jednostkę wartości produkcji składają się określone nakłady pracy i kapitału (współczynniki pracochłonności i kapitałochłonności), czyli jednostka ta powstaje przy różnych relacjach kapitałochłonności i pracochłonności. Albo jeszcze inaczej, wszystkie punkty składające się na tę prostą odzwierciedlają ten sam produkt (dokładnie – jednostkę produktu), ale wytworzony za pomocą różnych metod produkcji. Wynika to z tego, że relacja k/r równa jest relacji C/L^3 .

Kapitałochłonność i pracochłonność w ramach przyjętych założeń upraszczających uzupełniają się do jedności, a oba czynniki są zastępowalne. Oznacza to, że jakkolwiek zmiana kapitałochłonności jest równoznaczna ze zmianą pracochłonności i odwrotnie.

Funkcja jednakowego produktu może być więc również interpretowana jako zbiór alternatywnych technik mniej lub bardziej kapitałochłonnych (pracochłonnych). Odchodzenie od technik pracochłonnych oznacza stosowanie technik bardziej kapitałochłonnych lub odwrotnie, oszczędzanie kapitału musi oznaczać zwiększanie jednostkowych nakładów pracy. Ogólniej, zmiana technik

$$^3 \quad \frac{k}{r} = \frac{C}{Q} : \frac{L}{Q} = \frac{C}{L}$$

produkcji jest równoznaczna z zastępowaniem jednego czynnika drugim, czyli z substytucją czynników wytwórczych.

Funkcja (10.12) może przyjąć i inną jeszcze interpretację. Otóż jeśli pamiętać, że $r = 1/W$ (W – wydajność pracy), to:

$$\begin{aligned} k &= -r + 1 \\ k &= -\frac{1}{W} + 1 \end{aligned} \quad (10.13)$$

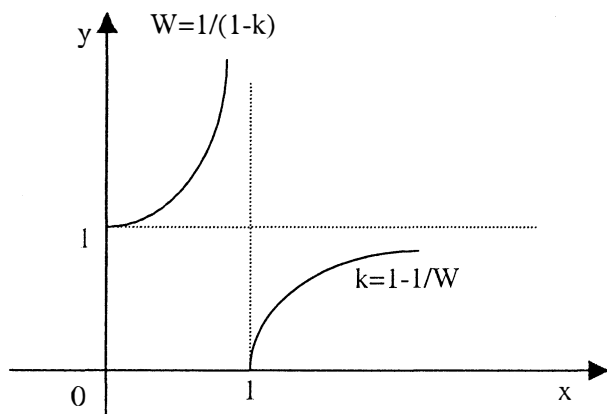
lub

$$W = \frac{1}{1-k} \quad (10.14)$$

wyrażają zależność między kapitałochłonnością produkcji a wydajnością pracy.

Już na pierwszy rzut oka widać, że wydajność pracy jest rosnącą funkcją kapitałochłonności (por. również Rys. 10.2). Innymi słowy, w ramach przyjętego modelu produkcji warunkiem wzrostu wydajności pracy jest wzrost kapitałochłonności lub po przekształceniu funkcji ze względu na „ k ”: kapitałochłonność jest rosnącą funkcją wydajności pracy. Uwaga: na Rys. 10.2. x oznacza zmienną k przy wykresie funkcji W , oraz zmienną W przy wykresie funkcji k .

Rys. 10.2. Wydajność pracy a kapitałochłonność



Tyle tylko, że tym razem zależności te mają charakter nieliniowy.

W warunkach formuły (10.8) funkcja jednakowego produktu (izokwanta) przyjmuje oczywiście postać nieliniową (por. Rys. 10.3), bowiem:

$$1 = A \cdot \frac{C^\alpha L^{1-\alpha}}{Q^\alpha Q^{1-\alpha}}$$

oraz:

$$1 = A \cdot k^\alpha \cdot r^{1-\alpha} \quad (10.15)$$

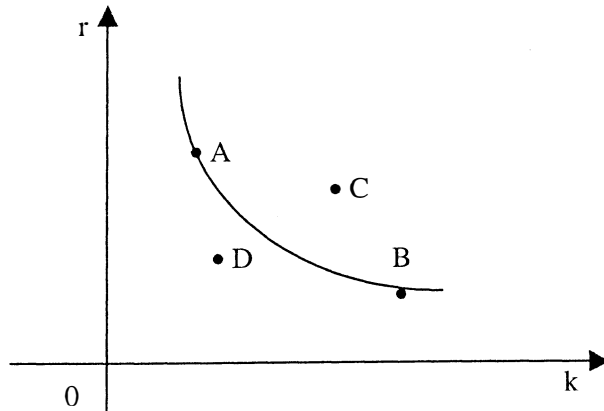
stąd:

$$r = \frac{1}{\frac{\alpha}{A \cdot k^{1-\alpha}}} \quad (10.16)$$

Tak jak w poprzednim wypadku jednostka produktu pozostaje rezultatem interakcji między określonym kwantum kapitału (kapitałochłonność, kapitał na jednostkę) a określonym kwantum pracy (pracochłonność). Struktura nakładów może być oczywiście różna zarówno ze względu na rodzaj produktu, jak i przede wszystkim ze względu na stosowaną technikę wytwarzania. W jednym wypadku udział kapitału może być więc dominujący i mówi się wówczas, że stosuje się technikę kapitałochłonną lub że produkcja jest kapitałochłonna, w innym dominujący może być nakład pracy (technika pracochłonna).

Ponieważ formuła (10.13) uwzględnia nakłady jedynie dwu czynników uczestniczących w tworzeniu jednostki produktu, to wzrost kapitałochłonności zawsze jest równoznaczny ze spadkiem pracochłonności (wzrostem wydajności pracy).

Rys. 10.3. Krzywa jednakowego produktu (izokwanta)



Izokwanta przedstawiona na Rys. 10.3 jest więc zbiorem punktów odzwierciedlających rozmaite, możliwe do zastosowania techniki produkcji. Od skrajnie kapitałochłonnych, położonych w dolnej części krzywej (na przykład p. B), do skrajnie pracochłonnych, położonych w górnej części krzywej (na przykład p. A). Ściśle biorąc, wszystkie punkty w przedstawionym układzie współrzędnych mogą

stanowiąc ilustrację jakiejś techniki produkcji, reprezentują bowiem połączenie obu czynników produkcji. Nie wszystkie jednak odzwierciedlają realnie istniejące możliwości techniczne (na przykład p. D). Większość z teoretycznie możliwych technik produkcji (punktów) realnie nie istnieje (na przykład techniki reprezentowane przez punkty położone na lewo od izokwanty). Inne techniki, te reprezentowane przez punkty położone na prawo od krzywej, są z kolei nieśprawne.

Nie wszystkie wszakże korzystne połączenia czynników wytwórczych prowadzą do uruchomienia procesu produkcyjnego. Jest to zrozumiałe, a sytuacja odwrotna byłaby wyrazem braku jakichkolwiek ograniczeń dla wzrostu efektywności produkcji i samej produkcji. Oznaczałoby to, że jednostkę dochodu narodowego wytworzyć można przy dowolnych, nawet bardzo małych nakładach pracy żywej i uprzedmiotowionej. Tymczasem tak nie jest. Na danym etapie rozwoju gospodarka (a więc poszczególni przedsiębiorcy) dysponuje ograniczonym zasobem czynników, a także ograniczonym zestawem metod produkcji. Dowolny punkt na krzywej jednakowego produktu jest geometrycznym wyrazem pewnej metody produkcji, oznacza więc połączenie w procesie wytwarzania określonych ilości czynników produkcji. Przy czym kombinacja owych ilości w każdym przypadku jest inna.

Generalnie biorąc, punkty położone w dolnej części krzywej jednakowego produktu reprezentują techniki charakteryzujące się niższymi nakładami pracy i wyższymi nakładami kapitału na jednostkę produktu, i odwrotnie, punkty położone w górnej części krzywej reprezentują techniki charakteryzujące się większymi nakładami pracy, ale za to mniejszymi nakładami kapitału na jednostkę produktu. Te pierwsze noszą nazwę technik kapitałochłonnych, a drugie praco- chłonnych.

Wynika z tego, że krzywa jednakowego produktu jest zbiorem technik alternatywnych, to znaczy takich, że wybór między nimi jest obojętny z punktu widzenia sumy ponoszonych nakładów jednostkowych. Im wyżej na krzywej jednakowego produktu położona jest technika, tym większych wymaga nakładów pracy, ale jednocześnie mniejszych kapitału w celu wytworzenia jednostki produktu, i odwrotnie, im niżej na prostej położona jest technika, tym bardziej są to techniki kapitałochłonne i mniej praco- chłonne.

Można więc powiedzieć, że praca i kapitał są czynnikami substytucyjnymi, czyli są nawzajem zastępowalne, a wybór takiej lub innej techniki produkcji (konkretnego połączenia tych czynników) w procesie wytwarzania zależy od ilości czynników, jakimi dysponuje gospodarka.

Na przykład przejście od techniki B do techniki A oznaczałoby spadek jednostkowych nakładów kapitału, ale za to wzrost nakładów pracy. Natomiast przejście od techniki B do techniki C oznaczałoby wprawdzie, że nakłady pracy pozostają na tym samym poziomie, ale przy jednoczesnym wzroście nakładów kapitału. „Przejście” takie byłoby praktycznie nieopłacalne. Problem polega

więc na wyborze techniki z zestawu technik alternatywnych, położonych na krzywej jednakowego produktu. Pozostałe punkty płaszczyzny (techniki) nie powinny być brane w krótkim okresie pod uwagę, ponieważ techniki te albo nie istnieją, jak to jest w przypadku punktów położonych poza krzywą, bliżej początku układu współrzędnych, albo są mniej sprawne (efektywne), jak to jest w przypadku punktów położonych na prawo od krzywej jednakowego produktu.

Dowolny punkt położony na prawo od krzywej jednakowego produktu reprezentuje technikę mniej sprawną niż punkty ją tworzące. Problem sprowadza się więc do wyboru odpowiedniego punktu-techniki położonej na izokwancie. Jest to wybór między technikami bardziej lub mniej pracochłonnymi albo, co na to samo wychodzi, mniej lub bardziej kapitałochłonnymi.

Krzywa jednakowego produktu jest zbiorem punktów reprezentujących techniki realnie istniejące, a więc możliwe do zastosowania w danym miejscu i czasie. Stosując dowolną technikę produkcji (dowolny punkt na krzywej jednakowego produktu), otrzyma się tę samą jednostkę produktu, a przechodząc od technik przykładowo mniej do bardziej kapitałochłonnych zastępuje się jeden czynnik produkcji drugim, dostosowując technikę do sytuacji gospodarczej (na przykład do aktualnego układu cen).

Możliwości wzrostu produktu są oczywiście ściśle związane ze wzrostem nakładów poszczególnych czynników oraz wzrostem ich produktywności (sprawności jednostkowej). Staje się to bardziej widoczne wówczas, gdy odnieść produkt do jednego tylko czynnika produkcji (pracy lub kapitału). Na przykład (por. przy tym formułę 10.2):

$$Q = A \cdot C^{\alpha} - d \quad (10.17)$$

lub:

$$Q = A \cdot L^{\alpha} \quad (10.18)$$

gdzie:

A, d, α – stałe parametry funkcji ($A > 0, 0 < \alpha \leq 1$).

W obu przypadkach produkt jest nieliniowo rosnącą funkcją nakładów danego czynnika, przy czym elastyczność funkcji (α) jest w zasadzie wielkością ułamkową, co oznacza, że przy określonej stopie wzrostu wartości nakładów danego czynnika stopa wzrostu produktu pozostaje dużo mniejsza (stanowi jej

ułamek, na przykład, $\frac{\Delta Q}{Q} = \alpha \cdot \frac{\Delta C}{C}$). W skrajnym przypadku, kiedy $\alpha = 1$, stopa wzrostu produktu równa jest stopie wzrostu nakładów.

Parametr A (w matematyce parametr kierunkowy prostej) odzwierciedla ogólny poziom efektywności nakładów (w przypadku 10.17 efektywności kapitału, a w przypadku 10.18 wydajności pracy). Parametr d (parametr przesunięcia) odzwierciedla minimalny poziom nakładów potrzebny do uruchomienia (wytworzenia pierwszej jednostki) produkcji. Minimalna wartość nakładów (uwzględniając korygujący charakter parametrów A i α) potrzebna do uruchomienia produkcji wynosi więc „ d ”. Jeśli jak w formule 10.18 wartość tego parametru wynosi zero, to przyjmuje się tym samym, że jakkolwiek (nieskończenie mały) poziom nakładów generuje efekt.

10.4. STOPA WZROSTU PRODUKTU

Stopa wzrostu produktu jest oczywiście ściśle związana ze stopą wzrostu nakładów. W warunkach formuły (10.2) wyniesie ona:

$$q = \frac{\Delta Q}{Q} = \alpha \cdot n \quad (10.19)$$

gdzie:

q – stopa wzrostu produktu, n – stopa wzrostu nakładów.

Stopa wzrostu produktu równa jest więc skorygowanej przez współczynnik elastyczności stopie wzrostu nakładów.

W warunkach formuły (10.8) stopa wzrostu produktu wyniesie:

$$q = \alpha \cdot c + (1 - \alpha) \cdot l \quad (10.20)$$

gdzie:

c – stopa wzrostu nakładów kapitału $\left(c = \frac{\Delta C}{C} \right)$

l – stopa wzrostu nakładów pracy $\left(l = \frac{\Delta L}{L} \right)$.

Jest więc zmodyfikowaną przez współczynniki efektywności sumą stóp wzrostu nakładów obu czynników.

10.5. RELACJE PRODUKTYWNOŚCI KRAŃCOWYCH JAKO PODSTAWA RELACJI CEN

Na cenę rozumianą jako ilość pieniędzy, którą trzeba zapłacić w określonym miejscu i czasie za jednostkę danego dobra, wpływa cały szereg czynników, w tym również zagospodarczych. Jednakże głównym czynnikiem określającym cenę czynników produkcji (a w konsekwencji wszystkich produktów) są produktywności krańcowe tych czynników. Producent jakiegoś dobra może bowiem zapłacić za jednostkę określonego czynnika tylko tyle, ile wynosi przyrost produkcji wynikający z zastosowania tej jednostki – nie więcej, ponieważ poniesie stratę, ale i nie mniej, ponieważ wcześniej czy później napotka na barierę konkurencji.

Gdyby więc w dalszym ciągu ograniczać się do dwuczynnikowego modelu produkcji (praca, kapitał), to relacja cen pracy i kapitału byłaby równa relacji ich produktywności krańcowych. Jeśli bowiem (por. 10.20):

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \alpha \frac{\Delta C}{C} + (1 - \alpha) \frac{\Delta L}{L} \quad (10.21)$$

to biorąc pod uwagę, że:

$$\alpha = \frac{\Delta Q}{Q} : \frac{\Delta C}{C}$$

natomiast:

$$(1 - \alpha) = \frac{\Delta Q}{Q} : \frac{\Delta L}{L}$$

bezwzględny przyrost produktu:

$$\Delta Q = q_C \cdot \Delta C + q_L \Delta L \quad (10.22)$$

gdzie:

$$q_C = \frac{\Delta Q}{\Delta C} \text{ – krańcowa produktywność kapitału,}$$

$$q_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \text{ – krańcowa produktywność pracy.}$$

Bezwzględny przyrost produktu jest więc funkcją dyspozycyjnych przyrostów kapitału i pracy oraz ich krańcowych produktywności. A w krótkim okresie czasu, kiedy rozmiary produkcji pozostają na tym samym poziomie ($\Delta Q = 0$):

$$q_C \cdot \Delta C + q_L \cdot \Delta L = 0 \quad (10.23)$$

a stąd:

$$\frac{q_L}{q_C} = - \frac{\Delta C}{\Delta L} \quad (10.24)$$

Okazuje się, że relacja produktywności krańcowych obu czynników (a tym samym relacja ich cen) zależy przy określonej relacji ich zasobów w gospodarce (L/C) od ich krańcowej stopy substytucji, czyli od dyspozycyjnych zasobów tych czynników.

Jeżeli bowiem ogólny poziom produkcji jest wielkością stałą, czyli jeśli ograniczyć rozważania do możliwości zmian technicznych w ramach określonej krzywej jednakowego produktu (por. Rys. 10.3), to o cenach czynników decydują relacje ich zasobów, a o zmianach cen marginalne zmiany tych zasobów. Im większy jest więc w warunkach danego spektrum technik wytwarzania nacisk strumienia pracy żywej na rynek w stosunku do strumienia kapitału, tym większe będą, licząc na jednostkę produktu, nakłady pracy i mniejsze nakłady kapitału, a więc tym mniej korzystnie ukształtują się płace w stosunku do cen kapitału.

Zadania sprawdzające

Zadanie 1

Prawda czy fałsz?

1. Izokwanta jest geometryczną interpretacją tej samej jednostki produktu, wytwarzanej przy różnych relacjach kapitałochłonności i pracochołonności.
2. Zmiana wielkości nakładów czynników produkcji przy niezmienionej metodzie produkcji oznacza zmianę skali produkcji.
3. Dowolny punkt położony na lewo od izokwanty reprezentuje technikę mniej sprawną niż punkty leżące na krzywej jednakowego produktu.
4. W warunkach funkcji liniowej krańcowa stopa efektywności jest jednako-owa dla wszystkich jednostek ponoszonych nakładów i jest równa przeciętnemu wskaźnikowi efektywności.
5. Wydajność pracy jest równa wskaźnikowi przeciętnej pracochołonności produkcji.
6. Współczynnik elastyczności funkcji produkcji jest relacją bezwzględnej wartości produktu do bezwzględnej wartości nakładu.

Zadanie 2

Mała firma zgromadziła następujące dane:

Liczba osób pracujących miesięcznie	Wielkość produkcji miesięcznie (w tysiącach)
0	0
1	1
3	2
7	3
12	4
18	5
25	6

Czy na podstawie danych można zbudować funkcję produkcji? Uzasadnij.

Zadanie 3

Analizujemy produkcję dobra X na poziomie 100 jednostek. Proporcje połączenia kapitału rzeczowego i kapitału ludzkiego prezentuje tabela:

Proporcja	Kapitał rzeczowy	Kapitał ludzki
A	20	20
B	20	50
C	50	50
D	50	20

Ustal liczbę metod produkcji i wskaż wśród nich technicznie najefektywniejszą. Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 4

Funkcja $Q = AL^{0.4}C^{0.6}$ jest:

- funkcją krótkookresową
- funkcją opisującą rosnące korzyści skali
- funkcją długookresową
- funkcją opisującą stałe korzyści skali.

Zadanie 5

Mamy do czynienia z jednoczynnikową liniową funkcją produkcji o następujących parametrach:

- współczynnik kapitałochłonności równy 0,5
- współczynnik przesunięcia wykresu funkcji produkcji względem początku układu współrzędnych $d=2$.

Przedstaw postać algebraiczną i graficzną funkcji produkcji.

Zadanie 6

Wykorzystując dane z zadania poprzedniego:

- Przedstaw postać algebraiczną funkcji produkcji jednoczynnikowej nieliniowej wykorzystując dodatkową informację, że siła reakcji produktu na zmianę nakładu czynnika produkcji wynosi 0.3.
- Czy nakładem w analizowanej funkcji produkcji może być nakład kapitału rzeczowego? Podaj postać funkcji.
- Czy nakładem w analizowanej funkcji produkcji może być nakład kapitału ludzkiego? Podaj postać funkcji.

Zadanie 7

O wyniku wytworzonego produktu decyduje bieżący nakład pracy ludzkiej (L) i kapitału rzeczowego (C), przedstaw:

- ogólną zależność funkcyjną
- postać algebraiczną liniowej funkcji produkcji
- postać algebraiczną nieliniowej funkcji produkcji. Podaj znaną ci jej nazwę.

Zadanie 8

Jak silna jest reakcja produktu na zmianę w kapitale rzeczowym w przypadku funkcji Cobba-Douglasa (dwuczynnikowej innego stopnia niż pierwszy), gdy współczynnik elastyczności funkcji produkcji względem nakładów kapitału ludzkiego wynosi 0,6, współczynnik efektywności 0,5?

Zadanie 9

Wykorzystując postać funkcji Cobba-Douglasa z poprzedniego zadania odpowiedz, co stałoby się ze współczynnikiem elastyczności funkcji produkcji względem nakładów kapitału ludzkiego, gdyby:

1. współczynnik elastyczności funkcji produkcji względem nakładu kapitału rzeczowego wyniósł 0,5;
2. współczynnik elastyczności funkcji produkcji względem nakładu kapitału rzeczowego wyniósł 1;

Odpowiedź uzasadnij. Podaj nowe postacie funkcji.

Zadanie 10

Określ cenę kapitału rzeczowego, jaką skłonny jest zapłacić producent, jeżeli krańcowa produktywność pracy wynosi 3, bezwzględny przyrost kapitału ludzkiego 2 i jest dwukrotnie mniejszy od bezwzględnego przyrostu kapitału rzeczowego. Zakładamy, że ogólny poziom produkcji jest wielkością stałą.

Zadanie 11

Analizujemy nieliniową funkcję produkcji, w której wytworzenie określonego produktu wartości 1200jp, wymaga poniesienia nakładu kapitału ludzkiego wartości 800jp. Siła reakcji funkcji produkcji na wzrost nakładów jest stała i równa 1.

Oblicz krańcową stopę efektywności.

Ile wynosi przeciętny wskaźnik efektywności? Oceń czy zamierzenie jest efektywne.

Zadanie 12

Zakładana wielkość produkcji wynosi 100 jednostek. Na wytworzenie jednej jednostki dobra wykorzystuje się 10 jednostek kapitału rzeczowego.

Ile wynosi wskaźnik kapitałochłonności, wskaźnik pracochłonności, produktywności kapitału i wydajności pracy, jeżeli zakładany poziom efektywności wynosi 1 (analiza funkcji dwuczynnikowej).

Odpowiedzi

Zadanie 1

(1) prawda, (2) prawda, (3) fałsz, (4) prawda, (5) fałsz, (6) fałsz.

Zadanie 2

tak

Zadanie 3

Analizowana wielkość

C, B, D. Metodę produkcji wyznacza określone połączenie czynników produkcji tj. odpowiednia relacja kapitału rzeczowego (C) i kapitału ludzkiego (L). Jeżeli zmianie ulegnie wielkość nakładów czynników produkcji przy zachowanej proporcji $\frac{C}{L}$, wówczas mamy do czynienia jedynie ze

zmianą skali zaangażowania czynników produkcji, a nie ze zmianą metody. Proporcje A i C opisują niezmienną metodę produkcji realizowaną jedynie przy różnych poziomach zaangażowania C i L (A: $\frac{C}{L}$ wynosi $\frac{20}{20}$; C: $\frac{C}{L}$ wynosi $\frac{50}{50}$). Pozostałe dwie metody to: proporcja B $\left(\frac{C}{L} = \frac{20}{50}\right)$,

proporcja D $\left(\frac{C}{L} = \frac{50}{20}\right)$.

Najefektywniejszą metodą produkcji pod względem technicznym jest metoda A, ze względu na najniższe nakłady czynników produkcji.

Zadanie 4

c, d

Zadanie 5

$$Q = 0,5N - 2$$

Zadanie 6

$$1. Q = 0,5N^{0,3} - 2$$

$$2. \text{tak, } Q = 0,5C^{0,3} - 2$$

$$3. \text{nie, ponieważ istnieje parametr przesunięcia, } Q = 0,5L^{0,3}$$

Zadanie 7

$$1. Q = f(C, L)$$

$$2. Q = C + L$$

$$3. Q = AC^\alpha L^{1-\alpha}, \text{ funkcja Cobba-Douglasa}$$

Zadanie 8

Wychodzimy z postaci funkcji: $Q = AC^\alpha L^{1-\alpha}$,

Gdzie: $a = 0,5, 1 - \alpha = 0,6$

Z zależności: $\alpha + (1 - \alpha) = 1$, wyliczamy wartość współczynnika elastyczności funkcji produkcji względem nakładu kapitału ludzkiego, czyli siłę reakcji produktu na zmianę w kapitale rzeczowy:

$$\alpha = 1 - (1 - \alpha) = 1 - 0,6 = 0,4$$

Funkcja przedstawia się następująco: $Q = 0,5C^{0,4}L^{0,6}$

Zadanie 9

1. $Q = 0,5C^{0,5}L^{0,5}$

2. $Q = 0,5C^1$

Zadanie 10

Wychodzimy z zależności: $\Delta Q = q_C \Delta C + q_L \Delta L$

gdzie: $q = 3$, $\Delta L = 2$, $\Delta C = 4$

Jeżeli rozmiary produkcji pozostają na tym samym poziomie, to oznacza, że rozważania ograniczamy do możliwości zmian technicznych w ramach określonej jednej izokwenty,

a zatem: $\Delta Q = 0$, stąd: $\frac{q_L}{q_C} = -\frac{\Delta C}{\Delta L}$

po podstawieniu otrzymujemy: $\frac{3}{q_C} = -\frac{4}{2}$

$$\text{stąd: } q_C = -\frac{6}{4} = -1,5$$

Za kolejną jednostkę kapitału rzeczowego producent skłonny jest zapłacić tyle, ile wynosi przyrost produkcji z zastosowania tej jednostki tj. 1,5jp.

Zadanie 11

Mamy do czynienia z funkcją produkcji o ogólnej postaci: $Q = AN^\alpha - d$

Analizowana przez nas funkcja ma postać: $Q = AL^\alpha$

gdzie; $Q = 1200$, $L = 800$

Współczynnik elastyczności funkcji produkcji względem nakładów kapitału ludzkiego:

$$\frac{\Delta Q}{Q} + \frac{\Delta L}{L} = \alpha = 1$$

$$\text{stąd: } \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{Q}{L} \quad \text{czyli: } \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{1200}{800} = 1,5$$

Przeciętny wskaźnik efektywności jest równy stałej krańcowej stopie efektywności i wynosi 1,5. Zamierzenie jest efektywne. (ogólny wskaźnik efektywności jest większy od jedności; $E=1,5$).

Zadanie 12

Dane zadania: $Q = 100$, $C = 10$

Wskaźnik kapitałochłonności: $k = \frac{C}{Q} = \frac{10}{100} = 0,1$

założenie stałego poziomu efektywności prezentuje zależność: $k + r = 1$

stąd wskaźnik pracochłonności wynosi: $r = 1 - k$
 $r = 1 - 0,1 = 0,9$

Produktywność kapitału jest odwrotnością wskaźnika kapitałochłonności: $\frac{1}{k} = 10$

Wydajność pracy stanowi odwrotność wskaźnika pracochłonności produkcji: $w = \frac{1}{r} = 1,11$