

# **Podstawy rachunku efektywności inwestycji**

---

**Robert W. Ciborowski**

**Ewa Gruszewska**

**Kazimierz Meredyk**

---

**Wydawnictwo Uniwersytetu w Białymstoku  
Białystok 2001**

### **Rada programowa**

Andrzej Franciszek Bocian, Leszek Kupiec, Kazimierz Meredyk (przewodniczący),  
Czesław Noniewicz, Jerzy Sikorski, Jerzy Wilkin

### **Kolegium redakcyjne**

Andrzej Franciszek Bocian (przewodniczący), Ryta Iwona Dziemianowicz,  
Ryszard Horodeński, Dariusz Kiełczewski, Marzanna Poniatowicz (sekretarz),  
Marek Proniewski, Bogusław Pławgo

### **Recenzent**

Urszula Gołaszewska-Kaczan

Copyright © by Uniwersytet w Białymstoku  
Białystok 2001

ISBN 83-87884-99-5

Opracowanie typograficzne, projekt okładki: zespół

Wydawnictwo Uniwersytetu w Białymstoku  
15-097 Białystok, ul. M. Skłodowskiej-Curie 14, tel. (085) 7457059

Druk: Zakład Poligraficzny Offset-Print, 15-748 Białystok, ul. Broniewskiego 14

# Spis treści

|  |    |
|--|----|
| Rozdział 1. Inwestycje w procesie wzrostu gospodarczego .....                    | 7  |
| 1.1. Pojęcie inwestycji i przesłanki inwestowania .....                          | 7  |
| 1.2. Struktura inwestycji w gospodarce współczesnej .....                        | 11 |
| 1.3. Polityka gospodarcza a procesy inwestycyjne .....                           | 15 |
| Rozdział 2. Pojęcie i elementy rachunku efektywności inwestycji .....            | 17 |
| 2.1. Pojęcie rachunku efektywności inwestycji .....                              | 17 |
| 2.2. Bezwzględna i względna efektywność inwestycji .....                         | 19 |
| 2.3. Nakłady i efekty w działalności inwestycyjnej .....                         | 20 |
| 2.4. Konstrukcje formuł rachunku efektywności .....                              | 21 |
| Rozdział 3. Czas w rachunku efektywności .....                                   | 25 |
| 3.1. Wartość końcowa zasobu w warunkach analizy okresowej i ciągłej .....        | 25 |
| 3.2. Wartość początkowa zasobu w warunkach analizy okresowej i ciągłej .....     | 29 |
| 3.3. Wartość końcowa strumienia w warunkach analizy okresowej i ciągłej .....    | 31 |
| 3.4. Wartość początkowa strumienia w warunkach analizy okresowej i ciągłej ..... | 36 |
| Zadania .....  | 40 |
| Rozdział 4. Klasyczne metody badania efektywności inwestycji .....               | 43 |
| 4.1. Rozmieszczenie inwestycji w czasie .....                                    | 43 |
| 4.2. Metoda rocznej raty kapitałowej. Plan spłaty kredytu .....                  | 46 |
| 4.3. Metoda równych rat .....  | 49 |
| 4.4. Metoda wewnętrznej stopy procentowej .....                                  | 53 |
| Zadania .....  | 57 |
| Rozdział 5. Koszt kapitału .....   | 60 |
| 5.1. Koszt kapitału własnego .....   | 61 |
| 5.2. Koszt kapitału obcego .....   | 63 |
| 5.3. Średni ważony koszt kapitału .....  | 65 |
| 5.4. Dźwignia finansowa .....  | 66 |
| Zadania .....  | 68 |
| Rozdział 6. Proste metody oceny efektywności inwestycji .....                    | 71 |
| 6.1. Okres zwrotu .....  | 71 |
| 6.2. Stopa zwrotu .....  | 73 |
| 6.3. Rachunek porównawczy kosztów .....  | 75 |
| 6.4. Rachunek porównawczy zysków .....   | 77 |
| Zadania .....  | 78 |

---

|  |     |
|--|-----|
| Rozdział 7. Dynamiczne metody oceny efektywności inwestycji .....                                | 81  |
| 7.1. Zaktualizowana wartość netto .....  | 81  |
| 7.2. Wewnętrzna stopa procentowa .....   | 84  |
| 7.3. Zmodyfikowana wewnętrzna stopa procentowa .....   | 86  |
| 7.4. Wartość końcowa netto .....   | 87  |
| Zadania .....  | 89  |
| Rozdział 8. Ocena efektywności inwestycji modernizacyjnych .....                                 | 95  |
| 8.1. Rachunek efektywności zastępowania starych urządzeń nowymi według standardów polskich ..... | 95  |
| 8.2. Klasyczna metoda oceny efektywności zamierzeń modernizacyjnych .....                        | 100 |
| 8.3. Ekonomiczna efektywność wymiany majątku trwałego według standardów UNIDO .....              | 101 |
| Zadania .....  | 105 |
| Rozdział 9. Amortyzacja i odnowa urządzeń produkcyjnych .....                                    | 109 |
| 9.1. Pojęcie amortyzacji .....   | 109 |
| 9.2. Metody amortyzacji .....  | 110 |
| 9.3. Fundusz amortyzacji a finansowanie inwestycji .....   | 116 |
| Zadania .....  | 119 |
| Rozdział 10. Ocena ryzyka inwestycyjnego .....   | 121 |
| 10.1. Próg rentowności .....   | 121 |
| 10.2. Wartość oczekiwana wartości zdyskontowanej netto .....                                     | 125 |
| 10.3. Metody operacyjne .....  | 127 |
| Zadania .....  | 129 |
| Aneks – tablice współczynników .....   | 133 |

# 1. Inwestycje w gospodarce współczesnej

## 1.1. Pojęcie inwestycji i przesłanki inwestowania

Istotą ekspansji gospodarczej jest gromadzenie i powiększanie wartości komercyjnych. A więc nie tylko tworzenie wartości, ale właśnie ich gromadzenie i powiększanie. Bo przecież gromadzenie i powiększanie zawiera w sobie pierwiastek dynamiki, a ściśle biorąc jest podstawą wszelkiej dynamiki.

Głównym instrumentem gromadzenia zasobów gospodarczych są inwestycje. Ich celem jest przecież nieodmiennie powiększanie zasobów trwałych, choć nie zawsze są to wartości komercyjne czy też wartości materialne. Tym właśnie gospodarka współczesna różni się zapewne od gospodarki tradycyjnej. Drugorzędne znaczenia posiadają natomiast formy i sposoby gromadzenia zasobów, czyli organizacja tego procesu.

Inwestycje to część dochodu (nadwyżki) przyjmująca formę nakładu gospodarczego ponoszonego przez określony podmiot (przedsiębiorcę, przedsiębiorstwo, administrację), zmierzający do tworzenia i powiększania trwałych zasobów gospodarczych<sup>1</sup>.

Niezależnie od struktury i formy zasobów gospodarczych, ich powiększanie wymaga oszczędności i akumulacji. Innymi słowy ekspansja gospodarki, to znaczy wzrost produktu i dochodów wymagają inwestycji.

Decyzje inwestycyjne zapadają na poziomie przedsiębiorstwa i z natury rzeczy muszą być zgodne z jego celami oraz metodami działania. Bezpośrednim celem inwestycji jest powiększanie strumienia produkcji i sprzedaży lub (i) wzrost efektywności działań, jak na przykład rentowności produkcji czy wydajności pracy. Oba cele są ze sobą nierozdzielnie związane, ponieważ niemożliwe jest w dłuższym czasie zarówno powiększanie produkcji nierentownej, jak i podniesienie sprawności procesu bez powiększania jego rozmiarów. Chodzi bowiem o to, że między dynamiką a efektywnością procesów gospodarczych istnieje zazwyczaj dodatnie sprzężenie zwrotne; efektywność ułatwia dynamizowanie procesu, a wysoka dynamika jego usprawnianie.

---

<sup>1</sup> Gdyby pojęcie inwestycji traktować tradycyjnie, to należałoby stwierdzić, że są to nakłady prowadzące do tworzenia i powiększania rzeczowych środków trwałych.

**Tabela 1.1.** Dynamika nakładów inwestycyjnych w Polsce w latach 1993–2000 (ceny stałe)

| Wyszczególnienie   | 1993                | 1994  | 1995  | 1996  | 1997  | 1998  | 1999          |               |               | 2000  |
|--|---------------------|-------|-------|-------|-------|-------|---------------|---------------|---------------|-------|
|  | Rok poprzedni = 100 |       |       |       |       |       | 1990<br>= 100 | 1995<br>= 100 | 1999<br>= 100 |       |
| <b>Ogółem</b>  | 102,3               | 108,1 | 117,1 | 119,2 | 122,2 | 115,3 | 105,9         | 221,8         | 177,9         | 102,0 |
| Rolnictwo, łowiectwo i leśnictwo                                   | 93,8                | 104,0 | 111,0 | 129,5 | 96,5  | 83,1  | 102,2         | 42,0          | 106,2         |       |
| Rybołówstwo i rybactwo   | 174,2               | 44,1  | 30,8  | 267,2 | 79,1  | 126,0 | 132,9         | 12,9          | 354,0         |       |
| Przemysł   | 100,7               | 120,7 | 115,0 | 120,0 | 113,8 | 111,2 | 95,3          | 193,1         | 144,8         |       |
| Budownictwo  | 84,5                | 122,3 | 116,2 | 149,6 | 126,9 | 125,6 | 103,7         | 332,4         | 247,2         |       |
| Handel i naprawy   | 121,0               | 100,9 | 146,2 | 109,1 | 141,3 | 123,2 | 128,0         | 692,6         | 243,2         |       |
| Hotele i restauracje   | 131,2               | 115,1 | 124,1 | 68,8  | 120,7 | 136,2 | 114,7         | 262,0         | 129,6         |       |
| Transport, gospodarka magazynowa i łączność                        | 118,5               | 99,6  | 127,9 | 131,8 | 127,0 | 108,1 | 108,2         | 331,3         | 195,8         |       |
| Pośrednictwo finansowe   | 106,1               | 121,7 | 132,4 | 114,4 | 159,5 | 144,1 | 118,9         | 1624,4        | 312,7         |       |
| Obsługa nieruchomości  | 81,8                | 90,5  | 101,9 | 100,4 | 124,1 | 126,2 | 121,1         | 128,2         | 190,4         |       |
| Administracja publiczna i obrona narodowa                          | 133,0               | 109,8 | 110,7 | 132,4 | 130,9 | 112,2 | 108,4         | 381,7         | 210,7         |       |
| Edukacja   | 117,1               | 88,4  | 120,2 | 135,1 | 123,6 | 106,0 | 92,2          | 207,7         | 163,2         |       |
| Ochrona zdrowia i opieka socjalna                                  | 131,4               | 95,3  | 127,6 | 120,8 | 114,8 | 103,4 | 77,3          | 142,2         | 110,8         |       |
| Pozostała działalność usługowa, komunalna, socjalna i indywidualna | 151,2               | 104,2 | 106,8 | 120,4 | 124,2 | 105,5 | 99,6          | 331,1         | 157,1         |       |

Źródło: *Rocznik Statystyczny RP 2000*, GUS, Warszawa 2000, s. 502, oraz *Źródła finansowania*, „Rynki Zagraniczne” 2001, nr 86.

Po znacznym spadku stopy inwestycji w Polsce w latach 1990–1991, ich poziom i dynamika zaczęły wzrastać osiągając średniorocznie w latach 1995–1997 tempo 19,5% (tabela 1.1). Niestety w latach 1998–2000 ich dynamika znowu spadła<sup>2</sup>. Radykalnej zmianie uległy natomiast proporcje sektorowe inwestycji; udział sektora prywatnego wzrósł w roku 2000 do ponad  $\frac{2}{3}$  ogólnej wartości inwestycji<sup>3</sup>.

Utrzymanie wysokiego poziomu inwestycji i wysokiej ich dynamiki wymaga od gospodarki sprawnego systemu zasilania; ergo, zasobnych źródeł i niskiej ceny kredytu. Bowiem nawet największej firmy nie stać w procesie realizacji inwestycji na skondensowany w czasie wydatek finansowy wielokrotnie zazwyczaj przewyższający jego roczne zyski. Taka jest natura procesów inwestycyjnych. Procesy te stanowią ostatni etap wielkiego i permanentnego „przedsięwzięcia” gospodarczego pod nazwą akumulacji kapitału.

Najlepszym argumentem na rzecz znaczenia akumulacji kapitału, zarówno rzeczowego, jak i ludzkiego jest silna korelacja statystyczna między stopą wzrostu gospodarczego a stopą akumulacji.

Gospodarka współczesna charakteryzuje się również wzrostem udziału i roli sektora innowacyjnego. Nowe produkty konsumpcyjne i nowe technologie są bowiem najbardziej atrakcyjnymi towarami i najbardziej dynamicznym segmentem współczesnego rynku. Stąd ogromne znaczenie nakładów w sektorze R&D. Czasami nawet mówi się o nowej gospodarce, chociaż to tylko zmiana struktury tej gospodarki, zmiana dotycząca przede wszystkim kierunków inwestowania. Tradycyjnie biorąc proces inwestowania wiązał się z tworzeniem środków trwałych, czyli takich które stanowią długotrwały element procesu gospodarczego. W tym względzie nic się nie zmieniło; inwestowanie to tworzenie warunków funkcjonowania i wzrostu gospodarczego w długim okresie. Kwalifikacje i normy społeczne są wszakże względnie trwałymi czynnikami wzrostu.

Zmieniła się natomiast struktura gałęziowa i rzeczowa inwestycji; jeśli do niedawna jeszcze *gros* funduszy inwestycyjnych kierowane było do przemysłu, a w tym głównie do przemysłu maszynowego, to w gospodarce współczesnej kierowane są one przede wszystkim do szeroko pojętej sfery usług, a w tym głównie do usług pośrednictwa finansowego i usług intelektualnych. Jeśli do niedawna jeszcze z funduszy inwestycyjnych powstawały przede wszystkim trwałe dobra materialne, to współcześnie gwałtownie rośnie udział trwałych dóbr intelektualnych (niematerialnych), takich jak właśnie system wartości, normy społeczne i kwalifikacje. W związku z tym inwestycje w aspekcie przedmiotowym podzielić można na inwestycje tworzące materialne środki trwałe, w skrócie – inwestycje materialne i inwestycje tworzące niematerialne środki trwałe, czyli inwestycje intelektualne. Te pierwsze prowadzą do powiększania wartości kapitału materialnego, te drugie, ludzkiego.

---

<sup>2</sup> Stopa inwestycji brutto zmniejszyła się „z ponad 20% w roku 1997 do 3,7% w 2000 r., co wiązało się ze spadkiem rentowności brutto przedsiębiorstw i wzrostem realnych stóp oprocentowania kredytów” (Welfe W., Florczak W., Sabanty L., *Prognozy rozwoju gospodarczego Polski*, „Życie Gospodarcze” 2001, nr 15).

<sup>3</sup> *Źródła finansowania*, „Rynki Zagraniczne” 2001, nr 86.

Podaż wolnych kapitałów zależy więc od stopy oszczędności krajowych i napływu środków zagranicznych. Natomiast popyt na kredyt inwestycyjny stanowi zgrubnie biorąc funkcję przeciętnej kapitałochłonności produkcji ( $k$ ) oraz planowanej dynamiki produktu ( $\Delta Y$ ). Jeśli więc pominąć opóźnienie czasowe związane z realizacją obiektu inwestycyjnego, to poziom inwestycji netto:

$$I_{\text{netto}} = k \cdot \Delta Y \quad (1.1)$$

gdzie:  $I_{\text{netto}}$  – wartość inwestycji netto zrealizowanych w czasie ( $t$ ),  $\Delta Y_t$  – przyrost produktu w czasie ( $t$ ),  $k$  – współczynnik przeciętnej kapitałochłonności produkcji.

A zgromadzony w czasie  $t$  majątek trwały ( $M_t$ ) stanowiłby funkcję rozmia-  
rów produkcji. Czyli:

$$M_t = k \cdot Y_t \quad (1.2)$$

i stanowiłby sumę zrealizowanych w tym czasie inwestycji, stąd:

$$M_t = \sum_{i=0}^{\infty} I_t \quad (1.3)$$

gdzie:  $i$  – kolejny rok rozrachunkowy.

Wartość zrealizowanych obiektów inwestycyjnych zależy natomiast przede wszystkim od ich dynamiki. Jeśli więc przykładowo wartość realizowanych inwestycji powiększa się rokrocznie o ( $r$ ) procent, to poziom inwestycji w  $n$ -tym roku wyniesie:

$$I_n = I_1 \cdot (1 + r)^n \quad (1.4)$$

gdzie:  $I_1$  – poziom inwestycji w roku pierwszym.

A wartość zgromadzonego majątku po ( $n$ ) latach wyniesie:

$$M_n = \frac{I_1 \left[ (1 + r)^n - 1 \right]}{r} \quad (1.5)$$

Pomijanie przesunięcia czasowego związanego z realizacją inwestycji jest oczywiście istotnym uproszczeniem rozrachunkowym i w praktyce projektowej nie może być stosowane. Tym bardziej, że nie komplikuje ono nadmiernie analizy. Natomiast uwzględnianie tych przesunięć w rozważaniach teoretycznych, ze względu na indywidualny charakter procesu inwestycyjnego, niewiele wyjaśnia. Gdyby więc na przykład przyjąć, że przeciętny czas realizacji inwestycji wynosi 2 lata, to po ( $n$ ) latach:

$$I_n = I_1 \cdot (1 + r)^{n-2} \quad (1.6)$$

oraz:

$$M_n = \frac{I_1 \cdot \left[ (1 + r)^{n-2} - 1 \right]}{r} \quad (1.7)$$



Aspekty ilościowe inwestycji i tworzenia majątku trwałego będą systematycznie rozwinięte w rozdziale 2 i 3.

## 1.2. Struktura inwestycji w gospodarce współczesnej

Gospodarka usługowa, a taki właśnie charakter ma gospodarka współczesna, posiada swoistą strukturę. Ta swoistość dotyczy zarówno nakładów, jak i wyników działalności (tabela 1.2). Struktura wyników, *ex definitione*, charakteryzuje się dominującym udziałem dóbr niematerialnych i produktów hybrydowych, w których najważniejsza jest część usługowa.

**Tabela 1.2.** Popyt, podaż i ceny w Polsce w latach 1997–2002 (ceny bieżące)

| Wyszczególnienie                       | 1997                          | 1998       | 1999       | 2000       | 2001       | 2002       |
|--|-------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
|  | wzrost w % (w cenach 1995 r.) |            |            |            |            |            |
| Zapasy <sup>a)</sup>                   | 301,1                         | 4,8        | 5,1        | 4,6        | 4,2        | 4,4        |
| Spożycie indywidualne                  | 75,7                          | 1,4        | 0,8        | 2,1        | 2,0        | 2,0        |
| Spożycie zbiorowe („budżetowe”)        | 110,9                         | 14,4       | 6,9        | 6,5        | 5,0        | 8,0        |
| <b>Inwestycje brutto</b>               | <b>487,6</b>                  | <b>6,5</b> | <b>4,9</b> | <b>4,7</b> | <b>4,1</b> | <b>5,0</b> |
| Popyt końcowy wewnętrzny               | 5,2                           | 0,1        | -0,2       | 0,1        | 0,1        | 0,1        |
| Globalny popyt wewnętrzny              | 492,7                         | 6,6        | 4,7        | 4,8        | 4,1        | 5,1        |
| Eksport                                | 120,4                         | 17,0       | -2,1       | 9,8        | 9,9        | 8,4        |
| Import                                 | 140,8                         | 19,1       | 1,5        | 7,8        | 6,4        | 7,8        |
| Deficyt handlowy                       | -                             | -1,3       | -1,2       | 0,2        | 0,8        | -0,1       |
| GDP w cenach konsumenta                | 20,1                          | 4,9        | 4,0        | 5,1        | 4,9        | 5,0        |
| Stopa inflacji                         | 472,4                         | 11,8       | 7,1        | 10,0       | 9,2        | 9,5        |
| Indeks cen dóbr konsumpcyjnych         | -                             | 11,5       | 7,2        | 10,2       | 8,4        | 7,2        |
| Produkcja przemysłowa                  | -                             | 4,9        | 4,5        | 9,0        | 8,0        | 8,0        |
| Stopa bezrobocia                       | -                             | 10,6       | 13,9       | 15,1       | 15,0       | 15,0       |
| Bilans budżetu państwa <sup>b)</sup>   | -                             | -2,3       | -3,2       | -2,8       | -1,5       | -2,3       |
| Bilans obrotów bieżących <sup>b)</sup> | -                             | -4,4       | -8,0       | -7,6       | -7,1       | -6,0       |

a) dla lat 1998–2002, procent realnej wartości GDP w roku poprzednim.

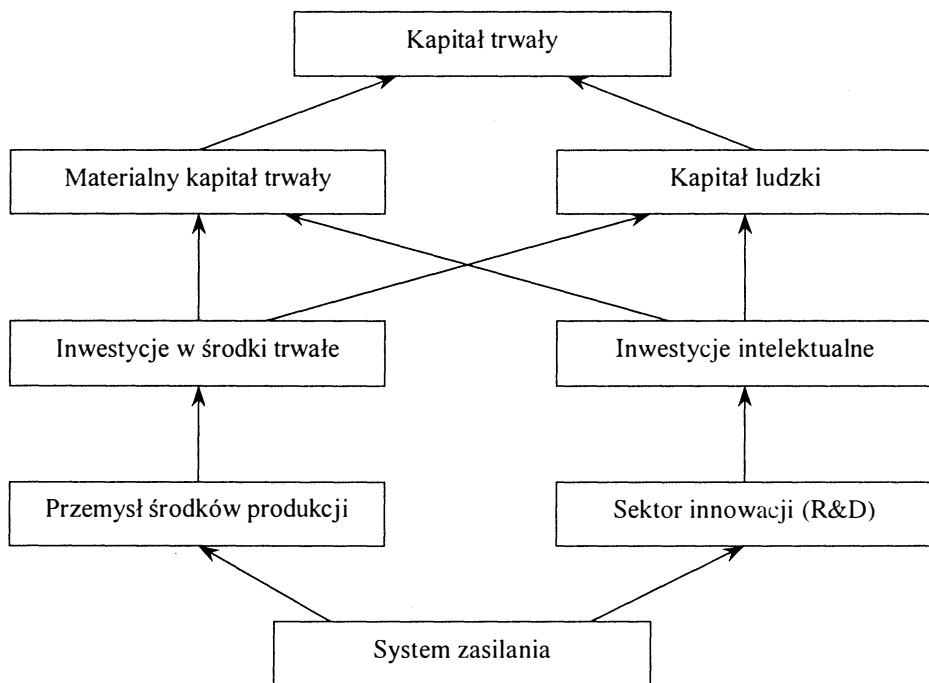
b) w procentach GDP.

Źródło: „OECD Economic Outlook” No 68, December 2000, OECD, Paris 2000, s. 107.

Struktura produkcji gospodarki współczesnej, stanowiąca funkcjonalne echo jej struktury nakładów, charakteryzuje się znacznym i wciąż rosnącym udziałem wartości niematerialnych, takich jak kapitał ludzki i kapitał społeczny<sup>4</sup>. Kierunki i dynamika zmian struktury gospodarczej określa oczywiście poziom i strukturę inwestycji.

<sup>4</sup> Kapitał ludzki jest to suma trwałych wartości intelektualnych, służących pomnażaniu wartości gospodarczych. Z natury rzeczy, nośnikiem tej formy kapitału jest człowiek. Kapitał społeczny jest to suma trwałych wartości niematerialnych, służących pomnażaniu wartości gospodarczych i występujących pod postacią społecznych relacji, takich jak przekonania polityczne oraz normy prawne, moralne i etyczne.

Chodzi o to, że we współczesnej gospodarce udział inwestycji w materialne środki trwałe, czyli charakteryzujących się stosunkowo niewielkim przesunięciem czasowym, jest coraz mniejszy. Rośnie natomiast udział inwestycji intelektualnych, które charakteryzują się często przesunięciem bardzo długim, liczoną w dziesiątkach lat. Stąd też uwzględnianie jego wielkości w systemie rozrachunkowym jest praktycznie niemożliwe.



Rys. 1.1. Schemat systemu tworzenia kapitału trwałego

Gdyby z punktu widzenia rodzaju nośnika kapitału wyodrębnić trzy jego formy; kapitał fizyczny, którego nośnikami są obiekty materialne, kapitał ludzki, którego nośnikiem są ludzie (pracownicy) oraz kapitał społeczny, którego nośnikiem są społecznie pożądane normy i relacje (idee),<sup>5</sup> to klasyfikacja taka odzwierciedlałaby, jak się wydaje prawidłowo, mechanizm jego tworzenia. Na nowo tylko należałoby zdefiniować wówczas kapitał trwały. Okazuje się bowiem, że funkcje kapitału trwałego niekoniecznie musi pełnić kapitał materialny (rysunek 1.1).

Fakty te należałoby również uwzględnić przy klasyfikacji inwestycji. Należałoby więc wyodrębnić z jednej strony inwestycje w formie fizycznych nakładów trwałych oraz inwestycje w formie nakładów intelektualnych. Te pierwsze

<sup>5</sup> Często dzieli się kapitał na fizyczny, ludzki, wiedzę i infrastrukturę („OECD Economic Outlook” No 68, December 2000, OECD, Paris 2000.). Klasyfikacja ta nie wydaje się jednak ani konsekwentna, ani precyzyjna.

równoważne są tradycyjnie pojmowanym środkiem trwałym, te drugie, kwalifikacjom, wiedzy i społecznym postawom (systemowi wartości). Ostatecznie biorąc każdą inwestycję sprowadzić można oczywiście do nakładów pracy i kapitału rzeczowego, jak to jest w każdym dowolnym procesie produkcyjnym.

Inwestycje intelektualne stanowią źródło tworzenia i powiększania kapitału ludzkiego.

Inwestycje, z punktu widzenia stopnia pośrednictwa instytucji finansowych, podzielić można na inwestycje rzeczowe, polegające na bezpośrednim tworzeniu środków trwałych oraz inwestycje finansowe dokonywane za pośrednictwem rynku kapitałowego. Te ostatnie polegają na bezpośrednim zakupie nie określonych środków trwałych, lecz na zakupie papierów wartościowych, takich jak akcje i obligacje. Ostatecznie, inwestycje zawsze jednak powinny prowadzić do tworzenia i powiększania niezbędnych w gospodarce zasobów trwałych, takich jak kapitał rzeczowy, kapitał ludzki i kapitał społeczny.

Inwestycje finansowe charakteryzują się wysoką elastycznością podmiotową. Można bowiem inwestować niemalże zawsze i wszędzie, tam gdzie dostępne są instrumenty finansowe. Inwestycje rzeczowe wymagają natomiast najczęściej znacznej koncentracji kapitału, co wynika z wysokiej kapitałochłonności produkcji. Na przykład gospodarka polska wykorzystuje środki trwałe większe co do wartości prawie 2,5-krotnie od wytworzonego produktu krajowego brutto. Dotyczy to również wielkości przyrostowych<sup>6</sup>. Tak właśnie kształtują się typowe relacje efektywnościowe w gospodarce. Tak więc kapitałochłonność przyrostowa produkcji nawet w nowoczesnych sektorach rzadko jest niższa od 2, co oznacza, że każda jednostka przyrostu produktu wymaga inwestycji o wartości dwukrotnie większej. Tworzenie zasobu środków trwałych stanowi więc w praktyce niezbędny warunek wszelkiej działalności gospodarczej.

Inwestycje rzeczowe podzielić można, z punktu widzenia przedmiotu, na inwestycje modernizacyjne, inwestycje rozwojowe w ramach danej firmy oraz inwestycje rozwojowe właściwe (prowadzące do powstania nowej firmy).

Należy również pamiętać o kompleksowości i ciągłości procesów inwestycyjnych, bez której efektywność inwestycji nie może być wysoka. Istotną rolę w procesach rozwojowych odgrywa więc system zasilania inwestycji stanowiący, obok systemu ubezpieczeń (socjalnych i gospodarczych), główny element systemu akumulacji. Obok funkcji informacyjnych pełni on, jak wiadomo, funkcje stymulacyjne i transformacyjne. Jego sprawność jest warunkiem wzrostu akumulacji i efektywności całej gospodarki.

Dwa są, formalnie biorąc, źródła finansowania inwestycji: fundusze własne oraz kredyt. Kluczowe znaczenie posiada więc cena kredytu, czyli poziom stóp

---

<sup>6</sup> Por. dane dotyczące PKB oraz środków trwałych brutto w *Roczniku statystycznym RP 2000*, GUS, Warszawa 2000.

procentowych. Ten natomiast związany jest ściśle z poziomem równowagi makroekonomicznej, a więc na przykład ze stopą inflacji.

Bezpośrednim źródłem kredytu są oczywiście banki i cały rynek kapitałowy, a cena kredytu stanowi wypadkową popytu i podaży na wolne środki finansowe<sup>7</sup>. Zarówno poziom akcji kredytowej („rozmiary kredytu”), jak i jego cena wyrastają więc bezpośrednio z realiów gospodarczych i w niewielkim tylko stopniu można nimi administrować. Dość oczywiste jest przy tym, że cena kredytu, czyli przeciętny poziom stopy procentowej, stanowi kryterium efektywności inwestycji na poziomie minimum.

Czy zakumulowane wartości trwałe, takie jak kwalifikacje, wiedza ogólna i system wartości, czyli inwestycje intelektualne różnią się czymś od inwestycji materialnych? Chyba tak. Przede wszystkim tym, że te drugie, czyli tradycyjne środki trwałe zużywają się całkowicie w procesie gospodarczym. Muszą więc być odnawiane (amortyzowane finansowo), natomiast te pierwsze zużywają się w procesie produkcji tylko częściowo, albo tylko „moralnie” w miarę postępu technicznego. Jest to konstatacja ważna, objaśnia ona bowiem fakt wyjątkowo wysokiej efektywności inwestycji intelektualnych.

Znaczenie inwestycji w gospodarce polega na tworzeniu materialnych warunków do wzrostu produkcji i efektywności. Chodzi więc po pierwsze o to, że wielu produktów oraz wielu parametrów jakościowych produkcji nie można osiągnąć bez odpowiednio wysokiej kapitałointensywności procesu wytwórczego. To samo dotyczy efektywności; wzrost intensywności kapitałowej procesu jest najczęściej podstawowym warunkiem ogólnej jego sprawności, a w tym podniesienia wydajności pracy. Na poziomie mikroekonomicznym oznacza on bowiem wyższy poziom innowacyjności. Ponadto, wzrost intensywności kapitałowej procesów wytwórczych zmienia strukturę kapitału ludzkiego, głównie w drodze zmiany mentalności i kwalifikacji. Prawidłowości te potwierdza wysoka korelacja między stopą akumulacji a stopą wzrostu produktu *per capita* i tempem wzrostu wydajności pracy.

Większość analiz empirycznych potwierdza na przykład, że wzrost nakładów inwestycyjnych o jeden procent wywołuje bezpośrednio skutek w postaci wzrostu produktu krajowego o 0,2–0,3 procent, a w dłuższym czasie przekłada się na wzrost produktu *per capita* na poziomie 1,3–1,5 procent<sup>8</sup>. Natomiast długofalowy efekt wydłużenia okresu edukacji o jeden rok szacowany jest na 4 do 7 punktów procentowych wzrostu produktu *per capita*<sup>9</sup>. Ogólnie, w wielu krajach wysoko rozwiniętych w latach 90., udział kapitału ludzkiego w ich wzroście gospodarczym przekroczył 50%<sup>10</sup>.

---

<sup>7</sup> Źródłem tych wolnych środków finansowych, czyli kredytu może być oczywiście zarówno akumulacja krajowych, jak i zagranicznych podmiotów gospodarczych.

<sup>8</sup> „OECD Economic Outlook” op. cit. s. 136.

<sup>9</sup> „OECD Economic Outlook”, op. cit. s. 138.

<sup>10</sup> „OECD Economic Outlook”, op. cit. s. 145.

Znaczenie inwestycji intelektualnych w procesie wzrostu gospodarczego znajduje odzwierciedlenie w wysokiej korelacji między wydatkami na tak zwany sektor R&D a stopą wzrostu gospodarczego. Okazuje się więc, że wzrost udziału tych wydatków w produkcie społecznym o 0,1% skutkuje zwiększeniem produktu w przyszłych okresach o 0,3–0,4%, czyli produktu *per capita* o 1,2%. Nic dziwnego więc, że udział tych wydatków w produkcie niemalże wszystkich krajów OECD od początku lat 80. systematycznie rośnie<sup>11</sup>. Niestety nie dotyczy to gospodarki polskiej.

### 1.3. Polityka gospodarcza a procesy inwestycyjne

Niejasne w gospodarce współczesnej pozostają natomiast związki polityki gospodarczej i procesów rozwojowych, a w szczególności znaczenie polityki gospodarczej w procesie inwestowania i ekspansji gospodarczej. Są to jednak kwestie związane z założeniami ogólnej strategii gospodarczej, a więc wykraczające poza przedmiot tego podręcznika. Jedno jest pewne, ani sam mechanizm rynkowy, ani polityka gospodarcza nie są w stanie w pełni uruchomić wszystkich czynników wzrostu gospodarczego.

Nieodmiennie natomiast, ciągły i stabilny proces inwestowania stanowi podstawę trwałego i zrównoważonego wzrostu gospodarczego, a pierwszoplanową kwestią wzrostu gospodarczego nie jest, wbrew rozpowszechnionym poglądom tempo przemian technicznych i technologicznych, ale stopa akumulacji i oszczędności, czyli zdolność określonej gospodarki do inwestowania i gromadzenia wartości. Gospodarki różnią się bowiem nie tyle pod względem kierunków inwestowania, co pod względem tempa inwestowania. Inwestować trzeba więc bez względu na to w co się inwestuje.

Oczywiście, zarówno fizyczny kapitał trwały, jak i kapitał ludzki podlegają ogólnym prawidłowościom ekonomicznym, takim na przykład jak prawo malejących przychodów. Istotne jest więc, jak zawsze w procesie inwestowania, zachowanie optymalnych proporcji między nakładami różnych typów czynników. Nawet jeśli dotyczy to nakładów pozornie niezbędnych, jak na przykład wydatki na szkolenie, edukację i badania naukowe. Pomijanie tych prawidłowości zawsze prowadzi więc do obniżenia dynamiki gospodarki.

Skądinąd wiadomo, że proporcje te zależą od relacji cen tych czynników i cen samych produktów. Jeśli dynamika popytu na określony produkt lub czynnik produkcji jest względnie wysoka, a ceny w związku z tym korzystne, to ich dostawcy będą skłonni do zwiększania produkcji i dostaw, a struktura produkcji i relacje nakładów ulegną odpowiedniej korekcie. Tymczasem polityka gospodarcza

---

<sup>11</sup> „OECD Economic Outlook”, op. cit. s. 139. Należy przy tym pamiętać, że wydatki typu R&D to nie tylko wydatki bezpośrednio produkcyjne, na konkretne innowacje techniczne i technologiczne, ale również wydatki na badania podstawowe i wydatki na służbę zdrowia.

posiada pewne możliwości moderowania przebiegu procesów gospodarczych, a to, na przykład obniża ryzyko działań rozwojowych.

Doświadczenie podpowiada, że tak zwane korzyści zewnętrzne z inwestycji w kapitał ludzki są dużo wyższe niż bezpośrednie dochody i zyski inwestora. Chodzi tu przecież nie tylko o inwestycje w kształcenie (kwalifikacje) i wychowanie, ale również w służbę zdrowia i rozwój szeroko pojętej sfery kultury. Jest to bowiem równoznaczne z tworzeniem usług podnoszących standard życia; usług stanowiących istotną część produktu społecznego, na które popyt systematycznie rośnie. Oczywiście jest w związku z tym, że system funkcjonowania i polityka gospodarcza powinny ułatwiać komercjalizację korzyści społecznych i przychodów z tych usług, czyli stymulować wzrost efektywności inwestycji w wymienionych sferach.

Jednym z głównych czynników obniżających stopę i efektywność procesów inwestycyjnych jest wysoka stopa inflacji. Wysoka, to znaczy przekraczająca poziom 10%, stopa inflacji zwiększa bowiem niepewność i ryzyko działań rozwojowych, co rzutuje na decyzje inwestycyjne, przede wszystkim w sektorze prywatnym. Wysoka stopa inflacji obniża wszakże poziom optymalności alokacji zasobów (decyzji inwestycyjnych) oraz, co może nawet ważniejsze, obniża stopę oszczędności.

Dynamizowaniu procesów inwestycyjnych nie sprzyja również wysoki stopień fiskalizacji gospodarki i wydatków budżetu państwa, w szczególności jeśli są one finansowane z deficytu, a jednocześnie przeznaczane głównie na akcje socjalną. Nie tylko zresztą polityka fiskalna, ale także inne obszary polityki gospodarczej, jak polityka handlowa, polityka pieniężna i kursowa, a wreszcie kierunki i tempo przemian własnościowych, określają atmosferę wokół działalności inwestycyjnej i bezpośrednio parametry efektywności inwestycji. Może być nawet tak, że polityka gospodarcza forsując określone cele, obniża rentowność inwestycji krajowych i stymuluje inwestycje zagraniczne, jak to miało miejsce w Polsce w roku 2001.

Istotnym czynnikiem dynamizacji sektora inwestycyjnego w gospodarce (tak zresztą, jak i całej gospodarki) jest rozwój rynku i konkurencji. Rozwój handlu zagranicznego i globalizacja działań gospodarczych zwiększają bowiem korzyści skali z działań gospodarczych.

## 2. Pojęcie i elementy rachunku efektywności inwestycji

### 2.1. Pojęcie rachunku efektywności inwestycji

Celem każdego podmiotu gospodarczego jest osiągnięcie korzyści ekonomicznych. Korzyści te oznaczają dochód, zysk czy po prostu nadwyżkę finansową. W każdym przypadku niezbędne jest wydatkowanie określonych nakładów, które przyczyniają się do osiągnięcia tych korzyści. W związku z ponoszeniem wydatków na uzyskanie dochodów konieczne staje się ustalenie, czy środki te zostały wykorzystane efektywnie, czy osiągnięto nadwyżkę ekonomiczną, czy tylko zwrot nakładów. Ocena efektywności wydaje się być niezbędnym warunkiem podjęcia (bądź nie) decyzji o przekazaniu danego przedsięwzięcia inwestycyjnego do realizacji. Konkretny projekt inwestycyjny zostanie przyjęty wówczas, gdy jego realizacja gwarantować będzie przewagę efektów nad nakładami. Chodzi zatem o to, aby w wyniku wykonania danego zamierzenia inwestorowi pozostała nadwyżka ekonomiczna umożliwiająca wzrost dochodu i zdolności wytwórczych firmy, a tym samym wzrost wartości przedsiębiorstwa. Ocena efektywności może zostać dokonana przy pomocy formuł matematycznych (rachunek efektywności), a także w formie opisowej.

Przez **rachunek ekonomicznej efektywności inwestycji** rozumie się ogół obliczeń związanych z porównaniem efektów uzyskanych ze zrealizowanej inwestycji z nakładami niezbędnymi do ich osiągnięcia. Z tak skonstruowanej definicji wynika, że wszystkie elementy rachunku muszą być ujęte we wspólnej jednostce, oczywiście w jednostce pieniężnej. W związku z takim porównaniem pojawić się mogą trudności, zwłaszcza wówczas, gdy nakłady bądź efekty są wyrażane w jednostkach naturalnych. Ujęcie tych wielkości w mierniku pieniężnym wymaga skomplikowanych szacunków. Nie powinno się wówczas stosować formuł rachunku efektywności<sup>1</sup>. Wykorzystuje się tu ocenę opisową. Można zatem stwierdzić, że ocena efektywności zamierzeń inwestycyjnych obejmuje część rachunkową, w której ujęte są skwantyfikowane i wyrażone wartościowo nakłady i efekty, a poza tym część opisową, gdzie znajduje się porównanie pozostałych wielkości ekonomicznych mogących mieć związek z realizowaną inwestycją. Ujęta jest tu również analiza pod względem kryteriów pozaekonomicznych.

---

<sup>1</sup> Stale podejmowane są próby ujmowania takich trudno bądź niewymiernych elementów w rachunku efektywności. Stosowane są wówczas metody punktowe lub wprowadza się do rachunku warunki ograniczające.

Rachunek ekonomiczny można przeprowadzić w każdym dowolnie wybranym momencie realizacji obiektu, a także po zakończeniu jego eksploatacji. Najczęściej wymienia się:

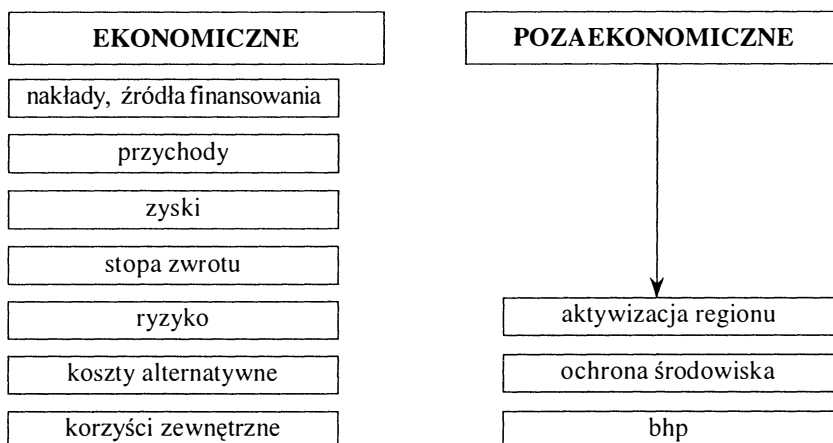
- rachunek prospektywny (*ex ante*);
- rachunek retrospektywny (*ex post*)

Rachunek przeprowadzany *ex ante* (prospektywny) jest pomocny przy podejmowaniu decyzji o przekazaniu projektu do realizacji. Wielkości ujmowane w analizie w tym czasie to prognozowane wydatki inwestycyjne oraz przychody netto. Rachunek bazuje w dużej mierze na przewidywaniach, obciążony jest więc ryzykiem. Z jednej strony w trakcie realizacji projektu może się okazać, że wydatki będą wyższe niż planowano, a efekty produkcyjne niższe. Możliwe jest również wydłużenie okresu realizacyjnego, bądź mniej korzystne rozłożenie wydatków w czasie niż to wynika z projektu, co przyczyni się do wzrostu wartości zamrożonych nakładów, a tym samym na pogorszenia wskaźników efektywności. Analiza prospektywna najczęściej jest przeprowadzana za pomocą uproszczonych formuł efektywności. Podstawowe parametry rachunku ujmowane są jako średnio roczne. Im bliżej realizacji inwestycji, tym przybliżenia stają się dokładniejsze i łatwiej zastosować formuły rozwinięte.

Rachunek retrospektywny jest narzędziem oceny sprawności cyklu realizacyjnego oraz dochodowości obiektu. Sporządza się go po zakończeniu eksploatacji danej inwestycji. Można na jego podstawie stwierdzić, czy w rzeczywistości warto było podejmować to przedsięwzięcie i na ile wcześniejsze przewidywania, co do ponoszonych wydatków i osiąganych efektów, sprawdziły się. Taka analiza jest niezbędna w celu uniknięcia, bądź zminimalizowania przyszłych błędów i lepszego kalkulowania w ocenie efektywności ryzyka inwestowania. Rachunek *ex post* wymaga zastosowania rozwiniętych formuł efektywności, ponieważ wszystkie elementy rachunku są dane i pewne. Wielkości ekonomiczne związane z inwestycją muszą być sprowadzone na jakiś wspólny moment (ze względu na zmiany wartości pieniężnych w czasie) i odpowiednio porównane. Najczęściej tym momentem jest przekazanie obiektu do eksploatacji, a więc tuż po zakończeniu cyklu realizacji inwestycji.

Ocena ekonomiczna projektów inwestycyjnych jest ważnym narzędziem wykorzystywanym przez inwestorów. Może ona pomóc w określeniu, czy dany projekt jest celowy pod względem realizacji celów ekonomicznych. Opłacalność przedsięwzięcia jest bowiem kluczowym kryterium przekazania projektu do wykonania. Analiza efektywności, zawierająca również część opisową, opiera się jednak nie tylko o kryteria ekonomiczne. Uwzględniane muszą też być inne przesłanki procesu inwestycyjnego, jak społeczne, techniczne i technologiczne, a także polityczne. Kryteria oceny projektów inwestycyjnych mogą być zatem różnorodne (rysunek 2.1). Projekt może być przyjęty nawet wówczas, gdy jest nieefektywny ekonomicznie, jeżeli realizuje ważniejsze cele. Dotyczy to zwłaszcza inwestycji centralnych, ale też gminnych.





Rys. 2.1. Kryteria oceny racjonalności projektów inwestycyjnych

Źródło: opracowanie własne.

## 2.2. Bezwzględna i względna efektywność inwestycji

Podjęcie decyzji o realizacji inwestycji wymaga często długiego procesu przygotowawczego. Konieczne jest zebranie wielu informacji, które bezpośrednio bądź pośrednio przyczynić się mogą do zmiany poziomu efektywności przedsięwzięcia. We wstępnych wersjach projektu dane są jeszcze orientacyjne, a więc niezbyt dokładne. Wraz z uszczegóławianiem informacji i dochodzeniem do wersji ostatecznej projektu dane powinny być pewniejsze. Powinny odzwierciedlać przeszły przebieg prac związanych z inwestycją w ramach okresu przygotowawczo-realizacyjnego i eksploatacyjnego. Można stwierdzić, że wiarygodność projektu rośnie im bliżej końca prac projektowych. Oczywiście niezbędne jest korygowanie wskaźników efektywności już po rozpoczęciu realizacji obiektu. Korekty te są konieczne ze względu na zmiany warunków inwestowania, zwłaszcza rynkowych.

Rachunek bezwzględnej efektywności jest podejmowany w przypadku, gdy ocenie podaje się konkretny projekt i chce się uzyskać odpowiedź na pytanie: czy dana inwestycja będzie efektywna, czy zapewni zwrot nakładów i osiągnięcie nadwyżki. Rachunek wówczas jest pomocny inwestorowi przy podejmowaniu decyzji o realizacji przedsięwzięcia gospodarczego, bądź decyzji o jego odrzuceniu.

Podjęcie decyzji o realizacji danego obiektu wymaga porównania wielu wariantów inwestycyjnych. Warunkiem racjonalnego wyboru jest stworzenie możliwie szerokiego spektrum rozwiązań dopuszczalnych i wyselekcjonowanie rzeczywiście najbardziej efektywnego ekonomicznie wariantu. Racjonalna decyzja wymaga dużej ilości informacji o warunkach realizacji inwestycji i szeroko pojętym otoczeniu. Każdy wariant powinien zostać oddzielnie zbadany co do gene-

rowania nadwyżki ekonomicznej oraz niezbędnych do poniesienia nakładów inwestycyjnych. Ocena efektywności powinna być dokonana w przypadku wszystkich projektów. Następnie odrzuca się warianty nieefektywne i niemożliwe do zastosowania ze względu np. na rozmiary dyspozycyjnych środków. Pozostałe szereguje się według kryterium efektywności i wybiera ten, który charakteryzuje się najwyższymi wskaźnikami efektywności. Wybrany wariant jest przekazywany do realizacji, o ile spełnia również kryteria pozaekonomiczne.

Ogół działań polegających na porównaniu efektywności różnych wariantów inwestycyjnych bądź różnych projektów gospodarczych i wyborze najlepszego nosi nazwę rachunku względnej efektywności inwestycji. Jest on przeprowadzany w celu uzyskania odpowiedzi na pytanie: który z wariantów jest najbardziej efektywny. Porównań takich można dokonywać również w przypadku inwestycji, które są już w trakcie realizacji bądź są użytkowane. Rachunek względnej efektywności jest więc narzędziem selekcji projektów inwestycyjnych.

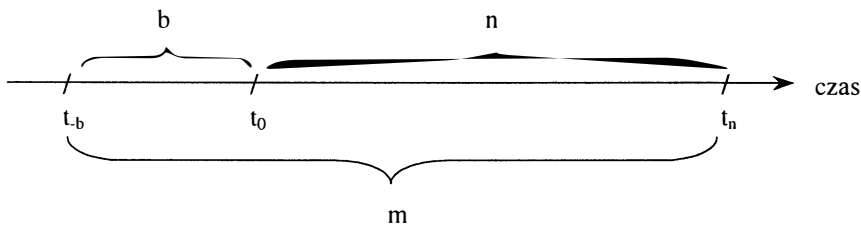
### 2.3. Nakłady i efekty w działalności inwestycyjnej

Sporządzenie rachunku efektywności wymaga zebrania niezbędnych informacji i stosownego przygotowania wszystkich elementów rachunku. Ocena efektywności danego projektu gospodarczego powinna być poprzedzona:

- analizą przewidywanego popytu krajowego i zagranicznego, określeniem na tej podstawie wariantów możliwości produkcyjnych, wariantów technicznych i lokalizacyjnych;
- określeniem rodzaju i zakresu niezbędnych przedsięwzięć zmierzających do ochrony środowiska;
- ustaleniem okresu obliczeniowego rachunku (okres przygotowawczo-realizacyjny + eksploatacyjny);
- ustaleniem pozostałych parametrów rachunku, które mogą mieć wpływ na wynik, np. wysokość cen produktów i surowców, taryf, ceł, podatków, wynagrodzeń czynników produkcji itp., niezbędnych do wyceny wartości produkcji, kosztów bieżących i nakładów kapitałowych;
- oszacowaniem elementów rachunku w wysokości, w jakiej występować będą w poszczególnych latach okresu obliczeniowego, głównie dla potrzeb formuły wieloletniej;
- ustaleniem ceny czasu, tj. odpowiedniej stopy dyskontowej dla metod dynamicznych.

Rachunek efektywności wymaga odpowiedniego ujęcia porównywanych elementów. Należy uwzględnić wszystkie efekty i całkowite wydatki inwestycyjne oraz koszty bieżące (zasada kompletności). Oznacza to konieczność uwzględnienia całkowitych nakładów poniesionych na uzyskanie konkretnego efektu (a nie z innych) i wszystkich efektów, które osiągnięto w wyniku realizacji tych wydatków. Efekty powinny wynikać z wykorzystania tych właśnie środ-

ków, a nie z innych. Nie można też pominąć skutków ubocznych. Rachunek efektywności inwestycji narzuca konieczność stosowania zasady porównywalności efektów i nakładów. Reguła ta wymaga także, aby wszystkie elementy oceny rachunkowej występowały w jednakowej postaci, np.: jako zasoby lub jako strumienie. Ponadto powinny zostać sprowadzone na jeden i ten sam moment w czasie. Oczywiście jest, że moment wydatkowania nakładów i moment osiągnięcia korzyści z inwestycji są różne. Dzieli je dłuższy bądź krótszy odcinek czasu. Niezbędne jest zatem uwzględnienie tego upływu czasu. Efekty i nakłady najczęściej sprowadza się na moment początku realizacji ( $t_b$ ) bądź eksploatacji obiektu ( $t_0$ ).



$m = b + n$  ( $m$  – okres obliczeniowy;  $b$  – okres przygotowawczo-realizacyjny;  $n$  – okres eksploatacyjny).

**Rys. 2.2.** Cykl inwestycyjny

Kolejną regułą stosowaną w rachunku efektywności jest kompleksowość. Przesłankami do stosowania tej zasady są współzależności występujące między inwestycjami realizowanymi przez konkretnego inwestora, ale także przez różnych inwestorów w danym regionie, czy wreszcie w całej gospodarce. Realizacja inwestycji polegająca na budowie jakiegoś obiektu wymaga bowiem szeregu robót towarzyszących (budowy lub rozbudowy infrastruktury). Można również wskazać na szereg powiązań bezpośrednich i pośrednich między realizowanymi obiektami w skali makroekonomicznej. Gospodarka wszak działa jak system naczyń połączonych. Z tych powodów ocena efektywności wymaga uwzględnienia również tych związków, co niewątpliwie jest zadaniem skomplikowanym.

## 2.4. Konstrukcje formuł rachunku efektywności

W ocenie ekonomicznej efektywności inwestycji wykorzystuje się rachunek wielokryteriowy i syntetyczny, łączący jak największą liczbę elementów – nakłady inwestycyjne, koszty eksploatacji i efekty uwzględniające element czasu. Rachunek syntetyczny powinien być dokonany za pomocą przynajmniej kilku metod. Pozwala to na najbardziej miarodajny wynik oceny.

Formuły wskaźników efektywności mogą opierać się na konstrukcji ilorazu lub różnicy. Najczęściej stosowanym w skali makroekonomicznej jest ogólny ilorazowy wskaźnik efektywności.

$$E_1 = \frac{Q}{N} = \frac{Q}{I+K} \quad (2.1)$$

gdzie:  $E_1$  – ogólny wskaźnik efektywności,  $Q$  – wartość efektów (przychód, utarg),  $N$  – wartość nakładów,  $I$  – nakłady inwestycyjne,  $K$  – koszty eksploatacyjne, bieżące.

Wskaźnik ten określa wielkość efektu przypadającą na jednostkę łącznych nakładów. Jest to więc jednocześnie wskaźnik przeciętnej produktywności nakładów kapitałowych. W liczniku tego wyrażenia ujęta jest wartość produkcji, w sensie przychodu, sprzedaży, utargu, zaś w mianowniku nakłady inwestycyjne wydatkowane w okresie przygotowawczo-realizacyjnym oraz koszty ponoszone w czasie eksploatacji obiektu.

Zamierzenie można określić jako efektywne, jeżeli wskaźnik ogólnej efektywności jest większy od jednego. Można zatem interpretować trzy możliwe wartości.

|           |  |
|-----------|--|
| $E_1 = 1$ | } projekt spełnia minimalny wymóg efektywności |
| $E_1 < 1$ | } projekt nieefektywny                         |
| $E_1 > 1$ | } projekt efektywny                            |

Najciekawszym dla ekonomisty, a najtrudniejszym dla inwestora jest wariant określany jako minimalny wymóg efektywności. W tym przypadku efekty dokładnie pokrywają nakłady, a nadwyżka ekonomiczna wynosi 0. Ponieważ rachunek wymaga wyrażania wszystkich elementów we wspólnej jednostce realnej, oznacza to ujęcie ich na ten sam moment w czasie. Nakłady zatem są w tym przypadku realnie równe efektom (przy uwzględnieniu ceny czasu w postaci odpowiednich stóp dyskontujących). Realizacja takiego projektu pozwoli jedynie na zwrot wydatkowanych realnych nakładów, a więc łącznie z kosztem alternatywnym. Koszt alternatywny stanowić tu będzie utracony dochód z ulokowania tych środków na rachunku oprocentowanym według stopy przyjętej za dyskontową w rachunku efektywności.

Efektywność projektu może być zbadana przy pomocy wskaźnika nakładów jednostkowych. Jest to również wskaźnik na podstawie konstrukcji ilorazowej, jednak w liczniku występują nakłady, a w mianowniku efekty. Jest to w zasadzie wskaźnik nakładochłonności – odwrotność ogólnego wskaźnika efektywności.

$$n = \frac{I}{E_1} = \frac{I+K}{Q} \quad (2.2)$$

gdzie:  $n$  – wskaźnik nakładochłonności.

Wskaźnik ten pokazuje, jaki nakład powinien być wydatkowany, aby uzyskać jednostkę efektu. Nakład ten (w liczniku) obejmuje wydatki inwestycyjne związane z budową obiektu, jak też wydatki eksploatacyjne. Projekt zostanie uznany za efektywny i przyjęty, gdy  $n \leq 1$ , zaś przy wyborze z wielu wariantów najbardziej korzystny ekonomicznie jest taki, w przypadku którego  $n \rightarrow \min$ .

Formuła nakładochłonności jest wykorzystywana częściej przy ocenie względnej efektywności inwestycji, kiedy efekty stanowią element trudno wymierny. Wówczas w mianowniku efekt występuje w innej jednostce niż pieniężna, np. metry drogi, powierzchnia obiektu. Nie istnieje w takim przypadku możliwość oceny efektywności pojedynczego projektu. Można jedynie znaleźć taki wariant, w którym nakład przypadający na jednostkę efektu będzie najniższy.

Przy analizie projektów gospodarczych relacją, którą inwestorzy wykorzystują częściej niż inne, jest tak zwany wskaźnik stopy nadwyżki. Jest to również konstrukcja ilorazowa, gdzie w liczniku ujęte są efekty w postaci nadwyżki bieżącej (operacyjnej), zaś w mianowniku tylko nakłady kapitałowe ponoszone w trakcie realizacji obiektu<sup>2</sup>.

$$E_2 = \frac{Q-K}{I} \quad (2.3)$$

gdzie:  $E_2$  – wskaźnik stopy nadwyżki.

Wyrażenie  $E_2$  interpretować można jako wartość nadwyżki przypadającej na jednostkę nakładów inwestycyjnych. Określa więc ona zdolność nakładów inwestycyjnych do generowania zysku. Jeżeli w liczniku wystąpi suma skumulowanych nadwyżek z całego okresu eksploatacyjnego, to formuła ta pozwoli na dokonanie oceny bezwzględnej efektywności. Projekt zostanie uznany za efektywny, wówczas gdy  $E_2 \geq 1$ , w przeciwnym wypadku projekt powinien zostać odrzucony (chyba że priorytet mają inne niż ekonomiczne kryteria oceny). Kiedy wybiera się natomiast najlepszy wariant, poszukuje się takiego, gdzie  $E_2 \rightarrow \max$ .

Wskaźnik  $E_2$  jest obliczany również dla okresów rocznych. Wtedy w liczniku znajduje się wartość nadwyżki rocznej. Wykorzystuje się to wówczas, kiedy projekt generuje w miarę zbliżoną nadwyżkę finansową w kolejnych latach eksploatacji. Wskaźnik ten ma szersze zastosowanie dla rachunku porównawczego. Określa bowiem nadwyżkę, która rocznie (lub w innym okresie) przypada na jednostkę nakładów inwestycyjnych. Jest to interpretowane jako stopa zwrotu nakładów kapitałowych.

Odwrotnością formuły  $E_2$  jest okres zwrotu nakładów.

$$OZ = \frac{I}{Q-K} \quad (2.4)$$

gdzie: OZ – okres zwrotu nakładów.

W mianowniku nadwyżka eksploatacyjna dotyczy jednego roku (reprezentatywnego dla całego okresu użytkowania obiektu). Okres zwrotu wskazuje na liczbę lat, w trakcie których nakłady są zwracane z nadwyżki bieżącej. Okres

---

<sup>2</sup> Zdarza się, że część nakładów inwestycyjnych ponoszonych jest już w czasie eksploatacji przedsięwzięcia. Wówczas także i te nakłady należy ująć w mianowniku.

zwrotu nie jest więc sensu stricte metodą oceny efektywności. Można za jej pomocą określić zdolność projektu do zwrotu nakładów kapitałowych.

Oceny efektywności pojedynczego projektu dokonać można za pomocą wskaźnika różnicowego. Umożliwia to określenie wielkości nadwyżki ekonomicznej, która pozostanie inwestorowi po pokryciu łącznych nakładów.

$$E_3 = Q - (I + K) \quad (2.5)$$

gdzie:  $E_3$  – wskaźnik różnicowy.

W przypadku różnych zamierzeń inwestycyjnych można otrzymać trzy wyniki:

|           |  |
|-----------|--|
| $E_3 > 0$ | } przedsięwzięcie jest efektywne                       |
| $E_3 = 0$ | } przedsięwzięcie spełnia minimalny wymóg efektywności |
| $E_3 < 0$ | } przedsięwzięcie nieefektywne                         |

Za pomocą wskaźnika różnicowego nadwyżki dokonuje się raczej rachunku bezwzględnej efektywności niż względnej. Formuła ta pozwala na określenie tego, czy dany projekt wykazuje znamiona efektywności, a zatem informuje o efektywności w wymiarze absolutnym. Nie jest możliwe na przykład uszeregowanie różnych wariantów według skali efektywności, chyba że wszystkie warianty wymagałyby poniesienia identycznych, bądź zbliżonych nakładów inwestycyjnych. Rachunek porównawczy wymaga więc zastosowania obok konstrukcji różnicowej również formuł ilorazowych.

Wszystkie omówione wskaźniki mają ujęcia jednoroczne i wieloletnie. Jednoroczne stosuje się we wstępnej ocenie projektów gospodarczych (faza programowania). Poszczególne wartości sprowadza się do wymiaru jednorocznego – przyjmując ich wartość z roku osiągnięcia projektowanej zdolności wytwórczej i kosztów lub wartości średnie dla całego okresu eksploatacyjnego. Ujęcie wieloletnie stosowane jest na etapie opracowania założeń techniczno-ekonomicznych, a poszczególne składniki uwzględniane są w rzeczywistych okresach ich występowania w celu osiągnięcia porównywalności.

## 3. Czas w rachunku efektywności

### 3.1. Wartość końcowa zasobu w warunkach analizy okresowej i ciągłej

Dążenie do maksymalizacji celów ekonomicznych wymaga od wszystkich podmiotów gospodarczych umiejętnego szacowania czasu w jednostkach pieniężnych. Chodzi tu o w miarę dokładne wyznaczenie tzw. ceny czasu. Nie bez przyczyny funkcjonuje przysłowie: „Czas to pieniądz”. Brak bowiem w pewnym czasie efektów z zainwestowanego nakładu oznacza stratę ekonomiczną. Poza tym ten sam przychód dziś będzie w przyszłości realnie wartý mniej. Aby był równy realnie, powinien rosnać według stałej stopy wyznaczonej właśnie przez cenę czasu.

Zasób (fundusz) jest to wielkość ekonomiczna istniejąca niejako „poza czasem”. Oznacza to, że zasób istnieje w długim okresie, niezależnie od tego, w którym momencie go się bada. Przykładem takiego zasobu jest: majątek narodowy, majątek trwały, kapitał rzeczowy, stan konta. Zasób zwiększa swoją wartość nie w pewnych okresach, np. rocznych czy miesięcznych, ale w sposób nieustanny, ponieważ czas jest kategorią ciągłą. Dla potrzeb rachunku ekonomicznego uproszczono tę ciągłość i podzielono czas na odcinki. Wówczas gdy wykorzystuje się taki zabieg, stosuje się analizę okresową, bądź inaczej skokową. Kiedy natomiast długość odcinków jest minimalizowana (dąży do zera), analiza staje się ciągłą.

Aby zasób  $A$  w momencie  $t_0$  był realnie równy zasobowi  $B$  z momentu  $t_n$  niezbędne jest odpowiednie przeliczenie z zastosowaniem stopy procentowej ( $r$ ) jako ceny czasu. Zasób  $A_0$  (czyli z momentu  $t_0$ ) będzie zwiększał się realnie w tempie  $r$  – rocznie. Określić zatem można wartość końcową (przyszłą) zasobu  $A_0$ .

Po roku będzie miał on wartość:

$$A_1 = A_0 + A_0 \cdot r = A_0(1 + r)$$

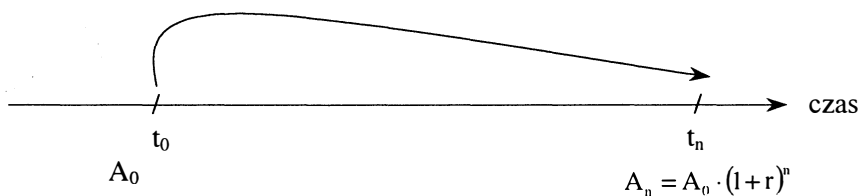
Po dwóch latach:

$$A_2 = A_1 + A_1 \cdot r = A_0 + A_0 \cdot r + (A_0 + A_0 \cdot r)r = A_0(1 + r)^2$$

Po  $n$ -latach:

$$A_n = A_0(1 + r)^n \quad (3.1)$$

Urealnianie zasobu oznacza więc naliczanie tzw. procentu składanego, gdyż oprocentowanie jest naliczane co roku i w tych samych okresach doliczane do kapitału podstawowego. Wskaźnik  $(1 + r)^n$  jest nazywany wskaźnikiem wzrostu wykładniczego. Jego przykładowe wartości można odczytać z Tablicy 1 (Aneks).



**Rys. 2.1.** Określanie wartości końcowej zasobu (procent składany)

Można tu wspomnieć, iż występuje również kategoria procentu prostego, kiedy odsetki naliczane od kapitału początkowego nie są dopisywane do jego wartości w momencie oprocentowania, a jedynie na zakończenie okresu wzrostu wartości kapitału. Oznacza to naliczanie odsetek przez cały czas od wartości początkowej. Wówczas w momencie  $t_n$  zasób  $A$  miałby wartość:

$$A_n = A_0(1 + n \cdot r) \quad (3.2)$$

W praktyce występuje również zjawisko naliczania oprocentowania częściej niż w okresach rocznych. Niezbędne jest zatem zmodyfikowanie formuły na procent składany (3.1). Na przykład, kiedy kapitalizacja odbywa się w okresach półrocznych, roczną stopę procentową powinno się podzielić przez dwa (półroczna stopa), a krotność naliczania odsetek w ciągu roku i dopisywania do kapitału podstawowego wynosi dwa. Wartość końcowa zasobu  $A_0$  po  $n$ -latach wyniesie wówczas:

$$A_n = A_0 \cdot \left(1 + \frac{r}{k}\right)^{n \cdot k} \quad (3.3)$$

gdzie:  $k$  – wielokrotność naliczania odsetek w ciągu roku i dopisywania ich do kapitału podstawowego.

*We wspomnianym przykładzie  $k = 2$ .*

Kiedy kapitalizacja odbywa się w okresach coraz krótszych, analiza skokowa zbliża się coraz bardziej do ciągłej. Jeżeli zatem założy się, że  $k \rightarrow \infty$ , to odcinki, na które podzielono czas w analizie, są nieskończenie małe (bliskie zeru). Wartość zasobu w momencie  $t_n$  będzie wówczas granicą wyrażenia (3.3).

$$A_n = \lim_{k \rightarrow \infty} A_0 \left(1 + \frac{r}{k}\right)^{n \cdot k} = A_0 \cdot \lim_{k \rightarrow \infty} \left[ \left(1 + \frac{r}{k}\right)^{\frac{k}{r}} \right]^{n \cdot r} = A_0 \cdot e^{n \cdot r} \quad (3.4)$$

gdzie:  $e$  – podstawa logarytmu naturalnego, czyli 2,7182818...

Jest to zatem formuła na obliczanie wartości końcowej zasobu w warunkach analizy ciągłej. Odpowiada ona najbardziej wzrostowi (bądź spadkowi) wartości funduszu w czasie. Analiza ciągła ma jednak ograniczone zastosowanie.



**Przykład 3.1.**

Pan Kowalski dysponuje dziś kwotą 10 tys. dolarów. Chce te środki zdeponować na rachunku terminowym na okres 3 lat. Wybrał trzy oferty w różnych bankach. Która z przedstawionych ofert jest atrakcyjniejsza?

- 1) bank A: oferuje stałe oprocentowanie w wysokości 5% rocznie, kapitalizacja roczna;
- 2) bank B: oferuje stałe oprocentowanie w wysokości 4% rocznie, kapitalizacja półroczna;
- 3) bank C: oferuje stałe oprocentowanie w wysokości 3% rocznie, kapitalizacja kwartalna.

Należy tutaj sprawdzić, jaką kwotę mógłby dysponować Pan Kowalski po zakończeniu lokat w każdym z banków. Chodzi zatem o określenie wartości przyszłej zasobu po 3 latach.

$$\text{Bank A} \quad 10\,000 \times (1 + 0,05)^3 = 11\,576,25$$

$$\text{Bank B} \quad 10\,000 \times \left(1 + \frac{0,04}{2}\right)^{2 \cdot 3} = 10\,000 \times (1,02)^6 = 11\,261,62$$

$$\text{Bank C} \quad 10\,000 \times \left(1 + \frac{0,03}{4}\right)^{4 \cdot 3} = 10\,000 \times (1,0075)^{12} = 10\,938,07$$

Obliczone wartości końcowe wskazują, iż Pan Kowalski powinien wybrać ofertę banku A. Wartość przyszła zainwestowanych środków jest tu największa i wynosi 11 576,25\$.

**Przykład 3.2.**

Kapitał w wysokości 2500 zł złożono na lokacie oprocentowanej 10% rocznie. Do jakiej kwoty wzrośnie wartość tego funduszu po upływie 5 lat? Jaką wartość można by było otrzymać przy różnych formach kapitalizacji odsetek?

- a) bez kapitalizacji;
- b) kapitalizacja roczna;
- c) kapitalizacja półroczna;
- d) kapitalizacja kwartalna;
- e) kapitalizacja tygodniowa;
- f) kapitalizacja dzienna;
- g) kapitalizacja ciągła.

W zadaniu obliczyć należy wartości końcowe lokaty przy każdej z form naliczania odsetek. W rozliczeniach finansowych przyjmuje się, że rok liczy 360 dni, półrocze 180 dni, kwartał 90 dni, miesiąc 30 dni.

$$\text{a) } A_5 = 2500(1 + 0,1 \cdot 5) = 3750$$

$$b) A_5 = 2500(1+0,1)^5 = 2500 \cdot 1,61051 = 4026,275$$

$$c) A_5 = 2500 \left(1 + \frac{0,1}{2}\right)^{2 \cdot 5} = 2500 \cdot 1,62889 = 4072,237$$

$$d) A_5 = 2500 \left(1 + \frac{0,1}{4}\right)^{4 \cdot 5} = 2500 \cdot 1,63862 = 4096,54$$

$$e) A_5 = 2500 \left(1 + \frac{0,1}{52}\right)^{52 \cdot 5} = 2500 \cdot 1,64793 = 4119,82$$

$$f) A_5 = 2500 \left(1 + \frac{0,1}{360}\right)^{360 \cdot 5} = 2500 \cdot 1,6461 = 4121,52$$

$$g) A_5 = 2500 \cdot e^{0,1 \cdot 5} = 2500 \cdot 1,64872 = 4121,8$$

Naturalnie, że przy identycznej stopie oprocentowania wkładów otrzymuje się wyższą wartość przy częściej przeprowadzanej kapitalizacji. Jak widać, kapitalizacja ciągła umożliwiłaby osiągnięcie najwyższej wartości kapitału po 5 latach (4121,8 zł). Jest to wartość bardzo zbliżona do tej z kapitalizacji dziennej.

### Przykład 3.3.

Dokładnie dziesięć lat temu zdeponowano wkład w wysokości 15 000 zł. Rachunek był oprocentowany według zmiennej stopy procentowej. Oprocentowanie rachunku dziesięć lat temu wynosiło 40%, kapitalizacja roczna. Po roku stopa procentowa została zmieniona i wynosiła 35%. Po kolejnych 2 latach nastąpiło ponowne obniżenie stopy do poziomu 30%. Trzy lata później oprocentowanie wynosiło już 24%. Po dwóch latach obowiązywania powyższej stopy oprocentowanie znów obniżono do poziomu 18%, z tym, że wprowadzono kapitalizację kwartalną. Rok temu oprocentowanie spadło do 16%, kapitalizacja półroczna. Jaką kwotę może dziś podjąć właściciel konta?

Polecenie wymaga ustalenia wartości końcowej funduszu. Należy jednak wykorzystywać zmienne stopy oprocentowania oraz formy kapitalizacji.

Wartość początkowa wkładu wynosiła 15 000 zł

Po roku wzrosła do kwoty:  $15\,000 \cdot 1,4 = 21\,000$  zł

Po kolejnych dwóch latach (trzy lata od wpłaty) wkład miał wartość:

$$21\,000 \cdot (1 + 0,35)^2 = 21\,000 \cdot 1,8225 = 38\,272,5$$

Po upływie następnych 3 lat (6 lat od wpłaty):

$$38\,272,5 \cdot (1 + 0,3)^3 = 38\,272,5 \cdot 2,197 = 84\,084,68$$

Kolejne 2 lata (8 lat od wpłaty) zwiększają wartość lokaty do kwoty:

$$84\,084,68 \cdot (1 + 0,24)^2 = 84\,084,68 \cdot 1,5376 = 129\,288,604$$

Po upływie następnego roku (9 lat od wpłaty):

$$129\,288,604 \cdot \left(1 + \frac{0,18}{4}\right)^4 = 129\,288,604 \cdot 1,1925 = 154\,179,1 \text{ zł}$$

Na zakończenie po upływie 10 lat lokata ma więc wartość:

$$154\,179,1 \cdot \left(1 + \frac{0,16}{2}\right)^2 = 154\,179,1 \cdot 1,1664 = 179\,834,5 \text{ zł}$$

I taką kwotę będzie mógł podjąć właściciel konta dzisiaj.

### 3.2. Wartość początkowa zasobu w warunkach analizy okresowej i ciągłej

Porównanie dwóch wielkości z różnych momentów w czasie jest możliwe również za pomocą działania zwanego dyskontowaniem, a więc odwrotnego do naliczania procentu składanego. Jest to ustalanie wartości początkowej na podstawie wartości końcowej (przyszłej).

Zasób  $A_n$  (czyli z momentu  $t_n$ ) będzie zmniejszał się realnie w tempie  $r$  – rocznie. Można określić zatem wartość początkową zasobu  $A_n$ .

Rok wcześniej zasób  $A_n$  będzie miał wartość realną:

$$A_{n-1} + A_{n-1} \cdot r = A_n \quad \text{stąd} \quad A_{n-1} = \frac{A_n}{(1+r)}$$

Przed dwoma laty:

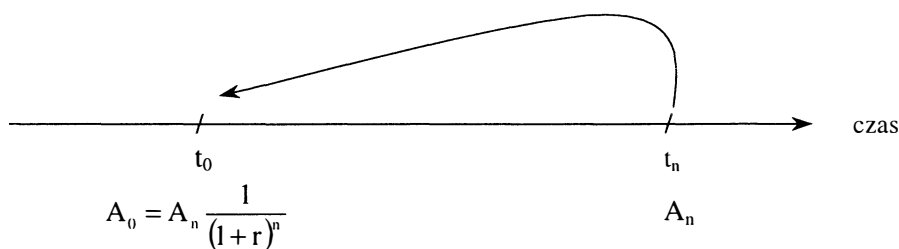
$$A_{n-2} = \frac{A_n}{(1+r)^2}$$

Przed  $n$ -laty:

$$A_0 = \frac{A_n}{(1+r)^n} \quad (3.5)$$

Określanie wartości bieżącej na podstawie przyszłej polega na pomnożeniu wartości z momentu  $t_n$  przez wskaźnik odwrotny do wskaźnika wzrostu wykładniczego. Wskaźnik  $\frac{1}{(1+r)^n}$  jest nazywany wskaźnikiem dyskontującym.

Jego przykładowe wartości można odczytać z Tablicy 2 (Aneks).



**Rys. 3.2.** Określanie wartości początkowej zasobu (dyskonto)

Przy braku kapitalizacji zasób  $A_n$  miałby w momencie 0 (czyli przed  $n$ -laty) wartość:

$$A_0 = \frac{A_n}{(1 + n \cdot r)} \quad (3.6)$$

Przy kapitalizacji częstszej niż roczna wykorzystuje się następującą formułę:

$$A_0 = \frac{A_n}{\left(1 + \frac{r}{k}\right)^{n \cdot k}} \quad (3.7)$$

Kiedy kapitalizacja odbywa się w okresach nieskończenie małych, czyli  $k \rightarrow \infty$ , obliczeniu wartości bieżącej służy poniższy wzór.

$$A_0 = \lim_{k \rightarrow \infty} A_n \frac{1}{\left(1 + \frac{r}{k}\right)^{n \cdot k}} = A_n \cdot e^{-n \cdot r} \quad (3.8)$$

**Przykład 3.4.**

Pan Nowak wpłacił na konto pewną kwotę. Rachunek jest oprocentowany w skali 12% rocznie. Po 4 latach będzie mógł dysponować kwotą 50 000 zł. Ile wynosiła wpłata, jeżeli:

- bank nie stosuje kapitalizacji odsetek;
- bank stosuje kapitalizację roczną;
- kapitalizację półroczną;
- kapitalizację miesięczną;
- kapitalizację ciągłą?

W celu rozwiązania zadania niezbędne jest obliczenie wartości początkowej zasobu.

$$a) \quad A_0 = \frac{50\,000}{(1 + 0,12 \cdot 4)} = 50\,000 \cdot 0,675676 = 33783,78$$

$$b) \quad A_0 = \frac{50\,000}{(1+0,12)^4} = 50\,000 \cdot 0,635518 = 31775,9$$

$$c) \quad A_0 = \frac{50\,000}{\left(1 + \frac{0,12}{2}\right)^{2 \cdot 4}} = 50\,000 \cdot 0,627412 = 31370,6$$

$$d) \quad A_0 = \frac{50\,000}{\left(1 + \frac{0,12}{12}\right)^{12 \cdot 4}} = 50\,000 \cdot 0,62026 = 31013$$

$$e) \quad A_0 = 50\,000 \cdot e^{-0,12 \cdot 4} = 50\,000 \cdot 0,618783 = 30939,17$$

W przypadku kapitalizacji ciągłej kapitał początkowy mógł być najmniejszy. W analizie skokowej przy takiej samej stałej stopie procentowej korzystniejsze są częstsze doliczania odsetek do kapitału podstawowego. Aby osiągnąć wówczas określoną wartość końcową, wystarczy mniejsza kwota wpłaty początkowej.

### Przykład 3.5.

Pan Kowalski obiecał wypłacić Panu Nowakowi kwotę 3500 zł za dwa lata. Stałe oprocentowanie lokat na ten termin wynosi 10%. Jednak Pan Nowak wolałby w zamian otrzymać już dziś kwotę 2500 zł. Czy słusznie?

Obliczyć można, ile wynosi dzisiejsza wartość obietnicy otrzymania 3500 zł za dwa lata. Założenie: banki stosują kapitalizację roczną odsetek.

$$A_0 = \frac{3500}{(1+0,1)^2} = 3500 \cdot 0,826446 = 2892,56 > 2500$$

Bieżąca wartość obietnicy wyniosła ponad 2892 zł, a więc jest większa niż 2500 dziś. Pan Nowak myli się, że żądając takiej kwoty dziś. W rzeczywistości kwota ta ma realnie wartość mniejszą od proponowanej przez Pana Kowalskiego.

## 3.3. Wartość końcowa strumienia w warunkach analizy okresowej i ciągłej

Strumień jest ciągiem elementów – zasobów, które pojawiają się w pewnych stałych odcinkach czasu. Strumień jest formą wielkości ekonomicznych ściśle powiązanych z czasem. Przykładem takich wielkości jest produkcja, dochody, koszty, nakłady inwestycyjne.

Strumień może mieć profil prosty bądź obojętny. Strumień ma profil prosty, kiedy poszczególne jego elementy są sobie nominalnie równe. Natomiast strumień o profilu obojętnym charakteryzują różne wartości nominalne poszczególnych jego elementów. Strumień prosty jest więc pewnym szczególnym przypadkiem strumie-

nia o profilu obojętnym. Elementy strumienia niezależnie od jego profilu mogą pojawiać się na początku każdego okresu („z góry”), bądź na koniec („z dołu”).

Kiedy w rachunku efektywności wykorzystuje się wielkości ekonomiczne w postaci zasobów i strumieni, niezbędne staje się sprowadzenie ich do porównywalności. Można sprowadzać strumień do postaci zasobu lub odwrotnie.

Strumień skończony w czasie  $n$  ma w kolejnych okresach  $t$  elementy o wartości:  $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots, A_n$ . Kiedy strumień ma profil obojętny, poszczególne jego elementy  $A_t$  należy ujmować jako oddzielne fundusze. Można traktować te wielkości jak wpłaty lokowane systematycznie na rachunku bankowym.

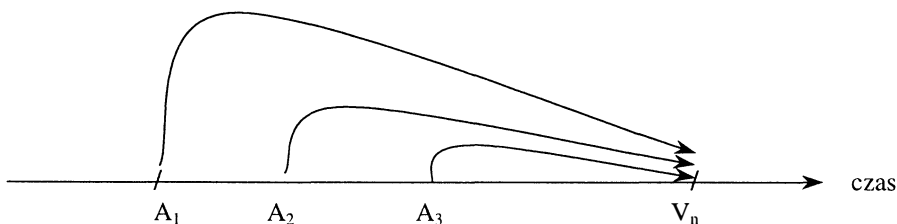
Aby ustalić wartość końcową strumienia o profilu obojętnym, każdy z elementów strumienia należy spowodować oddzielnie na wybrany moment (koniec strumienia  $t_n$ ), a następnie zsumować te wartości.

Jeżeli element strumienia pojawia się na początek każdego okresu (roku), wartość końcową strumienia można obliczyć następująco:

$$V_n = A_1(1+r)^n + A_2(1+r)^{n-1} + A_3(1+r)^{n-2} + \dots + A_n(1+r)$$

czyli inaczej:

$$V_n = \sum_{t=1}^n A_t \cdot (1+r)^{n-t+1} \quad (3.9)$$



**Rys. 3.3.** Określanie wartości końcowej strumienia

Kiedy natomiast element strumienia pojawia się na koniec każdego okresu, wartość końcową strumienia wynosi:

$$V_n = A_1(1+r)^{n-1} + A_2(1+r)^{n-2} + A_3(1+r)^{n-3} + \dots + A_{n-1}(1+r) + A_n(1+r)^0$$

czyli:

$$V_n = \sum_{t=1}^n A_t \cdot (1+r)^{n-t} \quad (3.10)$$

W przypadku strumienia o profilu prostym zakłada się, że  $A_1 = A_2 = A_3 = \dots = A_n = A$ . Wartość końcową można więc obliczyć następująco:

- dla strumienia, którego elementy pojawiają się na koniec roku

$$V_n = A \sum_{t=1}^n (1+r)^{n-t} = A \frac{(1+r)^n - 1}{r} \quad (3.11)$$

– dla strumienia, którego elementy pojawiają się na początek roku

$$V_n = A \sum_{t=1}^n (1+r)^{n-t+1} = A \frac{(1+r)^n - 1}{r} (1+r) \quad (3.12)$$

W przypadku gdy element strumienia pojawia się częściej niż raz w roku, niezbędne jest zastosowanie formuł innych niż rocznej kapitalizacji. Wówczas stopa procentowa powinna dotyczyć okresów, w których element jest kapitalizowany, a wielokrotność doliczania elementu do zasobu jest równa  $n \cdot k$ .

Dla przykładu, wartość końcowa strumienia o profilu prostym, którego element pojawia się na koniec każdego okres, będzie miała wartość:

$$V_n = A \frac{\left(1 + \frac{r}{k}\right)^{k \cdot n} - 1}{\frac{r}{k}} \quad (3.13)$$

Wyrażenie  $\frac{(1+r)^n - 1}{r}$  jest nazywane współczynnikiem wzrostu wykładniczego jednakowych efektów w czasie (Tablica 5 – Aneks).

Po przekształceniu powyższe formuły służą do obliczania wartości elementu strumienia. Naturalnie, gdy ustali się jego wartość końcową oraz przedział czasowy, w ciągu którego strumień płynął.

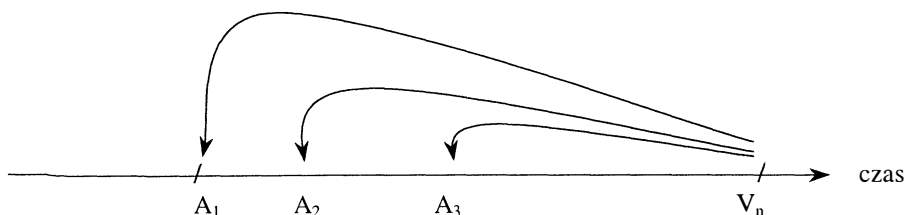
Wartość elementu strumienia pojawiającego się z początkiem każdego okresu wynosi:

$$A = V_n \frac{r}{(1+r)^n - 1} \cdot \frac{1}{(1+r)} \quad (3.14)$$

Kiedy element strumienia pojawia się na koniec każdego okresu, ma wartość:

$$A = V_n \frac{r}{(1+r)^n - 1} \quad (3.15)$$

Do tej pory analiza miała charakter skokowy, zakładano bowiem, że element strumienia pojawia się co pewien odcinek czasu. Strumień w rzeczywistości jest ciągiem, podobnie jak czas. Odległości między elementami strumienia dążą do 0. Tak jest w przypadku produkcji, której efekt nie jest mierzony w sztukach jakiegoś wyrobu, a na przykład w metrach, litrach. Nienaturalne jest więc dzielenie czasu na odcinki.



Rys. 3.4. Rozkładanie zasobu do postaci strumienia (z wartości końcowej)

Wartość końcowa strumienia o profilu obojętnym jest dana w postaci poniższego wyrażenia:

$$V_n = \int_0^n A(t) \cdot e^{-rt} dt \quad (3.16)$$

W szczególnym przypadku, kiedy elementy strumienia są sobie równe, czyli dla strumienia o profilu prostym  $A(t) = A$ , wartość końcowa wynosi:

– dla strumienia, którego element pojawia się „z dołu”:

$$V_n = A(1 + e^r + e^{2r} + \dots + e^{(n-2)r} + e^{(n-1)r}) = A \frac{(e^{rn} - 1)}{e^r - 1} \quad (3.17)$$

lub

$$V_n = A \int_0^n e^{r \cdot t} dt = \frac{A}{r} (e^{r \cdot n} - 1) \quad (3.18)$$

– dla strumienia, którego element pojawia się „z góry”:

$$V_n = A \cdot e^r \cdot \frac{(e^{rn} - 1)}{e^r - 1} \quad (3.19)$$

### Przykład 3.6.

Wartość nadwyżek osiągniętych w przedsiębiorstwie X w kolejnych latach eksploatacji wynosiła na koniec każdego roku: 500, 600, 700, 800, 900 i 950 zł. Oblicz wartość skumulowaną tych nadwyżek, jeżeli stopa procentowa wynosi 10%. Sprawdź, jak zmieniłaby się ta wartość, gdyby nadwyżki osiągnęto na początek każdego roku?

Wartość końcowa strumienia nadwyżek o profilu obojętnym z elementem na koniec roku wynosi:

$$\begin{aligned} V_n &= 500(1+0,1)^{6-1} + 600(1+0,1)^{6-2} + 700(1+0,1)^{6-3} + 800(1+0,1)^{6-4} + 900(1+0,1)^{6-5} \\ &+ 950(1+0,1)^{6-6} = 500 \cdot 1,61051 + 600 \cdot 1,4641 + 700 \cdot 1,331 + 800 \cdot 1,21 + 900 \cdot 1,1 + 950 = \\ &805,255 + 878,46 + 931,7 + 968 + 990 + 950 = 5523,4 \text{ zł} \end{aligned}$$



Gdyby element strumienia pojawiał się na początek roku, wartość końcowa wyniosłaby:

$$\begin{aligned} V_n &= 500(1+0,1)^6 + 600(1+0,1)^{6-1} + 700(1+0,1)^{6-2} + 800(1+0,1)^{6-3} + 900(1+0,1)^{6-4} \\ &+ 950(1+0,1)^{6-5} = 500 \cdot 1,7716 + 600 \cdot 1,61051 + 700 \cdot 1,4641 + 800 \cdot 1,331 + \\ &900 \cdot 1,21 + 950 \cdot 1,1 = 885,78 + 966,306 + 1024,87 + 1064,8 + 1089 + 1045 = 6075,756 \text{zł} \end{aligned}$$

Gdyby ten sam element pojawiał się na początek, a nie na koniec roku, skumulowana wartość końcowa byłaby większa o  $0,1 \cdot 5523,41 = 552,341 \text{zł}$ .

### Przykład 3.7.

Pan Iksiński od 30 lat co miesiąc (z początkiem każdego miesiąca) wpłacał 2 zł. na sekretne konto oprocentowane w wysokości 24% rocznie (zakłada się stałe oprocentowanie rachunku w całym okresie). Jaką kwotą dysponuje dziś, jeżeli bank stosuje kapitalizację miesięczną?

Obliczyć należy wartość końcową strumienia. Jak widać wpłaty były identyczne, a więc strumień miał profil prosty. Ponieważ w przykładzie występuje kapitalizacja miesięczna, należy wykorzystać stopę miesięczną i krotność naliczania odsetek  $n \cdot 12$

$$V_n = 2 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,24}{12}\right)^{12 \cdot 30} - 1}{\frac{0,24}{12}} = 2 \cdot \frac{(1,02^{360} - 1)}{0,02} (1,02) = 2 \cdot 63\,574,62 = 127\,149,235$$

Kwota ta oznacza wartość skumulowaną wpłat łącznie z odsetkami na moment końcowy strumienia.

### Przykład 3.8.

Skumulowana wartość produkcji po 10 latach eksploatacji obiektu wyniosła 95 000 zł. Jaką wartość miała miesięcznie produkcja, jeżeli była równomierna (na koniec każdego miesiąca miała taką samą wartość)? Rynkowa stopa procentowa w ciągu całego okresu była stała i wynosiła 12%.

Ustalić należy wartość jednostki strumienia prostego, która pojawiała się na koniec każdego miesiąca.

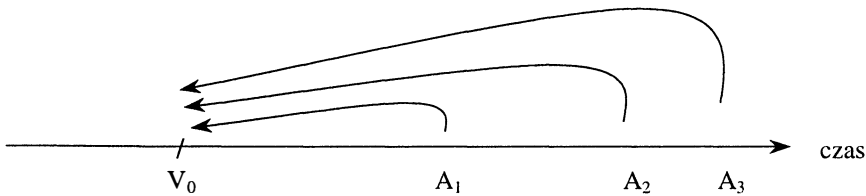
$$A = 95\,000 \frac{\frac{0,12}{12}}{\left(1 + \frac{0,12}{12}\right)^{12 \cdot 10} - 1} = 95\,000 \cdot 0,004347 = 412,97 \text{zł}$$

Na koniec każdego miesiąca produkcja wynosiła 412,97 zł.

### 3.4. Wartość początkowa strumienia w warunkach analizy okresowej i ciągłej

Ustalanie wartości początkowej (bieżącej) strumienia pozwala na określenie dzisiejszej wartości przyszłych dochodów lub nakładów. Jest więc niezbędne w celu przeprowadzenia prospektywnego rachunku efektywności.

Aby ustalić wartość początkową strumienia o profilu obojętnym, każdy z elementów strumienia należy sprowadzić oddzielnie na wybrany moment (początek strumienia), a następnie zsumować te wartości.



Rys. 3.5. Określanie wartości początkowej strumienia

Założenie: element strumienia pojawiać się będzie pod koniec każdego roku. Wartość początkową strumienia obojętnego można obliczyć według formuły:

$$V_0 = A_1 \frac{1}{(1+r)} + A_2 \frac{1}{(1+r)^2} + A_3 \frac{1}{(1+r)^3} + \dots + A_n \frac{1}{(1+r)^n} = \sum_{i=1}^n A_i \frac{1}{(1+r)^i} \quad (3.20)$$

Jeżeli element strumienia pojawiałby się na początek każdego roku, wartość początkowa by wynosiła:

$$V_0 = A_1 + A_2 \frac{1}{(1+r)} + A_3 \frac{1}{(1+r)^2} + \dots + A_n \frac{1}{(1+r)^{n-1}} = \sum_{i=1}^n A_i \frac{1}{(1+r)^{i-1}} \quad (3.21)$$

Wartość początkowa strumienia o profilu obojętnym jest więc sumą skumulowanych, a wcześniej zdyskontowanych kolejnych elementów strumienia.

Dużo łatwiej jest obliczyć wartość początkową strumienia prostego.

– dla strumienia „z góry” wynosi:

$$V_0 = A \sum_{i=1}^n \frac{1}{(1+r)^{i-1}} = A(1+r) \frac{1-(1+r)^{-n}}{r} = A(1+r) \frac{(1+r)^n - 1}{r(1+r)^n} \quad (3.22)$$

– dla strumienia „z dołu” wynosi:

$$V_0 = A \sum_{i=1}^n \frac{1}{(1+r)^i} = A \frac{1-(1+r)^{-n}}{r} = A \frac{(1+r)^n - 1}{r(1+r)^n} \quad (3.23)$$

Wyrażenie  $\frac{(1+r)^n - 1}{r(1+r)^n}$  jest nazywane współczynnikiem dyskontującym jednokowe efekty w czasie (Tablica 4 – Aneks).

Wartość początkowa i przyszła występują w stałej relacji do siebie. Nietrudno to zauważyć na podstawie zależności między formułami (3.11) i (3.23) oraz (3.12) i (3.22). Wartość początkowa jest przecież zdyskontowaną wartością końcową.

$$V_0 = V_n \frac{1}{(1+r)^n}$$

Jeżeli elementy strumienia pojawiają się częściej niż raz w roku, a ponadto jednocześnie jest dokonywana kapitalizacja, niezbędne jest uwzględnienie stopy procentowej dotyczącej okresu, jaki upływa między kapitalizacjami. Wartość początkowa strumienia może być wówczas obliczona na podstawie następujących formuł:

- dla strumienia o profilu prostym, którego element pojawia się na początek okresu:

$$V_0 = A \left(1 + \frac{r}{k}\right) \cdot \frac{\left(1 + \frac{r}{k}\right)^{k \cdot n} - 1}{\frac{r}{k} \cdot \left(1 + \frac{r}{k}\right)^{k \cdot n}} \quad (3.24)$$

- dla strumienia o profilu prostym, którego element pojawia się na koniec okresu:

$$V_0 = A \cdot \frac{\left(1 + \frac{r}{k}\right)^{k \cdot n} - 1}{\frac{r}{k} \cdot \left(1 + \frac{r}{k}\right)^{k \cdot n}} \quad (3.25)$$

W przypadku obliczania wartości początkowej istnieje możliwość określenia dzisiejszej wartości strumienia nieskończonego o profilu prostym. Kiedy strumień ma płynąć przez długi okres, tak długi, że trudno go przewidzieć, można założyć, że  $n \rightarrow \infty$ . Wówczas wartość początkowa strumienia staje się granicą wyrażenia (3.22) lub (3.23).

- dla nieskończonego strumienia „z dołu” wartość początkowa wynosi:

$$V_0 = \lim_{n \rightarrow \infty} A \frac{(1+r)^n - 1}{r(1+r)^n} = A \cdot \frac{1}{r} \quad (3.26)$$

- dla strumienia „z góry”:

$$V_0 = \lim_{n \rightarrow \infty} A(1+r) \frac{(1+r)^n - 1}{r(1+r)^n} = A \frac{(1+r)}{r} \quad (3.27)$$

Warto jeszcze zbadać wartość początkową strumienia w warunkach analizy ciągłej. Zakłada się tutaj, że oprocentowanie elementów strumienia jest ciągłe.

Wartość początkową strumienia o profilu obojętnym można obliczyć na podstawie poniższego wyrażenia:

$$V_0 = \int_0^n A_t \cdot e^{-rt} dt \quad (3.28)$$

Natomiast wówczas, kiedy elementy strumienia są sobie równe, czyli dla strumienia o profilu prostym, wartość początkowa wynosi:

– dla strumienia „z dołu”:

$$V_0 = A \frac{1 - e^{-nr}}{e^r - 1} \quad (3.29)$$

– dla strumienia „z góry”:

$$V_0 = A \cdot e^r \cdot \frac{1 - e^{-nr}}{e^r - 1} \quad (3.30)$$

### Przykład 3.9.

Jednorazowy wydatek inwestycyjny wyniósł w momencie 0 (rozpoczęcia eksploatacji) 200 000 zł. Czy przedsięwzięcie będzie efektywne, jeżeli przyszłe wpływy netto wyniosą w kolejnych latach (na koniec roku): 30 000, 35 000, 44 000, 52 000, 60 000, 65 000, 62 000, 59 000, 53 000, 48 000 zł? Stopa dyskontowa wynosi 12%.

Ponieważ w zadaniu jest informacja o nakładach inwestycyjnych w momencie 0, do określenia efektywności niezbędne jest oszacowanie nadwyżki powstającej w trakcie użytkowania obiektu na ten moment. Obliczyć należy wartość początkową strumienia wpływów netto. Jest to strumień o profilu obojętnym, elementy strumienia pojawiają się na koniec roku, a więc wykorzystuje się wzór (3.20)

$$\begin{aligned} V_0 &= 30.000 \frac{1}{1,12} + 35.000 \frac{1}{(1,12)^2} + 44.000 \frac{1}{(1,12)^3} + 52.000 \frac{1}{(1,12)^4} + 60.000 \frac{1}{(1,12)^5} + \\ & 65.000 \frac{1}{(1,12)^6} + 62.000 \frac{1}{(1,12)^7} + 59.000 \frac{1}{(1,12)^8} + 53.000 \frac{1}{(1,12)^9} + 48.000 \frac{1}{(1,12)^{10}} = \\ & 30.000 \cdot 0,89286 + 35.000 \cdot 0,79719 + 44.000 \cdot 0,71178 + 52.000 \cdot 0,635518 + 60.000 \cdot \\ & 0,56743 + 65.000 \cdot 0,50663 + 62.000 \cdot 0,45235 + 59.000 \cdot 0,40388 + 53.000 \cdot 0,36061 + \\ & 48.000 \cdot 0,32197 = 26.785,71 + 27.901,786 + 31.318,33 + 33.046,94 + 34.045,61 + \\ & 32.931,02 + 28.045,65 + 23.829,11 + 19.112,33 + 15.454,715 = 272.471,2 \text{ zł} \end{aligned}$$

Jak obliczono, zdyskontowany strumień efektów netto przewyższa nakłady inwestycyjne w momencie 0, można więc stwierdzić, że przedsięwzięcie jest efektywne.

Realna wartość nadwyżki wyniesie w momencie 0:  $272\,471,2 - 200\,000 = 72\,471,2 > 0$

Stopa nadwyżki wyniesie:  $\frac{272\,471,2}{200\,000} = 1,3624 > 1$  i spełnia kryterium efektywności.

### Przykład 3.10.

Przedsięwzięcie inwestycyjne polega na zakupie pewnej nieruchomości. Oszacowano, że dochód netto z obiektu będzie w miarę zbliżony w poszczególnych latach i wynosić będzie około 40 tys. zł rocznie. Czas użytkowania obiektu trudno dokładnie ustalić. Określ dzisiejszą wartość wpływów z tytułu użytkowania obiektu, zakładając, że dochód wpływa z początkiem każdego roku. Rynekowa stopa procentowa wynosi 16%. Jaki maksymalny wydatek jest w stanie ponieść inwestor, aby zakup był opłacalny?

Jeżeli wpływy z nieruchomości pojawiać się będą z początkiem każdego roku eksploatacji obiektu i będą w każdym roku takie same, dla obliczenia wartości początkowej niezbędne jest wykorzystanie formuły (3.27).

Zatem wartość początkowa tego strumienia wyniesie:

$$V_0 = 40\,000 \cdot \frac{1 + 0,16}{0,16} = 290\,000 \text{ zł}$$

Dzisiejsza wartość przyszłych wpływów wynosi 290 000 zł, jest to również maksymalna wartość wydatku inwestycyjnego. Jeżeli inwestor wyda dokładnie taką kwotę, przedsięwzięcie spełniać będzie jedynie minimalny wymóg efektywności.

### Przykład 3.11.

Pani Kowalska dysponuje dziś kwotą 20 000 zł. Chce tę kwotę przeznaczyć na stypendium dla syna wypłacane co kwartał (na koniec każdego kwartału), aż do skończenia przez niego studiów, czyli przez 5 najbliższych lat. Jaką kwotę będzie mógł wypłacać syn, jeżeli oprocentowanie wynosi 10% rocznie? Jak zmieni się ta kwota, jeżeli stypendium miało być wypłacane z końcem każdego kwartału?

W zadaniu należy obliczyć wartość jednostki strumienia prostego, która pojawiać się będzie na początek okresu (kwartału), a w dalszej części – na koniec okresu. Wykorzystać do tego należy przekształcone formuły (3.24) i (3.25).

Element strumienia pojawiający się z początkiem okresu wyniesie:

$$A = V_0 \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{r}{k}\right)^k} \cdot \frac{\frac{r}{k} \cdot \left(1 + \frac{r}{k}\right)^{k \cdot n}}{\left(1 + \frac{r}{k}\right)^{k \cdot n} - 1}, \text{ dla stypendium „z góry”}$$

Na podstawie zatem danych z naszego zadania ustalić można:

$$A = 20\,000 \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{0,1}{4}\right)} \cdot \frac{\frac{0,1}{4} \left(1 + \frac{0,1}{4}\right)^{4,5}}{\left(1 + \frac{0,1}{4}\right)^{4,5} - 1} = 20\,000 \cdot \frac{1}{1,025} \cdot \frac{0,025(1,025)^{20}}{(1,025)^{20} - 1} =$$

$$= 20\,000 \cdot 0,0625826 = 1251,65$$

Syn pani Kowalskiej będzie mógł z początkiem każdego kwartału wypłacać kwotę 1251,65 zł.

Sprawdzić teraz można, jaką wartość będzie miało stypendium, jeśli wypłaty dokonywane będą „z dołu”. Wykorzystać należy poniższą formułę.

$$A = V_0 \cdot \frac{\frac{r}{k} \left(1 + \frac{r}{k}\right)^{k \cdot n}}{\left(1 + \frac{r}{k}\right)^{k \cdot n} - 1}$$

Podstawiając otrzymać można:

$$A = 20\,000 \cdot \frac{\frac{0,1}{4} \left(1 + \frac{0,1}{4}\right)^{4,5}}{\left(1 + \frac{0,1}{4}\right)^{4,5} - 1} = 20\,000 \cdot 0,064147 = 1282,94$$

Jeżeli zatem wypłaty będą dokonywane z końcem każdego kwartału, będą wyższe i wyniosą po 1282,94 zł. Jest to wynik tego, że przy strumieniu „z góry” przez pierwszy kwartał (i każdy następny) oprocentowana jest mniejsza wartość niż przy strumieniu „z dołu”.

## Zadania

**3.1.** Pan Nowak zdeponował w banku kwotę 2000 zł na 5 lat. Bank oferuje stałe oprocentowanie w wysokości 24% rocznie. Oblicz wartość tego kapitału po zakończeniu lokaty, jeżeli:

- bank nie stosuje kapitalizacji odsetek;
- kapitalizacja roczna;
- kapitalizacja półroczna;
- kapitalizacja kwartalna;
- kapitalizacja miesięczna;
- kapitalizacja dzienna;
- kapitalizacja ciągła.

**3.2.** W bieżącym roku kwota 20 000 \$ została ulokowana w banku na rachunku dziesięcioletnim przy rocznej stałej stopie oprocentowania  $r = 12\%$ . Wyznaczyć przyszłą wartość tej kwoty po upływie terminu lokaty przy założeniu następujących modeli kapitalizacji odsetek:

- a) bank nie stosuje kapitalizacji odsetek
- b) kapitalizacja roczna;
- c) kapitalizacja półroczna;
- d) kapitalizacja kwartalna;
- e) kapitalizacja miesięczna;
- f) kapitalizacja dzienna;
- g) kapitalizacja ciągła.

**3.3.** Pani Nowak chce się dowiedzieć, ile pieniędzy musiałaby ulokować dziś, aby po 6 latach otrzymać kwotę 20 000 jp. Stopa procentowa wynosi 12% rocznie, a:

- a) bank nie stosuje kapitalizacji odsetek;
- b) kapitalizacja roczna;
- c) kapitalizacja miesięczna;
- d) kapitalizacja ciągła.

**3.4.** Jaki był kapitał początkowy, jeżeli po 5 latach przy stopie 24% rocznie wzrósł on do kwoty 35 000 zł w trzech wariantach.

- a) bez kapitalizacji odsetek;
- b) kapitalizacja roczna;
- c) kapitalizacja miesięczna;
- d) kapitalizacja ciągła?

**3.5.** W ciągu 15 lat, z końcem każdego roku, przedsięwzięcie inwestycyjne generowało dochód w wysokości 1500 zł. Ustalić wartość końcową strumienia tych dochodów, jeżeli nominalna stopa procentowa wynosiła 12% rocznie.

**3.6.** Oblicz wartość nominalną renty wypłacanej co dwa miesiące „z góry” przez okres 5 lat, jeżeli skumulowana wartość początkowa renty wynosiła 10.000\$, zaś stopa procentowa 18%.

**3.7.** Obliczyć wartość początkową strumienia, jeżeli przez 10 lat co pół roku „z dołu”, przy stopie 8%, wpływało na konto 15 zł.

**3.8.** Stan konta pani Nowak wyniósł w dniu dzisiejszym 100 000 zł. Jaką kwotę otrzymywała co miesiąc od pana Kowalskiego (zakłada się, że było to jedyne źródło powiększania konta) przez 20 lat przy oprocentowaniu 24%?

**3.9.** Oblicz wartość dożywotniej renty (zakłada się, że  $n \rightarrow \infty$ ) wypłacanej co roku „z góry” w wysokości 15 000 zł rocznie. Aktualna stopa procentowa wynosi 10%.

**3.10.** Pani Kowalska przez 8 lat otrzymywała alimenty na dziecko (od pana Nowaka) w wysokości 200 zł miesięcznie (z początkiem każdego miesiąca). Jaka jest dziś wartość wpłat, jeżeli wpływały na rachunek oprocentowany 18% rocznie? Określić również wartość początkową strumienia.

**3.11.** Janek Nowak uzbierał 250 000\$ z jednakowych wpłat przychodzących systematycznie od rodziców z USA. Wpłaty te dokonywane były kwartalnie „z dołu” przez ostatnich 12 lat. Jaka była wysokość tych wpłat, jeżeli przez cały ten okres oprocentowanie rachunku wynosiło 4%?

**3.12.** Pan Kowalski chce wypłacać kieszonkowe swemu małoletniemu synowi. Przeznacza na ten cel 100 000 zł. Kieszonkowe byłoby wypłacane co tydzień „z góry” przez 10 lat, bez możliwości podejmowania całej kwoty. Stopa procentowa wynosi 12%. Ile będą wynosić wypłaty z tego konta?

**3.13.** Ustalić, ile wynosi początkowa wartość strumienia przychodu z inwestycji o nieokreślonym czasie eksploatacji (zakłada się, że  $n \rightarrow \infty$ ). Przychód pojawia się co kwartał „z dołu” i wynosi 5000\$, stopa procentowa roczna wynosi 16%.

**3.14.** Inwestycja generuje efekty produkcyjne w postaci strumienia o profilu prostym: przez pierwszych 5 lat o elemencie 95 000 zł rocznie, a następnie przez 10 lat po 100 000 zł rocznie. Oblicz wartość tego strumienia (elementy strumienia pojawiają się na koniec roku):

- a) na moment 0;
  - b) na moment rozpoczęcia realizacji obiektu, jeżeli okres przygotowawczo-realizacyjny trwał 5 lat i obowiązywała w nim stopa procentowa równa 18%;
  - c) na moment zakończenia eksploatacji obiektu;
  - d) na moment zmiany wartości elementu strumienia.
- Stopa procentowa okresu eksploatacji wynosi 20%.

**3.15.** Wybierz największą z poniżej przedstawionych wartości. Rynkowa stopa procentowa wynosi 8%.

1. Przed 5 laty wpłacono na konto 5000\$. Oprocentowanie konta wynosi 5% rocznie. Kapitalizacja kwartalna.
2. Od trzech lat, z początkiem każdego miesiąca, wpłacono kwotę 150\$, kapitalizacja półroczna, oprocentowanie 6%.
3. Od dwóch lat spłacany jest kredyt, którego rata wynosi 1500\$ „z dołu”. Całkowita spłata kredytu ma nastąpić za 4 lata. Oprocentowanie 10% rocznie.
4. Obietnica otrzymania 10 000\$ za 5 lat.
5. Renta dożywotnia wypłacana w wysokości 500\$ rocznie.
6. 15 000\$ dzisiaj.



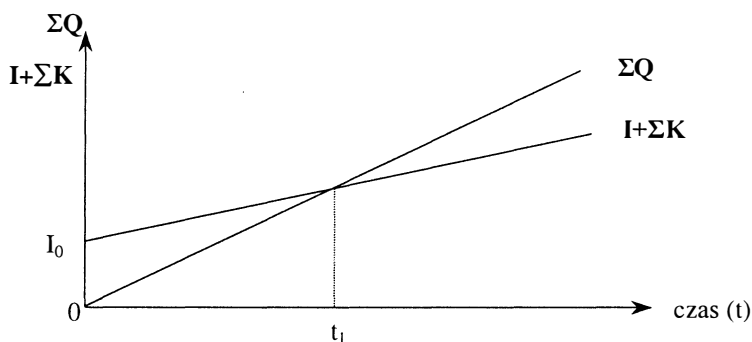
## 4. Klasyczne metody badania efektywności inwestycji

### 4.1. Rozmieszczenie inwestycji w czasie

Inwestycje stanowią proces tworzenia środków trwałych w pewnym przedziale czasu. W rachunku ekonomicznym należy uwzględnić rozłożenie tych wydatków. Harmonogram ponoszenia wydatków powinien być tak opracowany, aby zamrożenie nakładów było jak najmniejsze. Optymalizacja rozmieszczenia nakładów inwestycyjnych w czasie jest więc jednym z podstawowych warunków wzrostu efektywności przedsięwzięcia inwestycyjnego.

Proces inwestycyjny rozpoczyna się od wydatków ponoszonych na przygotowanie i realizację inwestycji, kończy zaś wpływami ze sprzedaży likwidowanego obiektu. Pozostałe przepływy środków finansowych w czasie – bieżące wydatki i wpływy związane z działalnością eksploatacyjną stanowią o kosztach wytwarzania i przychodach ze sprzedaży produktów i usług. Z końcem okresu realizacji ponoszone są również wydatki na pierwsze wyposażenie obiektu (te środki zwykle nie są zamrożone). Nakłady kapitałowe to suma nakładów inwestycyjnych łącznie z ich zamrożeniem oraz nakład na środki obrotowe ( $B_0$ ).

Rozłożenie w czasie wpływów i wydatków związanych z przygotowaniem, realizacją i eksploatacją inwestycji może przebiegać bardzo różnie. Zależy to od splotu uwarunkowań o charakterze obiektywnym i subiektywnym. Zakładając równomierne wydatkowanie nakładów i kosztów oraz powstawanie efektów, zależności między tymi wielkościami w czasie można przedstawić tak, jak na rysunku 4.1.



gdzie:  $Q$  – efekty;  $I$  – nakłady;  $K$  – koszty eksploatacji

**Rys. 4.1.** Struktura czasowa nakładów i efektów

Źródło: opracowanie własne.

Właściwe rozłożenie przepływów pieniężnych stanowi o sukcesie inwestycji. Zsynchronizowanie wydatków i przewidywanych wpływów wymaga rozwiązania problemu zamrożenia nakładów kapitałowych.

Zamrożenie nakładów jest związane z brakiem możliwości wykorzystania zainwestowanych środków w inny sposób. Czas zamrożenia nakładów jest to okres od momentu przystąpienia do budowy do oddania obiektu do eksploatacji. Można stwierdzić, iż w tym czasie zainwestowane środki są jałowe. Utrata okazji efektywnego wykorzystania kapitału w innych rodzajach działalności gospodarczej stanowi swego rodzaju koszt, mimo iż nie musi on być odczuwany indywidualnie przez inwestora w postaci wydatku pieniężnego. Jest to koszt alternatywny powstający na styku przedsiębiorstwa i jego otoczenia. Nakłady uwiązane w inwestycji nie przynoszą w okresie przygotowawczo-realizacyjnym dochodu. W związku z tym efekty z zamrożonego kapitału nie mogą zostać wykorzystane w gospodarce narodowej. Nominalne nakłady inwestycyjne należy więc powiększyć o oszacowany średni utracony efekt spowodowany ich zamrożeniem. Inaczej mówiąc w rachunku efektywności projektów gospodarczych nakłady inwestycyjne powinny być ujęte w wielkościach realnych, z uwzględnieniem kosztów alternatywnych.

Koszt alternatywny można obliczyć stosując rynkową stopę procentową. Jeżeli nakłady są zamrożone przez rok, to na koniec tego roku wzrastają do poziomu:

$$N_1 = N_0 + N_0 \cdot r = N_0 \cdot (1 + r)$$

Następny rok wymaga oprocentowania kapitału  $N_1$  oraz uwzględnienia kolejnego elementu strumienia nakładów. Ujęcie zamrożenia wymaga określenia kosztu alternatywnego z każdej jednostki nakładów ( $r$ ), czyli utraconego dochodu z inwestycji i dodania go do całości wydatków nominalnych.

Jeżeli inwestycja potrwa  $b$  lat, to wydatki wraz z zamrożeniem wyniosą (wydatki ponoszone na początek każdego roku):

$$N_b = N_1 \cdot (1+r)^b + N_2 \cdot (1+r)^{b-1} + N_3 \cdot (1+r)^{b-2} + \dots + N_{b-1} \cdot (1+r)^2 + N_b \cdot (1+r)$$

Przyjmując czas realizacji inwestycji ( $b$ ) oraz nierównomierny rozkład wydatków w poszczególnych latach, rzeczywisty nakład wraz z zamrożeniem na moment przekazania obiektu do eksploatacji wyniesie:

- jeżeli nakłady obliczane są na koniec roku:

$$N_b = \sum_{t=1}^b N_t \cdot (1+r)^{b-t} \quad (4.1)$$

gdzie:  $N_b$  – nakłady z zamrożeniem,  $N_t$  – wydatki inwestycyjne w kolejnych latach.

- gdy nakłady obliczane są na początek roku:

$$N_b = \sum_{t=1}^b N_t \cdot (1+r)^{b-t+1} \quad (4.2)$$

Przy obliczaniu zamrożenia można posłużyć się również formułami na obliczanie wartości końcowej strumienia o profilu prostym (3.11) i (3.12).

Jeżeli nakłady ponoszone są w równych wielkościach rocznych można skorzystać z formuły uproszczonej:

$$J = I \cdot z = I + Z \quad (4.3)$$

gdzie:  $J$  – nakład z uwzględnieniem zamrożenia (obliczony metodą uproszczoną),  $I$  – suma nominalnych nakładów,  $z$  – współczynnik zamrożenia ( $z = 1 + \frac{b \cdot r}{2}$ ),  $Z$  – wartość zamrożenia.

Wartość zamrożenia wynosi:

$$Z = I \cdot \frac{b \cdot r}{2} \quad (4.4)$$

W konstrukcji tej zakłada się, że nakłady inwestycyjne są zamrożone średnio przez połowę okresu przygotowawczo-realizacyjnego ( $b$ ).

Z formuł na obliczanie nakładu z zamrożeniem wynika, że strata z tytułu jawności nakładów w okresie przygotowawczym wyniesie:

$$S = N_b - I = \sum_{t=1}^b N_t \cdot (1+r)^{b-t} - \sum_{t=1}^b N_t \quad (4.5)$$

gdzie:  $N_t$  – nakłady z roku  $t$ .

Rzeczywisty wydatek inwestycyjny wynosi więc:

$$N_b = N_n + S$$

Dążenie do maksymalizacji efektywności wymaga, aby rozmiary koniecznych strat z tytułu zamrożenia ograniczyć do minimum, głównie na drodze usprawnień: technicznych, technologicznych, organizacyjnych. Istotą optymalizacji powinna być eliminacja zjawiska nadmiernego zamrażania nakładów.

#### Przykład 4.1.

Inwestor wydatkował środki na budowę obiektu w ciągu 4 lat okresu przygotowawczo-realizacyjnego. Nakłady były wydatkowane nierównomiernie i z początkiem każdego roku wynosiły: 150 000, 230 000, 250 000 i 120 000 zł. Z końcem okresu przygotowawczo-realizacyjnego wydatkowano również nakład na pierwsze wyposażenie obiektu, stworzono zasób środków obrotowych. Wartość tych wydatków wyniosła 100 000zł. Stopa procentowa rynkowa wynosiła w tym okresie 15%.

Jak jest wartość nakładu kapitałowego z uwzględnieniem zamrożenia? Ile wynosi samo zamrożenie?

Ponieważ nakłady wydatkowano nierównomiernie, każdy z elementów strumienia o profilu obojętnym należy pomnożyć przez odpowiedni współczynnik wzrostu wykładniczego i zsumować.

Otrzywać wówczas można następującą sumę:

$$N_b = 150\,000 \cdot (1 + 0,15)^4 + 230\,000 \cdot (1 + 0,15)^3 + 250\,000 \cdot (1 + 0,15)^2 + 120\,000 \cdot (1 + 0,15)^1 + 100\,000 = 150\,000 \cdot 1,74901 + 230\,000 \cdot 1,520875 + 250\,000 \cdot 1,3225 + 120\,000 \cdot 1,15 + 100\,000 = 262\,351,5 + 349\,801,25 + 330\,625 + 138\,000 + 100\,000 = 1\,180\,777,19 \text{ zł}$$

Jest to nasz szukany nakład z uwzględnieniem zamrożenia, przy czym nakład ten ujmuje wydatki, które tworzyły środki trwałe i te tworzące środki obrotowe.

Wielkość zamrożenia wyniosła w tym przypadku:

$$S = N_b - I = 1\,180\,777,19 - (150\,000 + 230\,000 + 250\,000 + 120\,000 + 100\,000) = 1\,180\,777,19 - 850\,000 = 330\,777,19 \text{ zł}$$

Jest to zatem utracony efekt z nakładu uwiązanego w tym przedsięwzięciu.

## 4.2. Metoda rocznej raty kapitałowej. Plan spłaty kredytu

Metoda rocznej raty kapitałowej umożliwia częściową ocenę efektywności projektu gospodarczego. Ocena rentowności wielokrotnie wymaga ujęcia wielkości ekonomicznych w postaci średniorocznej (annuity). Wspomniana metoda umożliwia dokonanie takiego działania. Polega bowiem ona na przekształceniu określonej sumy wydatków w średnie wielkości roczne, czyli średnie roczne wydatki. Istotą tej metody jest transformowanie zasobu w strumień o profilu prostym. Za jej pomocą można określić średnio roczny wymagany zwrot nakładu inwestycyjnego. Jeśli więc zna się wartość nakładu inwestycyjnego w momencie rozpoczęcia eksploatacji obiektu można obliczyć, jaka powinna być nadwyżka roczna w ciągu całego okresu eksploatacyjnego, aby pokrywała wydatkowany nakład. Chodzi więc o znalezienie takiej wielkości elementu strumienia prostego, którego wartość początkowa będzie z góry określona.

$$V_0 = A \frac{1}{(1+r)} + A \frac{1}{(1+r)^2} + A \frac{1}{(1+r)^3} + \dots + A \frac{1}{(1+r)^n} = \sum_{i=1}^n A \frac{1}{(1+r)^i} \quad (4.6)$$

Można więc skorzystać z formuł na obliczanie wartości początkowej strumienia o profilu prostym.

Po przekształceniu wzoru (3.23) otrzymać można:

$$A = V_0 \cdot u_n^r = V_0 \cdot \frac{r \cdot (1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \quad (4.7)$$

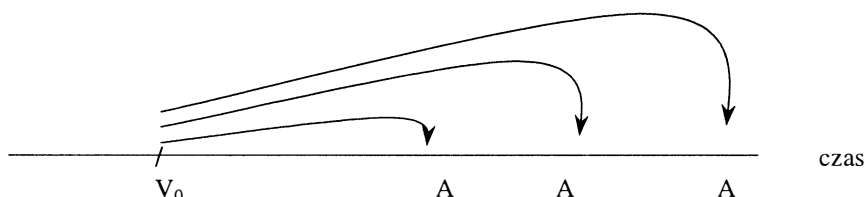
gdzie:  $A$  – element strumienia o profilu prostym,  $V_0$  – wartość zasobu w momencie 0.

Aby ustalić nominalnie równy element strumienia, wartość zasobu należy pomnożyć przez współczynnik umorzeniowy  $u_n^r$  (Tablica 4 – Aneks). Jest on dany następującym wyrażeniem:

$$u_n^r = \frac{r \cdot (1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \quad (4.8)$$

Współczynnik umorzeniowy pozwala na przekształcenie zasobu z momentu 0 (początek strumienia) w strumień o równych elementach (rysunek 4.2).

Metoda rocznej raty kapitałowej pozwala na obliczenie np. raty spłaty kredytu w ciągu całego okresu eksploatacyjnego, bądź w dowolnie wybranym okresie (krótszym od normalnego).



Rys. 4.2. Sprowadzanie zasobu do postaci strumienia prostego (annuity)

Roczna rata kapitałowa jest równa w każdym roku, a więc kredyt spłacany byłby w równych nominalnie ratach uwzględniających i wartość początkową kredytu, i odsetki w całym okresie spłaty.

Metoda rocznej raty kapitałowej ma swoją odmianę. Mianowicie przy obliczaniu spłat kredytów, zwłaszcza długoterminowych, spłata następuje w zmniejszających się ratach rocznych realizowanych w końcu każdego roku.

Inwestor otrzymując kredyt zobowiązuje się do jego spłaty wraz z odsetkami i prowizją. Oprocentowanie oraz spłata rat powodują, że stan zadłużenia zmienia się w czasie.

Roczna spłata kredytu w roku  $t$  wynosi:

$$A_t = R_t + Od_t$$

gdzie:  $A_t$  – roczna spłata kredytu w roku  $t$ ,  $R$  – rata kapitałowa,  $Od$  – odsetki.

Rata kapitałowa jest stała i wynosi w ciągu  $n$  lat:

$$R_t = R = \frac{K_0}{n}$$

gdzie:  $K_0$  – wartość nominalna zaciągniętego kredytu.

Z kolei wartość odsetek jest w każdym roku inna. Wynika to ze zmiennej wartości niespłaconego kredytu na początku danego roku.

Sumę płatności z tytułu zaciągniętego kredytu ( $K_S$ ) określa równanie:

$$K_S = K_0 + K_0 \cdot r \cdot \frac{n+1}{2} \quad (4.9)$$

**Przykład 4.2.**

Inwestycja wymagała poniesienia nakładu, który w momencie zakończenia realizacji wynosił 500 000 zł. Inwestycja finansowana była kredytem bankowym. Kredyt został zaciągnięty na połowę nakładu inwestycyjnego. Ma być spłacony w ciągu 5 lat od daty rozpoczęcia eksploatacji. Od tego momentu są również naliczane odsetki w wysokości 18% rocznie (uproszczenie). Oblicz roczną ratę umorzeniową i sporządź plan spłaty kredytu. Oblicz wartość nakładów z uwzględnieniem kosztów spłaty kredytu. Rynkowa stopa procentowa, według której można reinwestować zyski wynosi 15%. Czy przedsiębiorstwo będzie w stanie spłacić kredyt ze źródeł własnych, jeżeli inwestycja generować będzie nadwyżkę w wysokości 100 000 rocznie w ciągu 10 lat eksploatacji obiektu?

Kredyt, jaki zaciągnął inwestor, wyniósł 250 000 zł w momencie oddania obiektu do eksploatacji. Taka zatem kwota łącznie z odsetkami powinna być zwrócona przez inwestora. Wielkość raty spłaty kredytu wyniesie:

$$R_k = 250\,000 \cdot \frac{0,18(1+0,18)^5}{(1+0,18)^5 - 1} = 250\,000 \cdot 0,3197778 = 79944,46 \text{ zł}$$

Należy teraz sprawdzić, czy rzeczywiście kredyt może zostać spłacony w ciągu 5 lat.

**PLAN SPŁATY KREDYTU**

| Rok spłaty   | Wartość kredytu na początek roku | Odsetki   | Wartość kredytu łącznie z odsetkami | Rata kredytu | Wartość kredytu na koniec roku | Współczynniki dyskontujące<br>$\frac{1}{(1+0,15)^t}$ | Zdyskontowane odsetki |
|--------------|----------------------------------|-----------|-------------------------------------|--------------|--------------------------------|--|-----------------------|
| 1            | 250 000,00                       | 45 000,00 | 295 000,00                          | 79 944,46    | 215 055,54                     | 0,869565   | 39 130,43             |
| 2            | 215 055,54                       | 38 710,00 | 253 765,54                          | 79 944,46    | 173 821,08                     | 0,756144   | 29 270,32             |
| 3            | 173 821,08                       | 31 287,79 | 205 108,87                          | 79 944,46    | 125 164,41                     | 0,657516   | 20 572,23             |
| 4            | 125 164,41                       | 22 529,59 | 147 694,01                          | 79 944,46    | 67 749,55                      | 0,571753   | 12 881,37             |
| 5            | 67 749,55                        | 12 194,91 | 79 944,46                           | 79 944,46    | 0,00                           | 0,497177   | 6063,03               |
| <b>Suma:</b> |                                  |           |                                     |              |                                |  | <b>107 917,4</b>      |

Kredyt może zostać spłacony w ciągu 5 lat, na co wskazuje zerowa wartość kredytu w końcu ostatnim roku spłaty.

Łączny nakład z uwzględnieniem kosztu spłaty kredytu otrzymuje się powiększając nakład inwestycyjny o zdyskontowane na moment 0 odsetki. Do dyskontowania odsetek powinno się zastosować stopę procentową rynkową, według której inwestor mógłby powiększać swój kapitał na rynku.

$$N_b = 500.000 + 107.917,4 = 607.917,4$$

Jeżeli dokona się porównania wielkości raty kredytu i nadwyżki rocznej w okresie spłaty, należy określić możliwość spłaty ze źródeł własnych. W naszym przypadku rata 79 944,46 jest mniejsza od rocznej nadwyżki 100 000 zł. Należy więc stwierdzić, że przedsiębiorstwo może spłacić kredyt ze źródeł własnych (z zysku).

*Nie oznacza to jednak, że przedsięwzięcie jest efektywne!!!*

Przedsiębiorca w każdym roku powinien odzyskać część nakładu nominalnego oraz spłacać kredyt. Rata kapitałowa wyniesie więc:

$$a) R_w = 250\,000 \cdot \frac{0,15 \cdot (1+0,15)^{10}}{(1+0,15)^{10} - 1} = 250\,000 \cdot 0,199252062 = 49\,813,02$$

z tytułu zwrotu kapitału własnego w ciągu 10 lat eksploatacji obiektu.

b) obliczona rata spłaty kredytu  $R_k = 79\,944,46$  w ciągu 5 lat spłaty kredytu

Suma tych dwóch elementów daje ratę w wysokości: 129 757,48 w ciągu pierwszych 5 lat oraz 49 813,02 do końca okresu eksploatacji.

Można w tym miejscu ustalić, jaka jest wymagana nadwyżka z tytułu eksploatacji tej inwestycji.

Nakład inwestycyjny z uwzględnieniem spłaty kredytu wyniósł 607 917,4 zł.

Roczna rata kapitałowa równa w całym okresie eksploatacji wyniesie:

$$R = N_b \cdot \frac{r \cdot (1+r)^n}{(1+r)^n - 1} = 607\,917,4 \cdot \frac{0,15 \cdot (1+0,15)^{10}}{(1+0,15)^{10} - 1} = 607\,917,4 \cdot 0,19925 = 121\,128,8$$

Jeżeli porówna się ją do rocznej nadwyżki, jaką generuje projekt, okaże się, że roczna rata kapitałowa jest wyższa od nadwyżki. Oznacza to, że przedsięwzięcie nie będzie efektywne.

$$E_3 = Q - (I + K) = 100\,000 - 121\,128,8 = -21\,128,8 \text{ zł}$$

Obliczona wartość oznacza roczną stratę, jaką generuje projekt.

Gdyby natomiast nakład był w całości finansowany ze źródeł własnych, roczna rata kapitałowa miałaby wartość:

$$R = 500\,000 \cdot \frac{0,15 \cdot (1+0,15)^{10}}{(1+0,15)^{10} - 1} = 500\,000 \cdot 0,199252062 = 99\,626,031 \text{ zł}$$

W tym przypadku inwestycja byłaby efektywna. Gdyż wskaźnik różnicowy miałby wówczas wartość:

$$E_3 = 100\,000 - 99\,626,031 = 373,969 \text{ zł}$$

Jest to roczna nadwyżka ekonomiczna netto osiągnięta w każdym roku eksploatacji.

### 4.3. Metoda równych rat

Metoda równych rat polega na przekształcaniu strumienia o profilu obojętnym w strumień o profilu prostym. Wielkości wpływów i wydatków pojawiające się w różnych wysokościach w trakcie eksploatacji lub realizacji obiektu są transformowane w wielkości średnie. Można wyróżnić tu następujące działania:

1) określenie wydatków lub wpływów w wielkościach rzeczywistych;

- 2) zdyskontowanie ich na moment, w którym strumień rozpoczyna płynąć;
- 3) pomnożenie zdyskontowanego strumienia przez czynnik transformujący (umorzeniowy).

Za pomocą tej metody można sprowadzić wszystkie elementy rachunku do wielkości przeciętnych (rocznych, miesięcznych, dziennych) i ocenić efektywność przedsięwzięcia.

Jeżeli strumień składa się  $n$  elementów o nominalnych wartościach:  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ , w poszczególnych odcinkach czasu, średni element strumienia będzie miał wartość  $A_p$  :

$$A_p = \left[ \frac{A_1}{(1+r)} + \frac{A_2}{(1+r)^2} + \frac{A_3}{(1+r)^3} + \dots + \frac{A_n}{(1+r)^n} \right] \times \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \quad (4.10)$$

Wyrażenie  $\frac{r \cdot (1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$  jest znanym już współczynnikiem umorzeniowym.

Metoda równych rat ma swoją odmianę uproszczoną. Stosuje się ją dla obliczenia średniego wydatku inwestycyjnego, który powinien odzyskać inwestor w każdym roku eksploatacji obiektu. Metodę tę stosuje się wówczas, gdy nakład inwestycyjny wydatkowano jednorazowo i nie był zamrożony. Uproszczona metoda równych rat nie uwzględnia dyskontowania.

Jeżeli inwestycja kosztuje  $N$  (nakład nominalny), zaś przewidywany okres eksploatacji  $n$ , to nie licząc oprocentowania, w każdym roku eksploatacji inwestor musi odzyskać kwotę:  $\frac{N}{n}$ . Ponadto w każdym roku powinno się uwzględnić oprocentowanie proste.

W pierwszym roku inwestor powinien odzyskać wartość:

$$\frac{N}{n} + N \cdot r$$

W drugim roku:  $\frac{N}{n} + r \cdot \left( N - \frac{N}{n} \right) = \frac{N}{n} + N \cdot r \cdot \left( 1 - \frac{1}{n} \right)$

W trzecim roku kwotę równą:

$$\frac{N}{n} + N \cdot r \cdot \left( 1 - \frac{2}{n} \right)$$

W roku  $n$ -tym:

$$\frac{N}{n} + N \cdot r \cdot \left( 1 - \frac{n-1}{n} \right)$$



Dla całego okresu oprocentowanie (procent prosty) nakładów kapitałowych wyniesie:

$$\frac{N \cdot r + \frac{N \cdot r}{n}}{2} \cdot n = \frac{N \cdot r}{2} \cdot \frac{n+1}{n} \cdot n = \frac{N \cdot r}{2} (n+1) \quad (4.11)$$

Średnie roczne wydatki z tytułu realizacji i eksploatacji inwestycji ( $N_p$ ) wyniosą więc:

$$N_p = \frac{N}{n} + \frac{N \cdot r}{2} \cdot \frac{n+1}{n} + K_c \quad (4.12)$$

gdzie:  $K_c$  – koszty eksploatacji.

Taką wartość powinien w każdym roku odzyskiwać inwestor, aby zamierzenie spełniało minimalny wymóg efektywności. Uwzględnione są tu: pierwotny nakład inwestycyjny przypadający na każdy rok eksploatacji  $n$ , średnie roczne odsetki (średnia arytmetyczna) oraz koszty bieżące wynikające z eksploatacji tego obiektu, przypadające na jeden normalny rok eksploatacji.

#### Przykład 4.3.

W okresie eksploatacji inwestycja charakteryzowała się następującymi wielkościami ekonomicznymi:

- produkcja (na koniec każdego roku): 60, 80, 100, 100, 110 (zakłada się, że produkcja = sprzedaż);
- koszty (na początek każdego roku):  $k_0 = 200$ , a w okresie eksploatacyjnym 60, 55, 40, 30, 35;  $k_0$  – to nakład kapitałowy w momencie 0.

Obliczyć średnie roczne efekty i średnie roczne koszty, jeśli stopa procentowa wynosi 10%. Czy przedsięwzięcie było efektywne? Podać również wartość wskaźnika efektywności skonstruowanego jako: wskaźnik nakładów jednostkowych, różnicowy i stopy nadwyżki

Aby określić średnie roczne efekty i koszty należy każdy z elementów strumienia pomnożyć przez odpowiedni współczynnik dyskontujący, a potem ich sumę przez współczynnik umorzeniowy.

Produkcja średnio w każdym roku wyniesie:

$$P_p = \left[ 60 \cdot \frac{1}{(1+0,1)} + 80 \cdot \frac{1}{(1,1)^2} + 100 \cdot \frac{1}{(1,1)^3} + 100 \cdot \frac{1}{(1,1)^4} + 110 \cdot \frac{1}{(1,1)^5} \right] \times \frac{0,1 \cdot (1,1)^5}{(1,1)^5 - 1} =$$

$$= [54,546 + 66,1152 + 75,131 + 68,3 + 68,3012] \times 0,264 = 87,752$$

Przeciętne koszty będą miały wartość:

$$K_p = \left[ 200 + 60 \cdot \frac{1}{(1,1)^0} + 55 \cdot \frac{1}{(1,1)^1} + 40 \cdot \frac{1}{(1,1)^2} + 30 \cdot \frac{1}{(1,1)^3} + 35 \cdot \frac{1}{(1,1)^4} \right] \times \frac{0,1 \cdot (1,1)^5}{(1,1)^5 - 1} =$$

$$= [200 + 60 + 50 + 33,058 + 22,539 + 23,905] \times 0,26379746 = 102,7496$$

Porównanie obu wielkości wskazuje, że działanie jest nieefektywne, gdyż średnie roczne koszty przewyższają średnią wartość produkcji. Na podstawie obliczonych średnich wartości produkcji i kosztów można obliczyć wskaźniki efektywności.

Wskaźnik nakładów jednostkowych,  $n = \frac{102,7496}{87,6845} = 1,1718 > 1$ . Na każdą

złotówkę wytworzonego efektu wydatkowano ponad 1,17 zł nakładu. Wskaźnik ten jest większy od jednego, a zatem działanie jest nieefektywne.

Wskaźnik różnicowy, na podstawie wielkości średnich można wskazać na średnią roczną nadwyżkę, która osiąga wartość  $E_3 = 87,6845 - 102,7496 = -15,0651 < 0$

Każdy rok eksploatacji obiektu generuje stratę o obliczonej powyżej wartości.

Wskaźnik stopy nadwyżki można obliczyć dopiero wówczas, kiedy od średniego wydatku oddzieli się koszt wynikający z nakładu inwestycyjnego.

Średni wydatek inwestycyjny przypadający na każdy rok eksploatacji wynosi:

$$N_p = 200 \cdot 0,26379746 = 52,75949$$

Średnie koszty wynikające z bieżącej eksploatacji (bez inwestycyjnych) wyniosą więc:

$$K_{b,p} = 102,7496 - 52,75949 = 49,99011$$

Wskaźnik stopy nadwyżki wyniesie:

$$E_2 = \frac{87,6845 - 49,99011}{52,75949} = \frac{37,69439}{52,75949} = 0,714457 < 1$$

Ze złotówki nakładu inwestycyjnego uzyskać można 71 groszy nadwyżki bieżącej (wartość produkcji pomniejszona o koszty bieżące). Zatem i wskaźnik stopy nadwyżki potwierdza niską efektywność przedstawianego przedsięwzięcia.

#### Przykład 4.4.

Określić efektywność przedstawionego przedsięwzięcia. Nakład inwestycyjny w wysokości 300 000 zł wydatkowano jednorazowo i od razu rozpoczęła się eksploatacja obiektu. Koszty eksploatacyjne ponoszone są w jednakowych wysokościach w każdym roku użytkowania obiektu. Ich wartość wynosi 50 000 zł. W każdym roku efekty produkcyjne są również równe i wynoszą po 120 000.

Inwestor planuje, że inwestycja będzie eksploatowana przez 12 lat. Stopa procentowa wynosi 20%. Zastosować uproszczoną metodę równych rat.

Wysokość nakładu inwestycyjnego przypadającego do zwrotu w każdym roku eksploatacji obiektu wyniesie:

$$N_{i,p} = \frac{300\,000}{12} + \frac{300\,000 \cdot 0,2}{2} \times \frac{12+1}{12} = 25\,000 + 30\,000 \cdot 1,083333 = 57\,500$$

Jeżeli doliczy się do tego koszt eksploatacyjny, otrzymać można wartość nadwyżki, którą powinien osiągać inwestor, aby działanie to miało sens ekonomiczny.

$$N_p = 57\,500 + 50\,000 = 107\,500$$

Przedstawione w przykładzie zamierzenie będzie efektywne. Potwierdzają to wszystkie wskaźniki efektywności:

- 1) wskaźnik nakładów jednostkowych wyniesie:  $n = \frac{107\,500}{120\,000} = 0,89583333 < 1$
- 2) wskaźnik różnicowy:  $E_3 = 120\,000 - 107\,500 = 12\,500 > 0$
- 3) wskaźnik stopy nadwyżki:  $E_2 = \frac{120\,000 - 50\,000}{57\,500} = \frac{70\,000}{57\,500} = 1,21739 > 1$

#### 4.4. Metoda wewnętrznej stopy procentowej

Metoda wewnętrznej stopy procentowej różni się od innych metod oceny efektywności. W pozostałych metodach stopa procentowa jest parametrem zewnętrznym dla inwestora i właściwie dany podmiot nie ma na nią wpływu. Rachunek przeprowadza się przy założonej z góry stopie dyskontowej. Istota metody wewnętrznej stopy procentowej sprowadza się do znalezienia takiej indywidualnej stopy procentowej, przy której suma zdyskontowanych na dany moment różnic wpływów i wydatków jest równa zero. Inaczej – sprowadzone na ten sam moment wpływy i wydatki są sobie równe. Chodzi o poszukiwanie takiej wysokości stopy procentowej, dla której wartość kapitałowa wynosi 0.

Warunkiem wewnętrznej stopy procentowej  $r_i$  dla elementów rachunku sprowadzonych na moment rozpoczęcia realizacji obiektu jest więc:

$$\sum_{i=1}^n \frac{Z_t}{(1+r_i)^t} - N = 0 \quad (4.13)$$

gdzie:  $Z_t$  – nadwyżka finansowa w roku  $t$ ,  $N$  – jednorazowy wydatek inwestycyjny

lub

$$\sum_{i=1}^n \frac{Z_t}{(1+r_i)^t} - \sum_{i=1}^n \frac{N_t}{(1+r_i)^t} = 0 \quad (4.14)$$

gdzie:  $N_t$  – nakłady w roku  $t$ .

Przy obliczaniu wewnętrznej stopy procentowej wykorzystuje się skomplikowane techniki obliczeniowe. Praktycznie bez komputera dokładne obliczenie takiej stopy jest niemożliwe.

Szczególnym przypadkiem jest sytuacja, kiedy profil strumienia nadwyżek generowany przez projekt jest prosty. Wówczas warunkiem wewnętrznej stopy procentowej jest:

$$Z \cdot \frac{1}{u_n^r} - N = Z \cdot \frac{(1+r_i)^n - 1}{r_i \cdot (1+r_i)^n} - N = 0 \quad (4.15)$$

stąd otrzymuje się:

$$\frac{N}{Z} = \frac{(1+r_i)^n - 1}{r_i \cdot (1+r_i)^n} \quad (4.16)$$

Relacja  $\frac{N}{Z}$  wyznacza więc wartość współczynnika dyskontującego jednakowe efekty w czasie. Dla określonego czasu eksploatacji można znaleźć najbardziej zbliżoną wartość w Tabelcy 3 (Aneks) i odczytać wysokość stopy procentowej.

Można też odnaleźć relację odwrotną  $\frac{Z}{N}$  i najbardziej zbliżoną wartość odczytać z Tabelcy 4 (Aneks).

Warunkiem koniecznym efektywności inwestycji jest, aby wewnętrzna stopa procentowa była wyższa od stopy kalkulacyjnej używanej do rachunku efektywności. Kiedy metoda ta jest narzędziem rachunku porównawczego, poszukuje się wariantu, dla którego  $r_i \rightarrow \max$ .

#### Przykład 4.5.

Czy następujące przedsięwzięcie okaże się efektywne, jeśli przeciętna stopa zwrotu w gospodarce wynosi 10%? Cykl inwestycyjny trwa 3 lata, a nakłady są wydatkowane nierównomiernie i ponoszone na koniec roku. Nakłady w poszczególnych latach wynoszą: 100, 200, 200. Strumień efektów zdyskontowanych na moment rozpoczęcia eksploatacji wynosi: 520. Zastosować metodę wewnętrznej stopy procentowej.

Na początku zbadać należy warunek wewnętrznej stopy procentowej. W tym celu sprowadza się nakłady i efekty na ten sam moment. Ponieważ w zadaniu występuje strumień efektów sprowadzony na moment rozpoczęcia eksploatacji obiektu, na ten sam sprowadzić należy też nakłady.

$$N_0 = 100 \cdot (1+r_i)^2 + 200 \cdot (1+r_i) + 200$$

Metoda wewnętrznej stopy procentowej zakłada  $N_0 = Z_0$ , czyli

$$100 \cdot (1+r_i)^2 + 200 \cdot (1+r_i) + 200 = 520$$

Aby znaleźć  $r_i$  należy rozwiązać powyższe równanie kwadratowe.

$$100 + 200r_i + 100r_i^2 + 200 + 200r_i + 200 - 520 = 0$$

$$100r_i^2 + 400r_i - 20 = 0$$

$$5r_i^2 + 20r_i - 1 = 0$$

$$\text{stad } \Delta = 400 + 20 = 420$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{420} = 20,4939$$

Pierwszy pierwiastek tego równania odrzuca się ze względu na wartość ujemną.

Drugi pierwiastek:

$$r_i = \frac{-20 + 20,4939}{10} = 0,04939$$

Szukana stopa procentowa kształtuje się na wysokości około 4,9%. Z zadania wiadomo, że stopa procentowa rynkowa jest wyższa, a więc przedstawiana inwestycja nie jest efektywna. Można to sprawdzić. W tym celu obliczyć należy wartość nakładów przy stopie rynkowej.

$$N_0 = 100 \cdot (1 + 0,1)^2 + 200 \cdot (1 + 0,1) + 200 = 100 \cdot 1,21 + 200 \cdot 1,1 + 200 = 541$$

Zdyskontowane nakłady mają zatem wartość większą niż nadwyżka, co jeszcze raz potwierdza fakt nieefektywności przedsięwzięcia.

#### Przykład 4.6.

Porównać trzy przedsięwzięcia inwestycyjne metodą wewnętrznej stopy procentowej.

**Przedsięwzięcie I:** Strumień efektów produkcyjnych jest prosty. Element strumienia 180 jp, pojawia się przez 10 lat (na koniec roku), nakłady wydatkowane jednorazowo w momencie podjęcia eksploatacji wyniosły 1200 jp.

**Przedsięwzięcie II:** Efekty produkcyjne w wysokości 100 jp pojawiały się przez 17 lat (na koniec roku), zaś nakłady w momencie rozpoczęcia eksploatacji wyniosły 500 jp.

**Przedsięwzięcie III:** Zdyskontowany na początek okresu eksploatacji efekt wyniósł 800 jp. Nakłady wydatkowano równomiernie przez 4 lata w równych wysokościach po 300 na koniec każdego roku.

#### Przedsięwzięcie I.

Poszukuje się takiej stopy procentowej, dla której:

$$180 \cdot \frac{(1 + r_i)^{10} - 1}{r_i(1 + r_i)^{10}} = 1200$$

stad wartość współczynnika dyskontującego jednakowe efekty w czasie ma

$$\text{wartość: } \frac{(1 + r_i)^{10} - 1}{r_i(1 + r_i)^{10}} = \frac{1200}{180} = 6,666667$$

Należy więc odnaleźć w Tablicy 3 taką

wysokości stopy procentowej, dla której przy 10 latach współczynnik ma naj-

wysokości stopy procentowej, dla której przy 10 latach współczynnik ma najbardziej zbliżoną wartość. Dla przedsięwzięcia I najbliższa jest wartość 8% – jest to szukana wewnętrzna stopa.

### **Przedsięwzięcie II.**

Poszukuje się stopy procentowej, dla której:

$$100 = 500 \cdot \frac{r_i(1+r_i)^7}{(1+r_i)^7 - 1}$$

Tym razem wszystkie wielkości sprowadzono do postaci elementu strumienia o profilu prostym.

Współczynnik umorzeniowy:

$$\frac{r_i(1+r_i)^7}{(1+r_i)^7 - 1} = \frac{100}{500} = 0,2$$

Sprawdzić należy w Tabelcy 4 taką wartość dla 17 lat, najbliższa stopa to 15%. Jest to szukana wewnętrzna stopa procentowa. Jak widać przedsięwzięcie II cechuje się wyższą niż I indywidualną stopą zwrotu. Jest więc bardziej efektywne.

### **Przedsięwzięcie III.**

W tym przypadku przedstawione nakłady mają postać strumienia prostego, a efekty są zdyskontowane. Zastosować więc należy znany wzór (3.11) na określenie wartości końcowej strumienia o profilu prostym, którego element pojawia się na koniec roku.

$$300 \cdot \frac{(1+r_i)^4 - 1}{r_i} = 1300$$

Stąd współczynnik wzrostu wykładniczego jednakowych efektów w czasie dla 4 lat ma wartość:

$$\frac{(1+r_i)^4 - 1}{r_i} = \frac{1300}{300} = 4,3333333$$

Odczytując najbliższą wartość z Tabelcy 5 otrzymuje się wewnętrzną stopę procentową dla przedsięwzięcia III. Wynosi ona 5% i jest niższa niż dla przedsięwzięcia I i II.

**Najbardziej efektywne jest przedsięwzięcie II.**

## Zadania

**4.1.** Obliczyć wartość nakładu kapitałowego z uwzględnieniem zamrożenia. Nakłady inwestycyjne wydatkowane były nierównomiernie i w kolejnych latach wynosiły (na początek roku): 50 000, 70 000, 80 000, 100 000. Z początkiem okresu eksploatacji stworzono również zasób środków obrotowych o wartości 40 000. Jaka była wartość zamrożenia w momencie uruchomienia produkcji, jeżeli stopa procentowa wynosiła 10%? Czy wartość 20 000 w momencie rozpoczęcia wydatkowania nakładów wystarczy na pokrycie kosztów związanych z zamrożeniem nakładów?

**4.2.** Podać wartość ilorazowego i różnicowego wskaźnika efektywności dla poniższej inwestycji, skonstruowanego na podstawie wielkości średnich. Nakłady wydatkowane były nierównomiernie i ponoszone na początek każdego roku: 30 000, 40 000, 50 000, 60 000. Z początkiem okresu eksploatacyjnego stworzono zasób środków obrotowych o wartości 50 000. Efekty produkcyjne netto pojawiają się przez 15 lat w równych wysokościach po 80 000 rocznie (z końcem każdego roku). Stopa procentowa w okresie przygotowawczo-realizacyjnym wynosiła 12%, zaś w okresie eksploatacji 18%. Ile wynosi roczna rata kapitałowa?

**4.3.** Inwestycja ma być finansowana z kredytu bankowego. Wartość kredytu w momencie 0 wynosi 250 000 zł. Ma być on spłacony przez następnych 6 lat, w równych nominalnie ratach „z dołu”. Jaką kwotę inwestor będzie spłacać w każdym roku, jeżeli roczna stopa oprocentowania kredytu wynosi 18%, a odsetki są naliczane i kapitalizowane co roku? Przedstawić plan spłaty kredytu. Obliczyć całkowity koszt obciążenia dłużnika spłatą kredytu (w momencie 0). Rynkowa stopa procentowa wynosiła 15%. Jeżeli założy się, że powyższy kredyt był jedynym źródłem finansowania inwestycji, określić jej efektywność.

Wielkość przychodów w kolejnych latach (na koniec roku) wynosić będzie: 180 000, 220 000, 250 000, 260 000, 280 000, 300 000, 250 000, zaś koszty po 30 000 rocznie (na początek każdego roku).

**4.4.** Które z przedsięwzięć inwestycyjnych zostanie wybrane spośród dwóch, charakteryzujących się wielkościami przedstawionymi poniżej? Stopa procentowa wynosi 10%. Oblicz wartość wskaźnika różnicowego w momencie 0.

| Przedsięwzięcie I  | Przedsięwzięcie II   |
|--|--|
| (Produkcja i koszty – na początek roku)<br>Produkcja: 1300, 1400, 1500, 1900<br>Koszty: 380, 450, 590, 700<br>$I_0 = 2400$ | (Produkcja i koszty – na koniec roku)<br>Produkcja: 2000, 2300, 2600<br>Koszty: 1000, 1200, 1400<br>$I_0 = 2000$ |

**4.5.** W okresie eksploatacji inwestycja charakteryzowała się następującymi wielkościami (wielkości podane na koniec roku):

- produkcja:  $p_1$  100,  $p_2$  120,  $p_3$  140,  $p_4$  160,  $p_5$  150,  $p_6$  150;
- koszty:  $k_0$  200,  $k_1$  50,  $k_2$  40,  $k_3$  35,  $k_4$  40,  $k_5$  40,  $k_6$  50

Obliczyć średnie roczne efekty i średnie roczne koszty, jeśli stopa procentowa wynosi 12%. Czy przedsięwzięcie było efektywne?

**4.6.** Porównaj efektywność poniższych zamierzeń inwestycyjnych metodą wewnętrznej stopy procentowej. Które z nich spełnia minimalny wymóg efektywności, jeżeli rynkowa stopa procentowa wynosi 7%?

#### Zamierzenie I.

Strumień efektów produkcyjnych jest prosty. Element strumienia 225 – pojawia się przez 5 lat. Nakłady wydatkowano jednorazowo w momencie podjęcia eksploatacji, wyniosły one 900 jp.

#### Zamierzenie II.

Strumień efektów produkcyjnych jest prosty. Element strumienia 504 – pojawia się przez 4 lat. Wartość nakładów w momencie podjęcia eksploatacji wynosiła 1800 jp.

#### Zamierzenie III.

Nakłady wydatkowano równomiernie przez 2 lata w równych wysokościach po 100. Zdyskontowany skumulowany efekt produkcyjny wyniósł 220 na początek okresu eksploatacji.

**4.7.** Obliczyć wartość różnych wskaźników efektywności w momencie podjęcia decyzji o realizacji przedsięwzięcia. Nakłady wydatkowano nierównomiernie w ciągu 5 lat okresu przygotowawczo-realizacyjnego, wynosiły one na początek każdego roku: 500, 600, 650, 800, 1200. Z początkiem okresu eksploatacyjnego stworzono zapas środków obrotowych o wartości 400. Zapas środków obrotowych był finansowany kredytem spłacanym w ciągu 2 pierwszych lat eksploatacji obiektu w równych ratach według bankowej stopy procentowej 18%. Wielkości produkcji oraz kosztów kształtowały się następująco (wszystkie na koniec roku):

| Rok eksploatacji | 1   | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    |
|------------------|-----|------|------|------|------|------|------|------|
| Produkcja        | 800 | 1000 | 1200 | 1200 | 1250 | 1300 | 1250 | 1200 |
| Koszty           | 400 | 350  | 350  | 300  | 320  | 320  | 310  | 300  |

Stopa procentowa w okresie przygotowawczym wynosiła 14%, zaś w eksploatacyjnym 16%.

**4.8.** Określić efektywność poniższego przedsięwzięcia. Wszystkie wielkości ekonomiczne porównać w momencie zakończenia eksploatacji obiektu.

Nakłady inwestycyjne ponoszone były nierównomiernie na koniec każdego roku i wynosiły:  $N-5 = 15\ 000$ ,  $N-4 = 25\ 000$ ,  $N-3 = 30\ 000$ ,  $N-2 = 35\ 000$ ,  $N-1 = 50\ 000$ . Nakład na stworzenie zapasu środków obrotowych w momencie 0 miał wartość 20 000. Efekty produkcyjne (przychody ze sprzedaży) przez 10 lat miały postać strumienia o profilu prostym o elemencie 70 000, a następnie



w kolejnych latach na koniec roku wynosiły: 60 000, 55 000, 50 000, 45 000. Koszty bieżące przez cały okres eksploatacji miały postać strumienia o profilu prostym o elemencie 30 000 rocznie.

Stopa procentowa okresu realizacyjnego wynosiła 10%, zaś w okresie eksploatacyjnym 15% rocznie.

**4.9.** Obliczyć wartość wydatków (inwestycyjnych i eksploatacyjnych), jakie średnio w każdym roku ponosi przedsiębiorca w związku z następującym przedsięwzięciem. Nakłady inwestycyjne wydatkowane były nierównomiernie i wynosiły na koniec każdego roku realizacji obiektu: 100, 200, 300, 400. Obliczyć ich wartość z uwzględnieniem zamrożenia. Zbadaj, ile wynosi zamrożenie przy wykorzystaniu metody uproszczonej. Z początkiem okresu eksploatacji stworzono zapas środków obrotowych o wartości 100. Koszty eksploatacyjne przez pierwszych 10 lat były równe i wynosiły po 15 rocznie, zaś przez następnych 5 lat po 30 rocznie. Stopa procentowa w okresie realizacji wynosiła 5%, zaś w eksploatacyjnym 8%. Jeżeli strumień produkcji jest prosty o elemencie 150 „z dołu”, to czy taka inwestycja jest efektywna?

**4.10.** Porównać następujące zamierzenia inwestycyjne. Które z tych zamierzeń zostanie zrealizowane, jeśli bankowa stopa procentowa wynosi 10%? Dokonać analizy wewnętrznych stóp procentowych.

| Wariant inwestycyjny | Nakład inwestycyjny na początek eksploatacji | Nadwyżka finansowa roczna „z dołu” | Liczba lat eksploatacji |
|----------------------|--|------------------------------------|-------------------------|
| 1                    | 500  | 67                                 | 5                       |
| 2                    | 2200   | 990                                | 3                       |
| 3                    | 750  | 240                                | 4                       |
| 4                    | 1200   | 400                                | 6                       |
| 5                    | 1900   | 500                                | 7                       |
| 6                    | 1500   | 380                                | 10                      |

## 5. Koszt kapitału

Przedsiębiorstwa posiadają szereg aktywów potrzebnych do realizowania działalności operacyjnej. W celu ich finansowania, niezbędne jest pozyskanie określonego kapitału. Przez kapitał rozumie się fundusze (zasoby finansowe) powierzone przedsiębiorstwu przez jego właścicieli i wierzycieli.

Wyróżniamy dwa podstawowe rodzaje kapitału w przedsiębiorstwie:

- kapitał własny (fundusze własne);
- kapitał obcy, czyli dług przedsiębiorstwa.

W przedsiębiorstwach o charakterze spółki kapitałowej, kapitał własny dzieli się na kapitał podstawowy (wpłaty akcjonariuszy, udziałowców) i zyski zatrzymane. Z kolei w spółkach akcyjnych kapitał własny może być kapitałem zwykłym lub uprzywilejowanym.

W przypadku kapitału obcego możemy wyróżnić: kapitał krótkoterminowy i długoterminowy, oprocentowany i nieoprocentowany.

Ocena przedsięwzięć inwestycyjnych wymaga określenia struktury finansowania i jej wpływu na efektywność projektu. Poszczególne źródła finansowania są zawsze związane z pewnym kosztem, który nazywamy kosztem kapitału.

**Koszt kapitału jest to minimalna, wymagana stopa zwrotu, pozwalająca na uregulowanie zobowiązań wobec dostarczcycieli kapitału, a także nie wpływająca negatywnie na rozwój firmy.** Innymi słowy, aby warto było realizować inwestycję, musi ona przynosić zwrot co najmniej na poziomie umożliwiającym pokrycie kosztu kapitału.

Poprawne obliczenie kosztu kapitału ma podstawowe znaczenie dla podjęcia właściwej decyzji inwestycyjnej. W obliczeniach stosowanych w ocenie efektywności koszt kapitału przyjmuje postać stopy procentowej.

Kapitał wykorzystywany do finansowania projektu inwestycyjnego może pochodzić z różnorodnych źródeł, co powoduje, że ustalenie jego kosztu wymaga określenia:

- a) kosztu charakterystycznego dla poszczególnych rodzajów źródeł pozyskania kapitału;
- b) struktury kosztu kapitału;
- c) średniej ważonej kosztu kapitału.

Obliczanie kosztu kapitału w praktyce może nastęrczać wiele trudności. Dotyczy to zwłaszcza kapitału własnego. Istnieją jednak pewne metody, umożliwiające przynajmniej przybliżone oszacowanie oczekiwań właścicieli i obliczenie kosztu kapitału własnego.

## 5.1. Koszt kapitału własnego

Dla oszacowania kosztu kapitału własnego stosuje się modele, które w uproszczeniu przedstawiają przesłanki, jakimi kierują się inwestorzy przy podejmowaniu decyzji inwestycyjnych. Do najbardziej popularnych sposobów szacowania kosztu kapitału własnego zaliczamy **model Gordona** i **model CAPM**.

**MODEL GORDONA** służy do ustalania wartości akcji w sytuacji, gdy inwestor oczekuje przyrostu wartości akcji oraz pewnej kwoty dywidendy od ulokowanego w przedsiębiorstwie kapitału. Można wyróżnić kilka przypadków modelu:

- a) jeżeli przychodem z akcji jest okresowo wypłacana dywidenda, a cena rynkowa akcji się nie zmienia, to dzisiejsza wartość akcji wyniesie:

$$C_0 = \frac{D_1}{(1+k_1)} + \frac{D_2}{(1+k_1) \cdot (1+k_2)} + \dots \quad (5.1)$$

gdzie:  $D_t$  – dywidenda na akcję w okresie  $t$ ,  $k_t$  – koszt kapitału wyrażony stopą procentową,  $C_0$  – dzisiejsza wartość akcji.

- b) jeżeli dywidenda i stopa dyskontowa są stałe oraz dywidenda jest wypłacana w nieskończoność, to cena rynkowa akcji:

$$C_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D}{(1+k)^t} = \frac{D}{k} \quad (5.2)$$

- c) jeżeli dywidenda rośnie według stopy  $m$ , to rynkowa cena akcji:

$$C_0 = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{D \cdot (1+m)^t}{(1+k)^{t+1}} = \frac{D}{k-m} \quad (5.3)$$

Należy przyjąć, że we wszystkich przypadkach stopa dyskontowa ( $k$ ) pokazuje oczekiwaną stopę zwrotu dla inwestora. Dla przedsiębiorstwa będzie więc stanowiła koszt kapitału własnego.

Wychodząc od formuł wyznaczających cenę akcji gwarantującą utrzymanie ich przez inwestorów, można obliczyć koszt kapitału własnego:

- a) dla dywidendy stałej:

$$k = \frac{D}{C_0} \quad (5.4)$$

- b) dla dywidendy rosnącej według stałej stopy  $m$ :

$$k = \frac{D}{C_0} + m \quad (5.5)$$

Cena emisyjna jest w tej sytuacji ceną równowagi rynku kapitałowego, dlatego w przypadku nowej emisji firmy zachęcając do jej zakupu ustalają cenę na poziomie niższym niż starej ( $C_N < C_0$ ).

Powoduje to, że koszt kapitału z nowej emisji jest wyższy niż ze starej<sup>1</sup>:  $k_N > k_0$ . W zależności od przypadku otrzymamy więc:

$$k_N = \frac{D}{C_N} \text{ lub } k_N = \frac{D}{C_N} + m$$

gdzie:  $C_N$  – cena nowej emisji.

Należy pamiętać, że przy nowej emisji trzeba również uwzględnić jej koszty.

### Przykład 5.1.

Oblicz wartość akcji spółki, przy założeniu, że dywidenda wyniesie 50 zł na akcję. Ponadto wiadomo, że dywidenda będzie rosła w tempie 7% rocznie. Stopa dyskontowa wynosi 12%.

Z modelu Gordona:

$$C_0 = \frac{50}{0,12 - 0,07} = 1\ 000$$

Bieżąca cena akcji wyniesie 1000 złotych.

### Przykład 5.2.

Oblicz koszt kapitału firmy, jeżeli wypłaca ona 100 zł dywidendy, a cena akcji wynosi 800 zł. Jak zmieniłby się koszt kapitału, jeżeli dywidenda rosłaby w tempie 10% rocznie?

Z modelu Gordona:

$$k = \frac{100}{800} = 0,125 = 12,5\%$$

– koszt kapitału wyniesie 12,5%

Przy rosnącej dywidendzie:

$$k = \frac{100}{800} + 0,1 = 0,225 = 22,5\%$$

– koszt kapitału wyniesie 22,5%; jego wzrost wyniesie tyle, ile stanowi stopa wzrostu dywidendy, czyli 10%.

**MODEL CAPM** wykorzystywany jest do oszacowania stopy zwrotu z inwestycji w akcje spółki.

Model CAPM można zapisać w postaci równania:

$$r_a = r_o + \beta(r_p - r_o) \quad (5.6)$$

<sup>1</sup> Wyższy koszt kapitału wynika również z dodatkowych kosztów samej emisji, do których wlicza się m.in. obsługę prawną, koszty folderu, prowizję biura maklerskiego.

gdzie:  $r_a$  – oczekiwana stopa zwrotu z akcji spółki ( $a$ ),  $r_o$  – stopa zwrotu z inwestycji wolnej od ryzyka,  $r_p$  – stopa zwrotu z portfela rynkowego,  $\beta$  – współczynnik pokazujący o ile procent wzrośnie stopa zwrotu z papieru wartościowego, gdy stopa zwrotu z portfela rynkowego wzrośnie o 1% i określony równaniem:

$$\beta = \frac{\text{COV}_m}{\sigma_m^2} \quad (5.7)$$

gdzie:  $\text{cov}_m$  – kowariancja stóp ( $r_a$ ) i ( $r_p$ ),  $\sigma_m^2$  – wariancja stopy zwrotu z portfela rynkowego.

Współczynnik  $\beta$  informuje, o ile procent wzrośnie stopa zwrotu z akcji, gdy stopa zwrotu portfela rynkowego wzrośnie o 1%. Pokazuje więc reakcję stopy zwrotu na zmiany na rynku kapitałowym, co pozwala wykorzystać go do oceny ryzyka rynkowego.

### Przykład 5.3.

Na podstawie danych historycznych ustalono, że przeciętna rynkowa premia za ryzyko osiąga 6% przy stopie zwrotu z portfela rynkowego wynoszącej 10%. Wiedząc, że wskaźnik  $\beta$  kształtuje się na poziomie 1,7, oblicz koszt kapitału.

Z modelu CAPM:

$$k = 0,1 + 1,7 \cdot 0,06 = 0,202 = 20,2\%$$

Koszt kapitału wyniesie 20,2%.

## 5.2. Koszt kapitału obcego

Przy ustalaniu kosztu kapitału obcego stosuje się różne formuły w zależności od źródła pochodzenia kapitału:

– koszt kapitału pochodzącego z kredytu

Kategorią ilustrującą oczekiwaną stopę zwrotu jest stopa procentowa:

$$k_k = r \cdot (1 - T) \quad (5.8)$$

gdzie:  $k_k$  – koszt kredytu,  $r$  – stopa procentowa,  $T$  – stopa podatku dochodowego.

Koszt kredytu jest niższy od stopy zwrotu wierzyciela, gdyż odsetki stanowią koszt uzyskania przychodu i zmniejszają podstawę opodatkowania.

– koszt kapitału pozyskanego z emisji obligacji

W przypadku emitowania obligacji sposób obliczania kosztu długu polega na wyznaczeniu  $C_0$  dla którego spełniona jest poniższa równość:

$$C_0 = \sum_{t=1}^n \frac{Od_t (1 - T)}{(1 + k_0)^t} + \frac{C_n}{(1 + k_0)^n} \quad (5.9)$$

gdzie:  $C_0$  – rynkowa wartość obligacji w momencie emisji,  $C_n$  – cena wykupu obligacji,  $Od$  – odsetki,  $T$  – stopa podatkowa.

Jeżeli cena emisyjna obligacji jest równa jej wartości nominalnej ( $C_0 = C_n$ ), to koszt obligacji będzie obliczany tak, jak koszt kredytu.

- koszt pozyskania kapitału w formie leasingu finansowego z opcją zakupu przedmiotu

$$k_L = (r_R + r_m) \cdot (1 - T) \quad (5.10)$$

gdzie:  $r_L$  – stopa procentowa od kapitału udostępnionego w formie leasingu finansowego,  $r_m$  – marża firmy leasingowej, wyrażona stopą procentową.

#### Przykład 5.4.

Oblicz koszt kredytu, wiedząc, że jego nominalna stopa procentowa wynosi 22%, a firma płaci 30% podatku dochodowego.

Wykorzystujemy wzór (5.8):

$$k_K = 0,22 \cdot (1 - 0,3) = 0,154 = 15,4\%$$

Koszt kapitału wyniesie 15,4%.

#### Przykład 5.5.

Wartość nominalna obligacji 10-letniej wynosi 1000 zł przy stałym oprocentowaniu rocznym 9%, płatnym raz w roku. Cena rynkowa obligacji 1125 zł. Ile wyniesie koszt kapitału? Jak zmieni się koszt kapitału, gdy cena emisyjna i cena wykupu wyniosą 1000 zł?

Wykorzystujemy wzór (5.9):

$$1125 = \sum_{t=1}^{10} \frac{90}{(1 + k_0)^t} + \frac{1000}{(1 + k_0)}$$

Stąd koszt kapitału:  $k_0 = 0,072 = 7,2\%$

Przy zrównaniu ceny emisyjnej i ceny wykupu obligacji koszt kapitału będzie taki sam, jak stopa procentowa wypłacanych odsetek, czyli 9%.

#### Przykład 5.6.

Firma zakupiła maszynę o wartości 100 000 zł. Transakcja została zawarta w formie leasingu. Marża firmy leasingowej wyniosła 10 000 zł przy oprocentowaniu zakupu w wysokości 22%. Ponadto firma płaci 30% podatku dochodowego. Oblicz koszt kapitału.

Marża leasingowa wyniesie:  $r_m = 10000/100000$ , czyli 10%.

Następnie z formuły (5.10):

$$k_L = (0,22 + 0,1) \cdot (1 - 0,3) = 0,224 = 22,4\%$$

Koszt kapitału wyniesie 22,4%.

### 5.3. Średni ważony koszt kapitału

W praktyce przedsiębiorstwa finansują inwestycje ze źródeł mieszanych. Istnieje więc konieczność obliczenia kosztu wynikającego ze wszystkich źródeł finansowania za pomocą średniego ważonego kosztu kapitału (WACC, *weighted average cost of capital*). Wagami są wskaźniki udziału poszczególnych rodzajów kapitału w łącznej jego wielkości.

$$WACC = \sum_{i=1}^n w_i k_i, w_i \geq 0, \sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (5.11)$$

gdzie:  $w_i$  – udział  $i$ -tego składnika kapitału,  $k_i$  – koszt  $i$ -tego składnika kapitału.

Według powyższej formuły łączny koszt kapitału zależy od kosztu poszczególnych źródeł finansowania i ich udziału w strukturze finansowania.

#### Przykład 5.7.

Przedsiębiorstwo realizuje inwestycję, której przewidywana wartość wyniesie 4 mln zł. Zamierza pozyskać kapitał o następującej strukturze:

- 2 200 tysięcy w formie kredytu bankowego oprocentowanego 20% rocznie;
- 10 000 obligacji po 100 zł, oprocentowanych 22% rocznie, których okres wykupu wyniesie 5 lat;
- pozostała część pochodzi z emisji akcji zwykłych; cena rynkowa 1 akcji 80 zł; dywidenda z 1 akcji 8 zł, a jej wzrost kształtuje się na poziomie 5% rocznie.

Firma płaci 30% podatek dochodowy.

Koszt poszczególnych rodzajów kapitału:

a) koszt kredytu z formuły (5.8):  $k_k = 0,2 \cdot (1 - 0,3) = 0,14 = 14\%$

b) koszt obligacji z formuły (5.9):

$$100 = \frac{22 \cdot (1 - 0,3)}{(1 + k_o)} + \dots + \frac{22 \cdot (1 - 0,3)}{(1 + k_o)^5} + \frac{100}{(1 + k_o)^5} \quad \} k_o = 0,154 = 15,4\%$$

c) koszt akcji zwykłych z modelu Gordona:  $k_a = \frac{8}{80} + 0,05 = 0,15 = 15\%$

– udział poszczególnych rodzajów kapitału wyniesie:

a) udział kredytu: 55%;

b) udział obligacji: 25%;

c) udział akcji zwykłych: 20%.

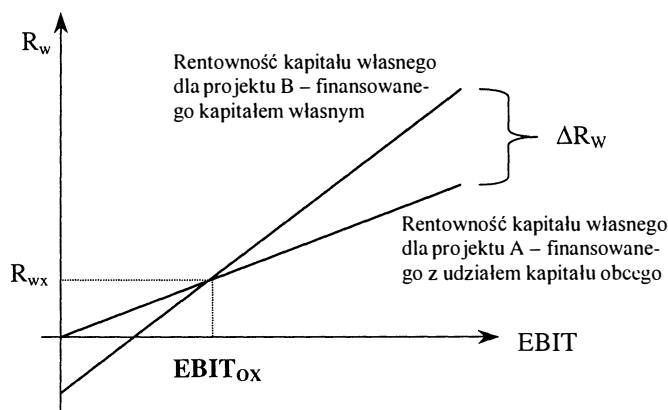
– średni ważony koszt kapitału wyniesie:

$$WACC = 0,14 \cdot 0,55 + 0,154 \cdot 0,25 + 0,15 \cdot 0,2 = 0,1455 = 14,55\%$$

Kalkulacja kosztu kapitału jest niezbędna do określenia planu wydatków inwestycyjnych firmy, czyli sposobu wykorzystania kapitału.

## 5.4. Dźwignia finansowa

Dźwignia finansowa jest następstwem mieszanej struktury finansowania projektów inwestycyjnych. Efekt dźwigni mierzony jest zmianami wskaźnika rentowności kapitału własnego.



$R_w$  – rentowność kapitału własnego, EBIT – zysk operacyjny,  $EBIT_{ox}$  – punkt graniczny dźwigni finansowej (punkt równowagi),  $R_{wx}$  – rentowność kapitału własnego w punkcie równowagi.

**Rys. 5.1.** Efekt dźwigni finansowej

Źródło: opracowanie własne.

$R_w$  – rentowność kapitału własnego  $\left( R_w = \frac{Z_{netto}}{K_w} \right)$ , gdzie:  $K_w$  – kapitał własny,  $Z_{netto}$  – zysk netto przedsiębiorstwa;  $EBIT_{ox}$  – punkt graniczny dźwigni, czyli taki poziom zysku przed spłatą odsetek i opodatkowaniem, który gwarantuje osiągnięcie takiej samej rentowności kapitału własnego:

$$EBIT = \frac{K \cdot r}{100} \quad (5.12)$$

gdzie:  $K$  – kapitał ogółem,  $r$  – stopa procentowa kapitału obcego.

$$Z_{ox} = \frac{(EBIT - Od) \cdot (1 - T)}{K_w} \cdot 100 \quad (5.13)$$

Efekt dźwigni finansowej jest dodatni (rentowność kapitału własnego rośnie), gdy zysk operacyjny (EBIT) jest większy od punktu granicznego ( $EBIT_{ox}$ ).

Efekt dźwigni jest ujemny, gdy zysk operacyjny jest mniejszy od punktu granicznego.

Jeżeli  $EBIT = EBIT_{ox}$ , to efekt dźwigni jest neutralny.



Rentowność kapitału własnego w odniesieniu do projektu finansowanego w drodze emisji akcji zwykłych wyraża relacja wielkości zysku netto do liczby akcji:

$$EPS = \frac{Z_{\text{netto}}}{n} \quad (5.14)$$

Wartością graniczną poziomu zysku operacyjnego będzie relacja rentowności kapitału własnego i zysku operacyjnego różnych sposobów finansowania projektu inwestycyjnego:

$$EPS_A = \frac{EBIT_{OX}(1-T)}{n_1} = \frac{(EBIT_{OX} - Od)(1-T)}{n_2} = EPS_B \quad (5.15)$$

skąd:

$$EBIT_{OX} = Od \left( \frac{n_1}{n_1 - n_2} \right) \quad (5.16)$$

gdzie:  $EPS_{A,B}$  – rentowność kapitału akcyjnego wariantu A i B;  $Od$  – odsetki od kapitału obligacyjnego;  $n_1, n_2$  – liczba akcji dla wariantów A i B.

Do obliczenia progu rentowności kapitału własnego wykorzystujemy formułę:

$$EPS_x = \frac{(Z_{OX} - Od) \cdot (1-T)}{n_2} \quad (5.17)$$

### Przykład 5.8.

Firma rozpatruje dwa projekty inwestycyjne (dane w tabeli). Projekt A finansowany jest tylko kapitałem własnym, a projekt B w 50% kapitałem własnym i w 50% kapitałem obcym. Firma płaci 30% podatku dochodowego.

|                 | Projekt A | Projekt B |
|-----------------|-----------|-----------|
| Zysk operacyjny | 12 000    | 12 000    |
| Zysk netto      | 7600      | 7000      |
| Odsetki         | –         | 600       |
| Liczba akcji    | 10 000    | 6000      |

a) obliczmy rentowność kapitału własnego dla każdego projektu (ze wzoru 5.15):

$$EPS_A = \frac{12\,000 \cdot (1 - 0,3)}{10\,000} = 0,84$$

$$EPS_B = \frac{(12\,000 - 600) \cdot (1 - 0,3)}{6\,000} = 1,93$$

b) określamy relację między rentownością kapitału własnego i zyskiem operacyjnym obu rozpatrywanych projektów i ustalamy poziom graniczny zysku operacyjnego (ze wzoru 5.16):

$$Z_{\text{ox}} = 600 \cdot \left( \frac{10\,000}{10\,000 - 6\,000} \right) = 1\,500$$

c) obliczamy próg rentowności kapitału własnego dla granicznego zysku operacyjnego (z formuły 5.17):

$$\text{EPS}_x = \frac{1500 - 600 \cdot (1 - 0,3)}{600} = 1,8$$

Wynik ten oznacza dodatni efekt dźwigni powyżej punktu 1,8, gdy rentowność będzie rosła. Dzieje się tak dla projektu B, finansowanego kapitałem własnym i obcym.

## Zadania

**5.1.** Oblicz koszt kapitału firmy, wiedząc, że wypłaca ono dywidendę w wysokości 20 zł rocznie na 1 akcję, a cena akcji wynosi 120 zł.

**5.2.** Oblicz koszt kapitału spółki giełdowej, której współczynnik  $\beta$  wynosi 1,7. Ponadto stopa zwrotu z portfela rynkowego 16%, a stopa zwrotu z obligacji skarbowych 11%.

**5.3.** Porównaj koszt kapitału trzech przedsiębiorstw, których stopa zwrotu z inwestycji wolnej od ryzyka wynosi 10%, a stopa zwrotu z portfela 14%. Współczynniki  $\beta$  przedstawia tabela:

| Firma | $\beta$ |
|-------|---------|
| X     | 1,5     |
| Y     | 1,7     |
| Z     | 1,9     |

**5.4.** W celu realizacji inwestycji przedsiębiorstwo korzysta z kredytu bankowego oprocentowanego 26% rocznie. Oblicz koszt kapitału wiedząc, że firma osiąga zyski, a stopa podatku dochodowego wynosi 30%.

**5.5.** Projekt inwestycyjny przewidujący budowę nowego zakładu wymaga pozyskania środków finansowych w drodze emisji 2000 obligacji o wartości nominalnej po 100 zł. Odsetki stanowią 20% wartości nominalnej, a okres wykupu wynosi 10 lat. Ostatnia wypłata odsetek nastąpiła przed 3 miesiącami, a aktualna wartość rynkowa obligacji wynosi 210 tys. zł.

**5.6.** W celu sfinansowania inwestycji firma zaciągnęła długoterminowy kredyt bankowy w kwocie 90 tys. zł, oprocentowany w wysokości 15% w skali roku. Ponadto pozyskała część środków trwałych o wartości 200 tys. zł z leasingu, któ-

rego oprocentowanie rat wynosi 20%, a marża firmy leasingowej 4%. Firma płaci 30% podatku dochodowego. Porównaj koszt kredytu i koszt leasingu.

**5.7.** Oblicz średni ważony koszt kapitału przy następujących założeniach:

- koszt uruchomienia nowego przedsięwzięcia wynosi 50 000 tys. zł;
- struktura kapitału wymaga 30% udziału zadłużenia i 70% udziału środków własnych (40% zysków zatrzymanych i 30% emisji akcji);
- koszt kapitału z obligacji wynosi 9%;
- koszt kapitału uzyskanego z emisji akcji 18%;
- koszt wykorzystania funduszy własnych 16%.

**5.8.** Inwestycja wymaga pozyskania środków finansowych w drodze emisji:

- 4000 akcji zwykłych w wartości nominalnej 50 zł, których aktualna cena rynkowa wynosi 185 zł na akcję; dywidenda w ostatnim roku wyniosła 20 zł na akcję, a jej wzrost w ubiegłych latach kształtował się na poziomie 3%;
- 200 akcji uprzywilejowanych o wartości nominalnej po 100 zł; dywidenda wynosi 15% wartości nominalnej rocznie;
- 1000 obligacji o wartości nominalnej po 80 zł; odsetki stanowią 20% wartości nominalnej, a okres wykupu wynosi 5 lat; ostatnia wypłata odsetek nastąpiła przed 3 miesiącami; aktualna wartość rynkowa obligacji wynosi 140 tys. zł;
- kredyt bankowy w kwocie 100 tys. zł oprocentowany w wysokości 26% rocznie;
- część środków trwałych o wartości 300 tys. zł pochodzi z leasingu, oprocentowanie rat wynosi 25%, a marża firmy leasingowej 8%;
- firma płaci podatek dochodowy 30%.

Oblicz średni ważony koszt kapitału.

**5.9.** Porównaj rentowność kapitału dwóch projektów, z których jeden jest finansowany tylko kapitałem własnym (emisja akcji zwykłych), a drugi w 50% kapitałem własnym (akcje zwykłe) i w 50% kredytem bankowym.

| tys. zł      | Projekt X (100% kapitał własny) |      |      |      |      |      |      |        |
|--------------|---------------------------------|------|------|------|------|------|------|--------|
|              | 1                               | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8      |
| Zysk oper.   | 3000                            | 2500 | 2000 | 1500 | 1000 | 500  | 0    | - 1000 |
| Odsetki      | -                               | -    | -    | -    | -    | -    | -    | -      |
| Zysk brutto  | 3000                            | 2500 | 2000 | 1500 | 1000 | 500  | 0    | - 1000 |
| Pod. (40%)   | 1200                            | 1000 | 800  | 600  | 400  | 200  | -    | -      |
| Zysk netto   | 1800                            | 1500 | 1200 | 900  | 600  | 300  | 0    | - 1000 |
| Liczba akcji | 1000                            | 1000 | 1000 | 1000 | 1000 | 1000 | 1000 | 1000   |

| tys. zł      | Projekt Y (50% kapitał własny, 50% kapitał obcy) |      |      |      |      |     |       |        |
|--------------|--|------|------|------|------|-----|-------|--------|
|              | 1  | 2    | 3    | 4    | 5    | 6   | 7     | 8      |
| Zysk oper.   | 3000   | 2500 | 2000 | 1500 | 1000 | 500 | 0     | - 1000 |
| Odsetki      | 500  | 500  | 500  | 500  | 500  | 500 | 500   | 500    |
| Zysk brutto  | 2500   | 2000 | 1500 | 1000 | 500  | 0   | - 500 | - 1500 |
| Pod. (40%)   | 1000   | 800  | 600  | 400  | 200  | -   | -     | -      |
| Zysk netto   | 1500   | 1200 | 900  | 600  | 300  | 0   | - 500 | - 1500 |
| Liczba akcji | 500  | 500  | 500  | 500  | 500  | 500 | 500   | 500    |

– wartość nominalna jednej obligacji wynosi 2 tys. zł, a odsetki 5%.

**5.10.** Stopa długoterminowych obligacji skarbowych wynosi 27,4%, stopa zwrotu z akcji 29,2%, a współczynnik  $\beta = 1,2$ . Oblicz koszt kapitału oraz wskaż, czy korzystanie z kapitału własnego jest korzystniejsze niż kredyt bankowy, którego realne oprocentowanie wynosi 12,6%.

## 6. Proste metody oceny efektywności inwestycji

W teorii i praktyce rachunku ekonomicznej efektywności inwestycji wyróżniamy różne jego metody. Najczęściej dzielimy je według kryterium czynnika czasu i techniki rachunku na **metody statyczne (proste)** i **metody dynamiczne (zdyskontowane)**.

Metody statyczne wykorzystywane są w początkowych fazach realizacji zamierzenia inwestycyjnego i pozwalają na ogólną orientację w procesie inwestycyjnym. Ponadto można je wykorzystywać przy ocenie projektów o stosunkowo krótkim okresie realizacji i eksploatacji oraz niewielkich parametrach. Główną ich cechą jest nieuwzględnianie kategorii czasu.

Do podstawowych metod statycznych zaliczamy: okres zwrotu, stopę zwrotu, rachunek porównawczy kosztów i zysków.

### 6.1. Okres zwrotu

Okres zwrotu jest to czas niezbędny do odzyskania początkowych nakładów wydatkowanych na realizację zamierzenia inwestycyjnego z osiągniętych w okresie eksploatacji nadwyżek finansowych (zysk netto plus amortyzacja). W sytuacji finansowania części nakładów przez kredyt bankowy, należy uwzględnić jego koszty finansowe (odsetki).

Prosta metoda okresu zwrotu uwzględnia wielkości nominalne, których nie dyskontujemy dla kolejnych lat przedsięwzięcia.

Jest to więc liczba lat, w ciągu których nakład inwestycyjny ( $N_I$ ) zrówna się z sumą corocznie uzyskiwanych nadwyżek finansowych stanowiących różnicę przychodów ( $P$ ) i kosztów bieżących ( $K$ ), pomniejszoną o należne podatki:

$$OZ = \frac{N_I}{P - K} \quad (6.1)$$

gdzie:  $OZ$  – okres zwrotu,  $K$  – koszty bieżące pomniejszone o podatki.

Jeżeli nadwyżka powstaje w jednakowych wielkościach rocznych, a nakłady wydatkowano jednorazowo to formuła będzie mieć postać:

$$OZ = \frac{N_I}{Z_N + A_N + Od} \quad (6.2)$$

gdzie:  $Z_N$  – zysk netto,  $A_N$  – amortyzacja,  $Od$  – odsetki.

Jeżeli istnieje potrzeba obliczenia okresu zwrotu z dokładnością miesięczną, wykorzystujemy formułę:

$$OZ = O_{PZ} + \frac{R}{CF_{OZ}} \quad (6.3)$$

gdzie:  $O_{PZ}$  – numer okresu poprzedzającego zwrot, na koniec którego skumulowany przepływ jest ujemny,  $R$  – reszta nie zwróconego nakładu na początek okresu zwrotu,  $CF_{OZ}$  – przepływ pieniężny w okresie zwrotu.

Gdy w kolejnych latach funkcjonowania zamierzenia występują identyczne nadwyżki finansowe, okres zwrotu obliczamy jako iloraz początkowych nakładów i rocznych nadwyżek obejmujących zysk netto, amortyzację i odsetki. W rzeczywistości występuje to niezmiernie rzadko, dlatego okres zwrotu ustala się odejmując od początkowych nakładów roczne nominalne nadwyżki finansowe osiągnięte w kolejnych latach jego funkcjonowania. Rok, w którym nakłady zostaną zrównoważone przez te nadwyżki, będzie zamykał okres, w którym nastąpi zwrot tych nakładów.

Okres zwrotu może być wykorzystywany zarówno do oceny bezwzględnej, jak i względnej. Przy porównaniu alternatywnych wariantów, kryterium wyboru jest najkrótszy okres zwrotu:  $OZ \rightarrow \min$ . Natomiast w przypadku oceny bezwzględnej, okres zwrotu musi być krótszy od okresu granicznego założonego przez inwestora:  $OZ < OZ_G$ .

Właściwie okres zwrotu nie jest metodą oceny efektywności. Umożliwia on jedynie ocenę zdolności przedsięwzięcia (nakładów) do generowania zwrotu. Dwa projekty o identycznych okresach zwrotu nie muszą być tak samo efektywne. Co więcej projekt o krótszym okresie zwrotu może być mniej efektywny od projektu o dłuższym okresie zwrotu, co wynika z wielkości generowanych przez oba projekty przepływów pieniężnych.

Metoda okresu zwrotu może uwzględniać też zdyskontowane wielkości przepływów pieniężnych. Nazywana jest wtedy zdyskontowanym okresem zwrotu i staje się metodą dynamiczną.

### Przykład 6.1.

Przedsiębiorstwo rozpatruje projekt, który wymaga poniesienia nakładu początkowego 1 800 tys. zł. Generuje on przychody, jak w tabeli poniżej. Jaki jest okres zwrotu tej inwestycji?

| Okres | Przepływy pieniężne (tys. zł) | Skumulowane przepływy pieniężne (tys. zł) |
|-------|-------------------------------|---|
| 0     | - 1800                        | - 1800                                    |
| 1     | 300                           | - 1500                                    |
| 2     | 500                           | - 1000                                    |
| 3     | 600                           | - 400                                     |
| 4     | 850                           | 450                                       |
| 5     | 700                           | 1150                                      |
| 6     | 700                           | 1850                                      |

Przy obliczaniu okresu zwrotu należy brać pod uwagę zmiany skumulowanych przepływów pieniężnych. Jeżeli są one dodatnie, to oznacza, że początkowy nakład inwestycyjny został pokryty bieżącymi wpływami. W analizowanym przykładzie dzieje się tak w roku czwartym, a więc ostatnim okresem przed zwrotem jest rok trzeci.

Wykorzystując formułę (6.3) obliczamy okres zwrotu:

$$OZ = 3 + \frac{400}{850} = 3,47 \approx 3 \text{ lata 6 mies.}$$

- a) wykorzystując powyższe dane można obliczyć zdyskontowany okres zwrotu; w tej sytuacji wielkość przepływów dla każdego roku musi być skorygowana o odpowiedni wskaźnik dyskonta; założmy, że dla badanego przedsięwzięcia stopa dyskontowa wynosi 15%.

| Okres | Przepływy pieniężne (tys. zł) | Wskaźnik dyskonta $d_t^{0,15}$ | Zdyskontowane przepływy pieniężne (tys. zł) | Skumulowane zdyskontowane przepływy pieniężne (tys. zł) |
|-------|-------------------------------|--------------------------------|---|---|
| 0     | - 1800                        | 1,00                           | - 1800                                      | - 1800  |
| 1     | 300                           | 0,87                           | 261   | - 1539  |
| 2     | 500                           | 0,76                           | 380   | - 1159  |
| 3     | 600                           | 0,66                           | 396   | - 763   |
| 4     | 850                           | 0,57                           | 484,5                                       | - 278,5   |
| 5     | 700                           | 0,50                           | 350   | 71,5  |
| 6     | 700                           | 0,43                           | 301   | 372,5   |

Wykorzystując formułę (6.3):

$$OZ_1 = 4 + \frac{278,5}{700} = 4,4 \approx 4 \text{ lata 5 mies.}$$

Łatwo zauważyć, że według metody zdyskontowanej okres zwrotu jest zdecydowanie dłuższy. Wynika to ze spadku wartości pieniądza w czasie.

## 6.2. Stopa zwrotu

Stopa zwrotu (ARR) określa stosunek rocznego zysku, osiąganego w trakcie funkcjonowania przedsięwzięcia, do wartości kapitału służącego sfinansowaniu początkowych nakładów inwestycyjnych. Stosowana do wstępnej oceny przedsięwzięć rozwojowych.

Metoda ma kilka odmian, różniących się szczegółami definicji wskaźnika<sup>1</sup>:

- 1) stopa zwrotu kapitału całkowitego zaangażowanego w przedsięwzięcie:

<sup>1</sup> W. Behrens, P.M. Hawranek, *Poradnik przygotowania przemysłowych studiów feasibility*, UNIDO, Warszawa 1993, s. 372–373.

$$ARR_1 = \frac{Z_{\text{netto}} + Od}{N_C} \times 100\% \quad (6.4)$$

gdzie:  $Z_{\text{netto}}$  – zysk netto,  $N_C$  – całkowity nakład kapitałowy.

2) stopa zwrotu kapitału własnego:

$$ARR_2 = \frac{Z_{\text{netto}}}{K_{\text{własny}}} \times 100\% \quad (6.5)$$

3) stopa zwrotu obliczona na bazie wielkości średnich:

$$ARR_3 = \frac{\bar{Z}_{\text{netto}}}{N_C} \times 100\% \quad (6.6)$$

gdzie:  $\bar{Z}_{\text{netto}}$  – średni roczny zysk netto.

W tym wypadku zakłada się, że kapitał będzie stale uzupełniany i w całym okresie eksploatacji miał taką samą wartość.

4) stopa zwrotu oparta na zastosowaniu liniowej metody obliczania amortyzacji; przeciętna dla całego okresu wartość zaangażowanego kapitału będzie wtedy równa połowie jego wartości początkowej, a wartość likwidacyjna będzie równa zero<sup>2</sup>, dlatego stopa zwrotu wyniesie:

$$ARR_4 = \frac{\bar{Z}_{\text{netto}}}{N_C/2} \times 100\% \quad (6.7)$$

Mierniki prostej stopy zwrotu można wykorzystywać zarówno do oceny bezwzględnej (opłacalność pojedynczego projektu), jak i względnej (wybór najlepszego wariantu).

W pierwszym przypadku konieczne jest porównanie prostej stopy zwrotu do stopy granicznej, określonej na podstawie rynkowej stopy procentowej lub wyrażającej koszt kapitału firmy:  $ARR \geq ARR_{\text{min}}$ .

W drugim, najbardziej opłacalne będzie przedsięwzięcie z najwyższą stopą zwrotu:  $ARR \rightarrow \max$ .

### Przykład 6.2.

Przedsiębiorstwo rozpatruje trzy projekty inwestycyjne: A, B, C, każdy wymagający nakładów początkowych w wysokości 20 000 tys. zł. Projekty te generują przepływy netto zilustrowane w tabeli. Który z projektów należy zrealizować, jeżeli kryterium oceny będzie stopa zwrotu? Zakładamy amortyzację liniową.

<sup>2</sup> O. Bowlin, B. Martin, D. Scott, *Guide to Financial Analysis*, Mc Graw-Hill, New York 1980, s. 145.



| Projekt | A (tys. zł) | B (tys. zł) | C (tys. zł) |
|---------|-------------|-------------|-------------|
| Rok 1   | 5400        | 8000        | 14 400      |
| Rok 2   | 7000        | 8000        | 11 000      |
| Rok 3   | 8600        | 8000        | 6200        |
| Rok 4   | 10 400      | 8000        | 5000        |
| Rok 5   | 12 600      | 8000        | 1400        |

Z formuły (6.7) średnia stopa zwrotu dla każdego projektu:

$$ARR_A = \frac{8\,800}{20\,000/2} \cdot 100\% = 88\%$$

$$ARR_B = \frac{8\,000}{20\,000/2} \cdot 100\% = 80\%$$

$$ARR_C = \frac{7\,600}{20\,000/2} \cdot 100\% = 76\%$$

Najkorzystniejszy jest projekt A, którego stopa zwrotu wynosi 88%.

### 6.3. Rachunek porównawczy kosztów

Pozwala na wybór najlepszego wariantu inwestycyjnego spośród wariantów cechujących się identycznymi przychodami, lecz zróżnicowanych pod względem kosztów. Kryterium wyboru jest minimalizacja kosztów, a obliczenia dotyczą jednego roku.

W trakcie funkcjonowania przedsięwzięcia wyróżnić można dwa rodzaje kosztów: inwestycyjne i eksploatacyjne. Przy ocenie projektu inwestycyjnego należy zwrócić uwagę głównie na koszty inwestycyjne, które składają się: amortyzacja (A) i zysk kalkulacyjny (Z).

Odpisy amortyzacyjne (przy założeniu amortyzacji liniowej) wyniosą:

$$A = \frac{N_I - W_L}{n}$$

gdzie:  $N_I$  – nakłady inwestycyjne,  $W_L$  – wartość likwidacyjna obiektu.

Natomiast wielkość zysku kalkulacyjnego wyniesie:

$$Z = \frac{N_I + W_L}{2} \cdot g$$

gdzie:  $g$  – stopa wzrostu zysku kalkulacyjnego.

Roczne koszty inwestycyjne będą równe sumie odpisów amortyzacyjnych i zysku kalkulacyjnego:

$$K_I = A + Z = \frac{N_I - W_L}{n} + \frac{N_I + W_L}{2} \cdot g$$

Z kolei koszty całkowite będą sumą kosztów inwestycyjnych i operacyjnych:

$$K = \frac{N_I - W_L}{n} + \frac{N_I + W_L}{2} \cdot g + K_0 \quad (6.8)$$

Dokonując wyboru między kilkoma wariantami przedsięwzięć inwestycyjnych poszukujemy rozwiązania o najniższym poziomie kosztów całkowitych.

Gdy trudno jest ustalić dokładne rozmiary produkcji, a koszty stałe i zmienne wariantów są zróżnicowane, to niezbędne jest ustalenie krytycznego poziomu produkcji:

$$K_s^I + k_z^I \cdot x = K_s^{II} + k_z^{II} \cdot x$$

gdzie:  $K_s$  – koszty stałe ogółem,  $k_z$  – jednostkowe koszty zmienne,  $x$  – wielkość produkcji;  $K^I, K^{II}$  – poszczególne warianty.

czyli:

$$x_{kr} = \frac{K_s^{II} - K_s^I}{k_z^I - k_z^{II}} \quad (6.9)$$

Przy wielkości produkcji  $x_{kr}$  efektywność obu wariantów jest taka sama. Jeżeli realizowana produkcja będzie wyższa od krytycznej, należy wybrać wariant o niższych jednostkowych kosztach zmiennych.

### Przykład 6.3.

Przedsiębiorstwo rozpatruje dwa warianty inwestycyjne, których parametry przedstawia tabela.

|                                | Projekt A | Projekt B |
|--------------------------------|-----------|-----------|
| Koszty zakupu                  | 480       | 270       |
| Koszty operacyjne              | 780       | 820       |
| Wartość likwidacyjna           | 80        | 80        |
| Okres eksploatacji             | 5         | 5         |
| Stopa zysku kalkulacyjnego (%) | 10        | 10        |

Wskaż wariant najlepszy według kryterium kosztowego.

a) koszty całkowite dla wariantu A wyniosą:

$$K_A = \frac{480 - 80}{5} + \frac{480 + 80}{2} \cdot 0,1 + 780 = 888$$

b) koszty całkowite dla wariantu B:

$$K_B = \frac{270 - 80}{5} + \frac{270 + 80}{2} \cdot 0,1 + 820 = 875,5$$

Bardziej efektywny będzie więc wariant B.

## 6.4. Rachunek porównawczy zysku

Gdy rachunek dotyczący produkcji nie jest precyzyjny, celowe jest ustalenie krytycznego poziomu produkcji, przy którym wielkość zysku jest równa dla wszystkich wariantów.

Zysk ( $Z$ ) to różnica między przychodami ( $P$ ) a kosztami ( $K$ ):  $Z = P - K$ . Dla konkretnej pojedynczej inwestycji musi być spełniony warunek:  $Z \geq 0$ . Porównując alternatywne rozwiązania, korzystniejszy jest wariant o wyższym poziomie zysku:  $Z \rightarrow \max$ .

Wielkość zysku można więc obliczyć następująco:

$$Z = p \cdot x - k_z \cdot x - K_s \quad (6.10)$$

gdzie:  $x$  – krytyczna wielkość produkcji,  $p$  – cena jednostkowa.

Punkt krytyczny, czyli wielkość produkcji, dla której zysk obu wariantów będzie taki sam, wyniesie:

$$p_1 \cdot x - k_z^I \cdot x - K_s^I = p_2 \cdot x - k_z^{II} \cdot x - K_s^{II} \quad (6.11)$$

Skąd krytyczna wielkość produkcji wyniesie:

$$x = x_{kr} = \frac{K_s^I - K_s^{II}}{p_1 - k_z^I - p_2 - k_z^{II}} \quad (6.12)$$

Przy produkcji powyżej punktu krytycznego wybieramy projekt o wyższym poziomie zysku.

### Przykład 6.4.

Przedsiębiorstwo rozpatruje dwa projekty, których parametry przedstawia tabela. Które z rozwiązań jest lepsze z punktu widzenia osiągniętych zysków?

|                           | Wariant 1 | Wariant 2 |
|---------------------------|-----------|-----------|
| Koszty zmienne (zł/szt.)  | 3         | 5         |
| Koszty stałe (tys. zł)    | 320       | 280       |
| Cena jednostkowa (zł)     | 18        | 18        |
| Wielkość produkcji (szt.) | 40 000    | 40 000    |

Wielkość zysku dla rozwiązania 1:

$$Z_1 = 18 \cdot 40\,000 - (3 \cdot 40\,000 + 320\,000) = 720\,000 - 440\,000 = 280\,000$$

Wielkość zysku dla rozwiązania 2:

$$Z_2 = 720\,000 - (5 \cdot 40\,000 + 280\,000) = 240\,000$$

Punkt krytyczny wielkości produkcji:

$$18x - 3x - 320\,000 = 18x - 5x - 280\,000 \quad \} \quad x = 20\,000 \text{ sztuk}$$

Zakładana wielkość produkcji jest większa od krytycznej, a więc należy wybrać wariant o większej nadwyżce całkowitej.

## Zadania

**6.1.** Inwestycja charakteryzuje się następującymi parametrami:

- nakłady inwestycyjne 1 000 000 zł;
- okres eksploatacji 6 lat;
- całość inwestycji finansowana jest ze źródeł własnych;
- graniczny okres zwrotu jest równy całkowitemu okresowi eksploatacji;
- przewidywane zyski i wartość amortyzacji w przedstawia tabela;

| Rok | Zysk netto | Amortyzacja |
|-----|------------|-------------|
| 1   | 140 000    | 40 000      |
| 2   | 210 000    | 40 000      |
| 3   | 460 000    | 40 000      |
| 4   | 520 000    | 40 000      |
| 5   | 500 000    | 40 000      |
| 6   | 400 000    | 40 000      |

Czy zamierzenie należy realizować, jeżeli kryterium efektywności jest okres zwrotu?

**6.2.** Biorąc pod uwagę wielkości z zadania 6.1, sprawdź czy zamierzenie jest efektywne przy zastosowaniu metody zdyskontowanego okresu zwrotu. Koszt kapitału wynosi 12%.

**6.3.** Inwestor bierze pod uwagę trzy warianty zamierzenia inwestycyjnego, którego nakłady inwestycyjne wyniosą 25 mln zł. Przychody generowane przez każdy projekt przedstawia tabela. Które z rozwiązań będzie najlepsze według kryterium zdyskontowanego okresu zwrotu?

| Rok | Projekt X (tys. zł) | Projekt Y (tys. zł) | Projekt Z (tys. zł) |
|-----|---------------------|---------------------|---------------------|
| 1   | 8200                | 14 000              | 3600                |
| 2   | 8200                | 12 000              | 5200                |
| 3   | 8200                | 8300                | 7600                |
| 4   | 8200                | 6700                | 15 400              |
| 5   | 8200                | 2200                | 18 000              |

**6.4.** Przedsiębiorstwo rozpatruje dwa warianty zamierzenia inwestycyjnego, których parametry przedstawia tabela.

|                                | Projekt A | Projekt B |
|--------------------------------|-----------|-----------|
| Koszty zakupu                  | 600       | 300       |
| Koszty operacyjne              | 815       | 895       |
| Wartość likwidacyjna           | –         | –         |
| Okres eksploatacji             | 7         | 7         |
| Stopa zysku kalkulacyjnego (%) | 7         | 7         |

Który z wariantów należy wybrać biorąc pod uwagę kryterium kosztowe, wiedząc, że oba projekty generują takie same przychody?

6.5. Na podstawie danych z tabeli oblicz proste stopy zwrotu dla obu wariantów inwestycyjnych. Nakłady inwestycyjne dla projektu X: 24 mln zł, w tym 18 mln ze środków własnych i 6 mln z kredytu. Dla projektu Y nakłady wyniosą 28 mln, w tym 4 mln ze środków własnych i 24 mln z kredytu. Firma płaci 30% podatku dochodowego.

|                          | Projekt X (tys. zł) |        |        |        |        |        |
|--------------------------|---------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
|                          | rok 0               | rok 1  | rok 2  | rok 3  | rok 4  | rok 5  |
| Nakłady inwestycyjne     | 24 000              | –      | –      | –      | –      | –      |
| Przychody                | –                   | 15 000 | 17 000 | 17 000 | 17 000 | 17 000 |
| Koszty całkowite, w tym: | –                   | 8000   | 8600   | 8800   | 8800   | 9000   |
| – amortyzacja            |                     | 1000   | 960    | 920    | 920    | 900    |
| – odsetki                |                     | 460    | 440    | 420    | 400    | 380    |
| Zysk brutto              | –                   | 7000   | 8400   | 8200   | 8200   | 8000   |
|                          | Projekt Y (tys. zł) |        |        |        |        |        |
|                          | rok 0               | rok 1  | rok 2  | rok 3  | rok 4  | rok 5  |
| Nakłady inwestycyjne     | 28 000              | –      | –      | –      | –      | –      |
| Przychody                | –                   | 16 000 | 18 000 | 21 000 | 21 000 | 21 000 |
| Koszty całkowite, w tym: | –                   | 9200   | 9600   | 13 800 | 13 800 | 12 000 |
| – amortyzacja            |                     | 1400   | 1300   | 1200   | 1100   | 1000   |
| – odsetki                |                     | 860    | 800    | 740    | 600    | 480    |
| Zysk brutto              | –                   | 6800   | 8400   | 7200   | 7200   | 9000   |

6.6. Oblicz krytyczną wielkość produkcji wiedząc, że koszty stałe dla wariantu A wynoszą 1 mln zł, dla wariantu B: 760 tys. zł. Natomiast jednostkowe koszty zmienne wariantu A: 34 zł, wariantu B: 40 zł. Który z wariantów jest efektywniejszy, jeżeli rynkowy popyt wyniesie 80 tys. sztuk?

6.7. Wykorzystując rachunek porównawczy zysków wskaż na wariant bardziej efektywny. Dane wyjściowe przedstawia tabela.

|                                | Wariant X   | Wariant Y   |
|--------------------------------|-------------|-------------|
| Nakłady inwestycyjne           | 220 000     | 200 000     |
| Okres eksploatacji             | 8           | 8           |
| Zdolność produkcyjna           | 40 000 szt. | 40 000 szt. |
| Stopa zysku kalkulacyjnego (%) | 15          | 15          |
| Przychody                      | 800 000     | 800 000     |
| Koszty stałe                   | 64 000      | 60 000      |
| Koszty zmienne                 | 520 000     | 540 000     |

**6.8.** Oblicz krytyczną wielkość produkcji dla dwóch wariantów inwestycyjnych. Dane wyjściowe przedstawia tabela.

|                      | Wariant A   | Wariant B   |
|----------------------|-------------|-------------|
| Zdolność produkcyjna | 80 000 szt. | 80 000 szt. |
| Cena                 | 80 zł/szt.  | 80 zł/szt.  |
| Koszty stałe         | 128 000     | 120 000     |
| Koszty zmienne       | 52 000      | 54 000      |

**6.9.** Oceń efektywność zamierzenia inwestycyjnego wykorzystując kryterium okresu zwrotu. Dane dotyczące projektu pokazuje tabela.

| Okres | Przepływy pieniężne (tys. zł) |
|-------|-------------------------------|
| 0     | - 1200                        |
| 1     | 100                           |
| 2     | 300                           |
| 3     | - 250                         |
| 4     | 600                           |
| 5     | 800                           |
| 6     | 800                           |

**6.10.** Wykorzystując dane z zadania 6.9 oblicz zdyskontowany okres zwrotu. Koszt kapitału własnego wynosi 15%, a koszt kredytu 12%. Wszystkie nakłady okresu 0 pochodzą z kredytu, a wydatki okresu 3 (300 tys. złotych) ze środków własnych.

## 7. Dynamiczne metody oceny efektywności inwestycji

Metody dynamiczne rachunku (zdyskontowane, wieloletnie) ujmują czynnik czasu oraz pozwalają na kompleksową analizę rozkładu wpływów i wydatków związanych z realizacją i eksploatacją zamierzenia inwestycyjnego.

Do najczęściej stosowanych metod dynamicznych zalicza się: zaktualizowaną wartość netto (NPV), wewnętrzną stopę procentową (IRR), zmodyfikowaną wewnętrzną stopę procentową (MIRR) oraz końcową wartość netto (NTV).

### 7.1. Zaktualizowana wartość netto

Zaktualizowaną wartość netto (NPV – *net present value*) określa się jako sumę zdyskontowanych oddzielnie dla każdego roku przepływów pieniężnych netto występujących w całym okresie objętym oceną, przy stałym poziomie stopy dyskontowej. Wyraża więc, zaktualizowaną na moment 0, wielkość korzyści, jakie rozpatrywane przedsięwzięcie inwestycyjne może przynieść przedsiębiorstwu.

Do obliczenia NPV wykorzystuje się formułę:

$$NPV = \sum_{t=1}^n CF_t \cdot d_t^r = \sum_{t=1}^n CF_t \cdot \frac{1}{(1+r)^t} = \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+r)^t} \quad (7.1)$$

gdzie:  $CF_t$  – przepływy pieniężne netto,  $d_t^r$  – wskaźnik dyskonta.

Obliczenie NPV na podstawie powyższej formuły dokonuje się w następującej kolejności<sup>1</sup>:

| Etapy | Czynności  |
|-------|--|
| 1     | Ustalenie wielkości nakładów inwestycyjnych niezbędnych do realizacji projektu |
| 2     | Ustalenie czasu użytkowania obiektu  |
| 3     | Obliczenie wielkości wpływów pieniężnych w kolejnych latach                    |
| 4     | Ustalenie stopy dyskontowej (kosztu kapitału)                                  |
| 5     | Obliczenie współczynników dyskontujących dla danej stopy dyskontowej           |
| 6     | Obliczenie wartości początkowej przyszłych wpływów pieniężnych                 |
| 7     | Obliczenie NPV   |

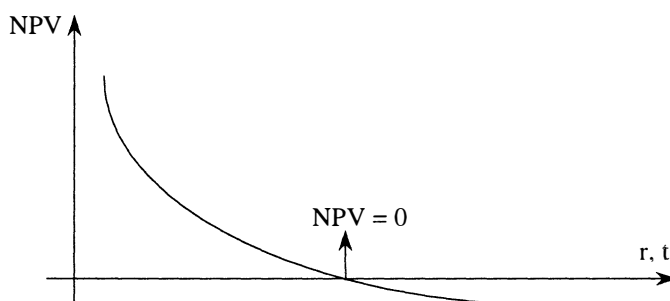
<sup>1</sup> S. Nahotko, *Efektywność i ryzyko w procesach innowacyjnych*, TNOIK, Bydgoszcz 1996, s. 172.

Metodę NPV stosuje się zarówno do oceny bezwzględnej, jak i względnej. Przyjmuje się wtedy następujące reguły decyzyjne:

- a) ocena bezwzględna:
  - jeżeli  $NPV < 0$  – projekt powinien być odrzucony;
  - jeżeli  $NPV \geq 0$  – projekt można realizować; przy czym gdy  $NPV = 0$  spełniony jest jedynie minimalny wymóg efektywności.
- b) ocena względna:
  - należy wybrać wariant spełniający warunek:  $NPV \rightarrow \max$  (przy  $NPV \geq 0$ ).

W metodzie NPV zakłada się, że wolne środki finansowe wynikające z porównania strumieni pieniężnych analizowanych przedsięwzięć mogą być w dowolnej wysokości i w każdej chwili lokowane na (r) procent w przyszłości.

Zaktualizowana wartość netto jest ściśle powiązana z wysokością stopy dyskontowej, obliczanej jako koszt kapitału oraz z długością okresu eksploatacji obiektu (rysunek 7.1).



**Rys. 7.1.** Zależność między NPV a stopą dyskontową i czasem

Źródło: opracowanie własne.

Uwagę należy zwrócić na sposób obliczania NPV w sytuacji, gdy projekt generuje jednakowe wpływy we wszystkich latach funkcjonowania inwestycji. Bieżąca wartość strumienia tych płatności wyniesie:

$$V_A = \frac{R}{(1+r)} + \frac{R}{(1+r)^2} + \frac{R}{(1+r)^3} + \dots + \frac{R}{(1+r)^n}$$

gdzie: R – coroczne wpływy (annuity).

Skąd:

$$V_A = \frac{R}{r} \cdot \left( 1 - \frac{1}{(1+r)^n} \right) = R \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r \cdot (1+r)^n} \quad (7.2)$$

Jest to znany już współczynnik dyskontujący jednakowe efekty w czasie.



Jeżeli inwestycja wymaga poniesienia jednorazowego nakładu w momencie 0 w wysokości  $N_1$ , to zaktualizowana wartość netto wyniesie:

$$NPV = \frac{R}{r} \cdot \left( 1 - \frac{1}{(1+r)^n} \right) - N_1 \quad (7.3)$$

Jeżeli projekt generuje jednakowe wpływy w nieskończoność (perpetuity), to  $n \rightarrow \infty$ , a początkowa wartość strumienia wyniesie:

$$V_p = \frac{R}{r} \quad (7.4)$$

gdzie:  $V_p$  – początkowa wartość strumienia przepływów finansowych.

Jeżeli wystąpi jednorazowy nakład poniesiony na moment 0, to NPV:

$$NPV = \frac{R}{r} - N_1 \quad (7.5)$$

Wybór najlepszego wariantu staje się trudniejszy, gdy oceniane przedsięwzięcia wymagają różnych nakładów kapitałowych. Nie można wówczas stosować tylko metody NPV, gdyż nie wyraża ona precyzyjnie różnic w poziomie rentowności alternatywnych sposobów wykorzystania kapitału. Dlatego do porównania różnych (z punktu widzenia nakładów) przedsięwzięć, należy wykorzystać wskaźnik wartości zaktualizowanej netto (NPVR – *net present value ratio*), wyrażający relację NPV i wartości początkowej nakładu inwestycyjnego ( $N_1$ ):

$$NPVR = \frac{NPV}{N_1} \geq 0 \quad (7.6)$$

Najlepsze rozwiązanie charakteryzować się powinno najwyższym NPVR.

### Przykład 7.1.

Przedsiębiorstwo rozpatruje projekt inwestycyjny. Nakłady na realizację zamierzenia wyniosły 1200 tys. zł, a przepływy w kolejnych latach wyniosą odpowiednio: 150 tys., 400 tys., 580 tys., 550 tys., 480 tys., 400 tys. Stopa dyskontowa projektu wynosi 15%. Czy projekt należy realizować?

Rozwiązanie można przedstawić w tabeli:

| Okres | Przepływy pieniężne (tys. zł) | Wskaźnik dyskonta | Przepływy zdyskontowane (tys. zł) | Skumulowane przepływy pieniężne (tys. zł) |
|-------|-------------------------------|-------------------|-----------------------------------|---|
| 0     | - 1200                        | 1,0               | - 1200                            | - 1200                                    |
| 1     | 150                           | 0,87              | 130,4                             | - 1069,6                                  |
| 2     | 400                           | 0,76              | 302,5                             | - 767,1                                   |
| 3     | 580                           | 0,66              | 381,4                             | - 385,7                                   |
| 4     | 550                           | 0,57              | 314,5                             | - 71,2                                    |
| 5     | 480                           | 0,50              | 238,6                             | 167,4                                     |
| 6     | 400                           | 0,43              | 172,9                             | 340,3                                     |

– NPV = 340,3 tys. zł; inwestycja może być realizowana, gdyż  $NPV > 0$ .

Z kolei NPVR wyniesie:

$$NPVR = \frac{340,3}{1200} \times 100 = 28,4\%$$

Na podstawie uzyskanych wartości NPV i NPVR należy stwierdzić, że projekt można realizować.

### Przykład 7.2.

Przedsiębiorstwo realizuje inwestycję, której koszt wynosi 2 mln zł. Czy zamierzenie jest efektywne według kryterium NPV, jeżeli wiadomo, że w okresie eksploatacji inwestycja będzie generować roczne przepływy netto 410 tys. zł przez 10 lat. Stopa dyskontowa wynosi 20%.

Wykorzystując formułę na obliczenie annuitetów, NPV wyniesie:

$$NPV = \frac{410}{0,2} \cdot \left( 1 - \frac{1}{(1 + 0,2)^{10}} \right) - 2000 = -278,08$$

NPV jest ujemne, a więc projekt należy odrzucić, ponieważ nie spełnia minimalnego wymogu efektywności.

Jak zmieniłby się wynik, jeżeli przepływy netto miałyby charakter perpetuitów?

$$NPV = \frac{410}{0,2} - 2000 = 50$$

NPV jest dodatnie, czyli projekt może być realizowany.

## 7.2. Wewnętrzna stopa procentowa

W badaniu efektywności metodą NPV przyjmowano określony, akceptowany przez inwestora, poziom granicznej stopy zwrotu (dyskontowej). Z kolei metoda wewnętrznej stopy procentowej (IRR) pozwala na ustalenie faktycznej (rzeczywistej) stopy zwrotu dotyczącej konkretnego projektu.

Wewnętrzna stopa procentowa jest odpowiednikiem stopy dyskontowej, przy której zdyskontowane wydatki pieniężne równają się zdyskontowanej wartości wpływów pieniężnych. Jest to więc taki poziom stopy dyskontowej, przy której zaktualizowana wartość netto (NPV) jest równa zero:

$$CF_0 \cdot d_0^r + CF_1 \cdot d_1^r + CF_2 \cdot d_2^r + \dots + CF_n \cdot d_n^r = 0$$

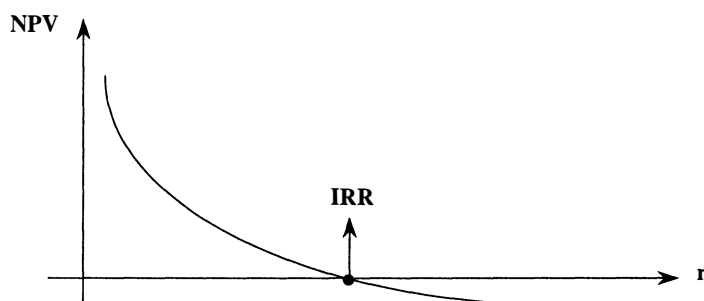
Czyli:

$$NPV = \sum_{i=1}^n CF_i \cdot d_i^r = \sum_{i=1}^n \frac{CF_i}{(1+r)^i} = 0$$

Wartość NPV zależy od wysokości stopy dyskontowej. Im wyższa stopa tym mniejsza początkowa wartość przepływów z przyszłych okresów. Gdy  $r \rightarrow \infty$ , to  $NPV \rightarrow -\infty$ , natomiast dla  $r = 0$ , NPV jest różnicą sumy nominalnych nadwyżek i nakładu inwestycyjnego.

Kryterium IRR może być wykorzystywane w:

- 1) ocenie bezwzględnej, gdy porównujemy IRR z kosztem pozyskania kapitału: zaakceptować ( $IRR > KK$ ) lub odrzucić projekt ( $IRR < KK$ );
- 2) ocenie względnej: ustalenie rankingu projektów ( $IRR \rightarrow \max$ ).



Rys. 7.2. Wyznaczanie wartości IRR

Źródło: opracowanie własne.

Procedura ustalania IRR obejmuje cztery etapy:

| Etapy | Czynności   |
|-------|---|
| 1     | Ustalenie wartości przepływów pieniężnych netto w kolejnych latach realizacji i funkcjonowania badanego przedsięwzięcia   |
| 2     | Metodą kolejnych przybliżeń wybiera się wysokość stopy procentowej ( $r_1$ ), przy której NPV obliczona na jej podstawie jest bliska zero, ale dodatnia (PV)    |
| 3     | Metodą kolejnych przybliżeń wybiera się wysokość stopy procentowej ( $r_2$ ), przy której NPV obliczona na jej podstawie jest zbliżona do zera, ale ujemna (NV) |
| 4     | Obliczamy IRR wykorzystując formułę (7.7)   |

Formuła obliczania IRR jest następująca:

$$IRR = r_1 + \frac{PV \times (r_2 - r_1)}{PV + |NV|} \quad (7.7)$$

Różnica między stopami ( $r_1$ ) i ( $r_2$ ) nie powinna być większa niż jeden procent, gdyż zależność między stopą procentową a NPV nie ma charakteru liniowego i wraz ze wzrostem różnicy między ( $r_1$ ) i ( $r_2$ ) wyniki obliczeń stają się coraz mniej dokładne.

Wykorzystanie modelu IRR nie zawsze prowadzi do wyboru najlepszego projektu. W procesie wyboru występuje tzw. **problem rankingu** (projekty wzajemnie się wykluczające), kiedy IRR i NPV dają sprzeczne rezultaty. NPV zależy od stopy dyskontowej, natomiast kolejność projektów wyznaczona na podstawie IRR jest

jednoznaczna i nie zależy od stopy dyskontowej. Przy sprzecznościach w wyborze wariantów należy kierować się wynikami NPV (lub NPVR).

### Przykład 7.3.

Przedsiębiorstwo rozpatruje projekt inwestycyjny. Nakłady na realizację zamierzenia wyniosły 2,5 mln zł, a przepływy netto w kolejnych latach pokazuje tabela. Rynkowa stopa procentowa wynosi 20%. Czy projekt należy realizować, jeżeli kryterium wyboru jest IRR?

| Rok                       | 1   | 2   | 3    | 4    | 5   | 6   |
|---------------------------|-----|-----|------|------|-----|-----|
| Przepływy netto (tys. zł) | 300 | 800 | 1160 | 1100 | 960 | 800 |

Ustalenie stóp procentowych, przy których NPV jest dodatnie ( $r_1$ ) i ujemne ( $r_2$ ).

a)  $r_1 = 22\%$

NPV dla  $r_1 = 13,58$

b)  $r_2 = 23\%$

NPV dla  $r_2 = -41,74$

c) 
$$\text{IRR} = 0,22 + \frac{13,58 \cdot (0,23 - 0,22)}{13,58 + 41,74} = 0,22 + \frac{0,1358}{55,32} = 0,223 = 22,3\%$$

Ze względu na to, że IRR jest wyższa od przeciętnej stopy rynkowej, projekt można realizować.

## 7.3. Zmodyfikowana wewnętrzna stopa zwrotu

Zmodyfikowana wewnętrzna stopa zwrotu (MIRR) jest to stopa dochodowości projektu, uzyskiwana, gdy dodatnie przepływy pieniężne generowane przez projekt są reinwestowane według stopy równej kosztowi kapitału. Jest to więc taka wysokość stopy dyskontowej, przy której przyszła wartość dodatnich przepływów pieniężnych netto jest równa początkowej wartości ujemnych przepływów pieniężnych netto.

W celu znalezienia MIRR należy rozwiązać równość:

$$N_t^0 = \frac{\sum_{t=1}^n CF_t (1+r)^{n-t}}{(1+\text{MIRR})^n} \quad (7.8)$$

gdzie:  $r$  – stopa, po jakiej reinwestowane będą wpływy z projektu,  $CF_t$  – przepływy pieniężne w kolejnych latach  $t$ ,  $n$  – liczba lat funkcjonowania projektu,  $N_t^0$  – dzisiejsza wartość nakładów inwestycyjnych.

Stąd:

$$\text{MIRR} = \frac{\sqrt[n]{\sum_{t=0}^n \text{CF}_t (1+r)^{n-t}}}{\sqrt[n]{N_1^0}} - 1 \quad (7.9)$$

W przypadku oceny bezwzględnej, zamierzenie może być realizowane, jeżeli  $\text{MIRR} > r$ . W sytuacji wystąpienia kilku wariantów, wybór najlepszego wymaga spełnienia warunku:  $\text{MIRR} \rightarrow \max$ .

MIRR jest miernikiem wyrażającym efektywność inwestycji w formie stopy dochodowości. Jest przy tym oparta na założeniu, że wpływy generowane przez projekt są reinwestowane według kosztu kapitału i tym samym stanowi doskonałszy substytut IRR.

#### Przykład 7.4.

Oblicz zmodyfikowaną wewnętrzną stopę zwrotu wiedząc, że początkowy nakład inwestycyjny wynosi 1200 tys. zł, a wpływy, które przedstawia tabela, reinwestowane będą przez 4 lata po koszcie kapitału, który wynosi 10%.

| Okres (t)  | Przepływy<br>pieniężne (tys. zł) | $(1+r)^{4-t}$ dla $r = 10\%$ | Kwota wypłacana<br>w 6 roku |
|--|----------------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| 1  | 380                              | 1,33                         | 505,4                       |
| 2  | 420                              | 1,21                         | 508,2                       |
| 3  | 680                              | 1,10                         | 748,0                       |
| 4  | 750                              | 1,00                         | 750,0                       |
| Razem: 2230  |                                  |                              | Razem: 2511,6               |
| MIRR musi spełniać równanie: $1\ 200 = \frac{2511,6}{(1 + \text{MIRR})^4}$ |                                  |                              |                             |

Stąd:  $\text{MIRR} \approx 20\%$

## 7.4. Wartość końcowa netto

Wartość końcowa netto jest odmianą metody NPV wykorzystywaną do obliczania wariantów wymiany maszyn w sytuacji, gdy stopa procentowa związana jest z funduszami pożyczanymi i inwestowanymi.

Wartość końcowa netto (NTV) określa kwotę pieniędzy, którą inwestor będzie posiadać w chwili zakończenia projektu ponad sumę, którą posiadałby podejmując rozwiązanie alternatywne. Jest więc to nadwyżka gotówki wygenerowana przez projekt, obliczona na moment finalizacji zamierzenia.

Wykorzystać należy poniższą formułę:

$$NTV = \sum_{t=1}^n CF_t \cdot (1+r)^{n-t} - K_1 \cdot (1+r)^n \quad (7.10)$$

gdzie:  $CF_t$  – przepływy netto w poszczególnych latach,  $K_1$  – wartość kapitału dla inwestycji początkowej.

Można ją również zapisać jako wielkość związaną z NPV:

$$NTV = NPV \cdot (1+r)^n$$

Warunkiem realizacji projektu jest:  $NTV \geq 0$ . Przy wyborze najlepszego z kilku wariantów występuje zasada:  $NTV \rightarrow \max$ .

### Przykład 7.5.

Przedsiębiorstwo rozważa zakup maszyny za 300 tys. zł. Prognozowane przychody w kolejnych latach wynoszą:

| Rok 1  | Rok 2   | Rok 3   | Wartość likwidacyjna |
|--------|---------|---------|----------------------|
| 90 000 | 135 000 | 145 000 | 158 000              |

Przedsiębiorstwo posiada 240 tys. zł gotówki. Gdyby firma zdecydowała się na zakup maszyny, musiałaby zaciągnąć kredyt oprocentowany w stosunku 26% rocznie. Kredyt powinien być spłacony jak najszybciej, nie dłużej jednak, niż w trzech rocznych ratach. Dostępne w firmie inwestycje mają wewnętrzną stopę zwrotu 19%. Oceń efektywność projektu inwestycyjnego.

- a) Firma nie podejmując projektu może zainwestować gotówkę ze stopą zwrotu 19%. Po trzech latach otrzyma kwotę:  $240\,000 \cdot (1+0,19)^3 = 405\,600$
- b) Podjęcie projektu:
  - rok 0: zakup maszyny za 240 000 gotówki i 60.000 kredytu;
  - rok 1:
    - wartość kredytu:  $60\,000 \cdot 1,26 = 75\,600$ ;
    - można go zwrócić z przychodów (90 000), a pozostałą gotówkę (14 400) zainwestować ze stopą zwrotu 19%.
  - rok 2:
    - lokata z roku 1:  $14\,400 \cdot 1,19 = 17\,136$ ;
    - zasoby gotówki zwiększają się o przychody z roku 2:  $17\,136 + 135\,000 = 152\,136$
    - kwotę 152 136 możemy zainwestować ze stopą zwrotu 19%.
  - rok 3:
    - lokata z roku poprzedniego:  $152\,136 \cdot 1,19 = 181\,041,84$ ;
    - przychody z projektu: 145 000;
    - wartość likwidacyjna: 158 000;

łącznie zasoby gotówki wyniosą:

$$181\,041,84 + 145\,000 + 158\,000 = 484\,041,84$$

Wartość końcowa netto (NTV) wyniesie:  $484\,041,84 - 405\,600 = 78\,441,84$ , projekt powinien być realizowany, gdyż  $NTV > 0$ .

## Zadania

**7.1.** Zamierzenie inwestycyjne wymaga nakładów w wysokości 100 tys. zł. W okresie eksploatacji projekt będzie generował przychody po 40 tys. zł rocznie przez 4 lata. Czy zamierzenie jest efektywne, jeżeli stopa dyskontowa wynosi 20%, a kryterium wyboru jest zaktualizowana wartość netto (NPV)?

**7.2.** Przedsiębiorstwo rozpatruje trzy projekty inwestycyjne:

| Okres | Projekt X (tys. zł) | Projekt Y (tys. zł) | Projekt Z (tys. zł) |
|-------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 0     | - 40 000            | - 80 000            | - 40 000            |
| 1     | 36 000              | 48 000              | 400                 |
| 2     | 18 000              | 20 000              | 600                 |
| 3     | 400                 | 12 000              | 1000                |
| 4     | 600                 | 8000                | 1200                |
| 5     | 200                 | 6000                | 6000                |
| 6     | 200                 | 2500                | 56 000              |

Które z rozwiązań jest najlepsze, jeżeli kryterium wyboru będzie zaktualizowana wartość netto (NPV)? Oczekiwana stopa dyskontowa wynosi 14%.

Jak zmieni się rozwiązanie, jeżeli stopa dyskontowa wyniesie 30%?

**7.3.** Oceń efektywność zamierzenia inwestycyjnego polegającego na zakupie nowej maszyny według kryterium NPV. W projekcie zakłada się, że cena produktu wyniesie 120 zł za sztukę przy produkcji rocznej 125 tys. sztuk. Osiągnięcie pełnej zdolności produkcyjnej przebiegać będzie, jak w tabeli:

| Lata              | 1  | 2  | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   |
|-------------------|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ilość (tys. szt.) | 80 | 90 | 100 | 125 | 125 | 125 | 125 |

Zakup maszyny wiąże się z poniesieniem nakładów kapitałowych w wysokości 14 mln zł, z czego 10 mln pochodzi z kredytu, który będzie spłacany w 4 równych rocznych ratach. Pozostała część to kapitał własny. Wielkości kosztów przedstawia tabela.

| Lata                   | 1                                  | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    |
|------------------------|------------------------------------|------|------|------|------|------|------|
| Koszty stałe (tys. zł) | 2750                               | 2900 | 3100 | 3350 | 3700 | 3850 | 4100 |
| W tym: amortyzacja     | 393                                | 415  | 443  | 480  | 530  | 550  | 585  |
| Koszty zmienne         | 40% całkowitej wielkości sprzedaży |      |      |      |      |      |      |

Stopa dyskontowa jest równa średniej ważonej kosztu kapitału. Koszt kapitału obcego wynosi 20%, a własnego 24%. Przedsiębiorstwo płaci 30% podatku dochodowego.

**7.4.** Wskaż najlepszy wariant inwestycyjny wykorzystując metodę NPV oraz określ rentowność poszczególnych rozwiązań. Nakłady i przychody z projektu przedstawia tabela (tys. zł).

| Rok | Projekt X | Projekt Y | Projekt Z |
|-----|-----------|-----------|-----------|
| - 1 | - 4500    | - 4800    | - 6000    |
| 0   | 5000      | 7000      | 6000      |
| 1   | 8000      | 200       | 14 000    |
| 2   | 6500      | 400       | 3500      |
| 3   | 400       | 800       | 4500      |
| 4   | 400       | 1000      | 1200      |
| 5   | 400       | 1400      | 1800      |
| 6   | 200       | 14 000    | 1000      |

Oczekiwana stopa zwrotu wynosi 15%.

**7.5.** Przedsiębiorstwo rozpatruje projekt inwestycyjny, którego przepływy przedstawia tabela.

| Okres | Projekt (tys. zł) |
|-------|-------------------|
| 0     | - 80 000          |
| 1     | 72 000            |
| 2     | 36 000            |
| 3     | 800               |
| 4     | 1000              |
| 5     | - 200             |

Czy warto go realizować, jeżeli stopa dyskontowa wyniesie 25%? Jaka jest rentowność projektu?

**7.6.** Inwestor planuje zakup gruntu pod płatny parking. Cena ziemi wynosi 200 tys. zł. Czy powinien się zdecydować, jeżeli spodziewane wpływy to 15 tys. zł rocznie? Czas użytkowania obiektu jest równy nieskończoności. Stopa procentowa 10%.

**7.7.** Zamierzenie inwestycyjne wymaga nakładów w wysokości 175 tys. zł. W okresie eksploatacji projekt będzie generował przychody po 55 tys. zł rocznie przez 6 lat. Czy zamierzenie jest efektywne jeżeli kryterium wyboru jest wewnętrzna stopa zwrotu (IRR), a przeciętna stopa procentowa oszczędności bankowych wynosi 17%?



**7.8.** Przedsiębiorstwo rozpatruje trzy projekty inwestycyjne:

| Okres | Projekt X (tys. zł) | Projekt Y (tys. zł) | Projekt Z (tys. zł) |
|-------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 0     | - 20 000            | - 40 000            | - 20 000            |
| 1     | 18 000              | 24 000              | 200                 |
| 2     | 9000                | 10 000              | 300                 |
| 3     | 200                 | 6000                | 500                 |
| 4     | 300                 | 4000                | 600                 |
| 5     | 100                 | 3000                | 3000                |
| 6     | 100                 | 1250                | 25 000              |

Które z rozwiązań jest najlepsze, jeżeli kryterium wyboru będzie wewnętrzna stopa zwrotu. Przeciętna rynkowa stopa procentowa wynosi 20%.

Jak zmieni się rozwiązanie, jeżeli stopa rynkowa wyniesie 30%?

**7.9.** Wskaż najlepszy wariant inwestycyjny wykorzystując metodę IRR. Nakłady i przychody z projektu przedstawia tabela (tys. zł).

| Rok | Projekt X | Projekt Y | Projekt Z |
|-----|-----------|-----------|-----------|
| - 1 | 9000      | 9800      | 12 000    |
| 0   | 10 000    | 13 000    | 12 000    |
| 1   | 16 000    | 600       | 27 000    |
| 2   | 13 000    | 700       | 9000      |
| 3   | 800       | 1200      | 8500      |
| 4   | 800       | 2000      | 2200      |
| 5   | 800       | 2900      | 2800      |
| 6   | 400       | 29 000    | 1200      |

Oczekiwana rynkowa stopa procentowa wynosi 15%.

**7.10.** Przedsiębiorstwo rozpatruje projekt inwestycyjny, którego parametry przedstawia poniższa tabela:

| Okres | Projekt (tys. zł) |
|-------|-------------------|
| 0     | - 40 000          |
| 1     | 35 000            |
| 2     | 19 000            |
| 3     | 600               |
| 4     | 1000              |
| 5     | - 600             |

Czy można go realizować według kryterium NPV, jeżeli stopa dyskontowa wyniesie 25%? Jaka jest rentowność projektu? Czy jest on efektywny według kryterium IRR?

**7.11.** Wybierz lepszy wariant inwestycyjny wykorzystując metodę NPV i IRR, wiedząc, że koszt kapitału wynosi 15%. Nakłady i przychody z projektu przedstawia poniższa tabela (tys. zł).

| Rok | Projekt X | Projekt Y |
|-----|-----------|-----------|
| - 1 | 9000      | 9600      |
| 0   | 10 000    | 14 000    |
| 1   | 16 000    | 400       |
| 2   | 13 000    | 800       |
| 3   | 800       | 1600      |
| 4   | 800       | 2000      |
| 5   | 800       | 2800      |

**7.12.** Oblicz zmodyfikowaną wewnętrzną stopę zwrotu wiedząc, że początkowy nakład inwestycyjny wynosi 2,4 mln zł, a wpływy (zobacz tabela) reinwestowane będą przez 6 lat po koszcie kapitału, który wynosi 15%.

| Okres  | 1   | 2   | 3    | 4    | 5   | 6   |
|--------|-----|-----|------|------|-----|-----|
| Wpływy | 300 | 800 | 1200 | 1000 | 980 | 800 |

**7.13.** Nakłady inwestycyjne na realizację projektu wyniosły 50 000. Struktura kapitału wymaga 30% udziału zadłużenia i 70% udziału środków własnych (40% zysków zatrzymanych i 30% emisji akcji). Koszt kapitału z obligacji wynosi 9%, z emisji akcji 18% oraz funduszy własnych 16%. Projekt generuje następujące wpływy:

| Okres  | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Wpływy | 13 000 | 18 000 | 22 000 | 20 000 | 20 000 | 20 000 | 18 000 | 15 000 |

Wpływy będą reinwestowane po koszcie kapitału. Czy projekt będzie realizowany, jeżeli kryterium wyboru jest MIRR?

**7.14.** Przedsiębiorstwo rozpatruje dwa projekty inwestycyjne:

| Okres | Projekt X (tys. zł) | Projekt Y (tys. zł) |
|-------|---------------------|---------------------|
| 0     | - 20 000            | - 40 000            |
| 1     | 18 000              | 22 000              |
| 2     | 9000                | 10 000              |
| 3     | 400                 | 8000                |
| 4     | 400                 | 4000                |
| 5     | 400                 | 3000                |
| 6     | 200                 | 500                 |

Które z rozwiązań jest lepsze, jeżeli kryterium wyboru będzie zmodyfikowana stopa zwrotu (MIRR)? Stopa dyskontowa wynosi 18%.

**7.15.** Wskaż najlepszy wariant inwestycyjny wykorzystując metodę MIRR. Nakłady i przychody z projektu przedstawia tabela (tys. zł).

| Rok | Projekt X | Projekt Y | Projekt Z |
|-----|-----------|-----------|-----------|
| - 1 | - 5000    | - 5000    | - 5000    |
| 0   | 5000      | 7000      | 6000      |
| 1   | 8000      | 200       | 10 000    |
| 2   | 6000      | 400       | 3000      |
| 3   | 400       | 1000      | 4500      |
| 4   | 400       | 1000      | 1000      |
| 5   | 400       | 1000      | 1000      |

Koszt kapitału wynosi 15%. Czy podobny wynik otrzymamy wykorzystując metodę IRR?

**7.16.** Oceń efektywność projektu inwestycyjnego polegającego na zakupie nowej maszyny według kryterium NTV. W projekcie zakłada się, że cena produktu wyniesie 100 zł za sztukę przy produkcji rocznej 130 tys. sztuk. Osiągnięcie pełnej zdolności produkcyjnej przebiegać będzie, jak w tabeli:

| Lata              | 1  | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   |
|-------------------|----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ilość (tys. szt.) | 90 | 110 | 120 | 125 | 125 | 125 |

Zakup maszyny wiąże się z poniesieniem nakładów kapitałowych w wysokości 12 mln zł, z czego 6 mln pochodzi z kredytu, który będzie spłacany maksymalnie w 6 równych rocznych ratach. Pozostała część to kapitał własny. Wielkości kosztów pokazuje tabela:

| Lata                   | 1                                   | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    |
|------------------------|-------------------------------------|------|------|------|------|------|
| Koszty stałe (tys. zł) | 2750                                | 2900 | 3100 | 3350 | 3700 | 3850 |
| W tym: amortyzacja     | 393                                 | 415  | 443  | 480  | 530  | 550  |
| Koszty zmienne         | 30 % całkowitej wielkości sprzedaży |      |      |      |      |      |

Stopa dyskontowa (IRR) jest równa średniej ważonej kosztu kapitału. Koszt kapitału obcego wynosi 18%, a własnego 20%.

**7.17.** Wskaż najlepszy wariant inwestycyjny wykorzystując metodę NTV. Nakłady i przychody z projektu przedstawia tabela (tys. zł). Wszystkie nakłady pochodzą z kredytu, który musi być spłacony maksymalnie w 5 ratach. Koszt kredytu wynosi 22%.

| Rok | Projekt X | Projekt Y | Projekt Z |
|-----|-----------|-----------|-----------|
| - 1 | 12 750    | 14 800    | 13 000    |
| 0   | 13 500    | 12 000    | 13 000    |
| 1   | 16 800    | 400       | 29 000    |
| 2   | 14 000    | 700       | 8500      |
| 3   | 900       | 1000      | 8500      |
| 4   | 900       | 2700      | 3200      |
| 5   | 900       | 3000      | 2800      |
| 6   | 300       | 30 000    | 2000      |

Oczekiwana stopa zwrotu z inwestycji wynosi 15%.

**7.18.** Przedsiębiorstwo rozpatruje projekt inwestycyjny, którego parametry przedstawia tabela

| Okres | Projekt (tys. zł) |
|-------|-------------------|
| 0     | - 160 000         |
| 1     | 148 000           |
| 2     | 82 000            |
| 3     | 1 100             |
| 4     | 1 800             |
| 5     | - 1 000           |

Stopa dyskontowa wynosi 25%. Wszystkie nakłady pochodzą z kapitału własnego. Czy jest on efektywny według kryterium NTV?

## 8. Ocena efektywności inwestycji modernizacyjnych

### 8.1. Rachunek efektywności zastępowania starych urządzeń nowymi według standardów polskich

Inwestycje są procesem powiększania wartości środków trwałych. Dokonywane wydatki mogą być więc skierowane na:

- przebudowę – zmianę (poprawienie) istniejącego stanu środków trwałych;
- rozbudowę – powiększenie składników majątkowych;
- rekonstrukcję – odtworzenie całkowicie lub częściowo zużytych środków;
- adaptację – przystosowanie składnika majątkowego do wykorzystania go w innym;
- modernizację – unowocześnianie środków trwałych.

Majątek trwały jest wykorzystywany w długim okresie. Eksploatacja powoduje stałe zmniejszanie się wartości środków trwałych, co ma swój wyraz we wzroście kosztów i spadku produktywności. W związku z zużywaniem się majątek trwały powinien być odnawiany, aby można było utrzymać bądź zwiększyć jego wydajność. Odnawianie środków trwałych oznacza realizowanie inwestycji odtworzeniowych (restytucja). Jeżeli wraz z odnową następuje unowocześnianie, mówi się o modernizacji. Równoległe mogą być tworzone nowe obiekty majątku. Oznacza to wprowadzanie do zasobu istniejącego majątku nowych generacji środków trwałych. Efektem wszystkich tych działań jest reprodukcja środków trwałych.

Modernizacja oznacza wprowadzanie zmian w procesie produkcji, które mają podnieść poziom efektywności istniejących obiektów majątku trwałego. Zmiany te polegają na dostosowaniu metod wytwórczych, urządzeń i maszyn do rozwiązań najnowszych, wynikających z postępu technicznego. Modernizacja prowadzi do poprawy warunków eksploatacji. Inwestycje modernizacyjne mogą być realizowane w celu:

- zwiększenia produktywności środków trwałych, chodzi tu o niwelowanie zużycia majątku trwałego oraz jego unowocześnienie;
- wymiany niesprawnych ekonomicznie środków trwałych;
- dostosowania tzw. „skorupy”, czyli budynków i budowli do zwiększonego potencjału wytwórczego wyposażenia.

Inwestycje modernizacyjne mają za postawę istniejący majątek. Stan obecny wyznacza więc w dużym stopniu zakres modernizacji obiektu. Inwestycje modernizacyjne są zwykle realizowane na mniejszą skalę w porównaniu do inwe-

stycji rozwojowych. Mniejsze też koszty generują. Może się jednak okazać, że przebudowa czy rozbudowa obiektu jest kosztowniejsza od budowy nowej inwestycji. Wówczas modernizacja będzie gorszym rozwiązaniem, z ekonomicznego punktu widzenia będzie niecelowa.

Z drugiej strony można wykazać, że nawet niewielkie nakłady poniesione na modernizację obiektu mogą przynieść znaczny wzrost efektywności. Dzieje się tak wówczas, gdy będą skierowane na likwidację tzw. wąskich gardeł czy barier w procesie wytwórczym. Wydatki modernizacyjne umożliwią wówczas wzrost produktywności zasobów gospodarczych.

Najstarsze generacje środków trwałych powinny być wycofywane z powodu zużycia fizycznego i ekonomicznego. Zużycie fizyczne powoduje, że każdy obiekt w miarę upływu czasu traci wartość określonych parametrów technicznych, a tym samym obniża się efektywność eksploatacji środków trwałych. Zużycie fizyczne wynika z:

- długości czasu eksploatacji obiektu – mierzy się ją wiekiem środków trwałych;
- warunków, w jakich środek trwały jest użytkowany (zwłaszcza takich warunków, które powodują szybsze zużycie materiału);
- intensywności użytkowania, a więc czasu pełnego obciążenia środka trwałego<sup>1</sup>;
- konserwacji i napraw.

Zużycie ekonomiczne jest niezależne od fizycznego, a wynika z oddziaływania otoczenia na dany obiekt. Eksploatacja danego zespołu środków trwałych może okazać się nieopłacalna ze względu na pojawienie się innych urządzeń znacznie produktywniejszych lub mniej kosztownych. Postęp techniczny szybciej wdrażany w innych przedsiębiorstwach wpływa na stosunkowo niższą efektywność w firmach, które wykorzystują dotychczasowe techniki.

Proces zużywania się może być opóźniany przez racjonalną działalność modernizacyjną. Podstawowym kryterium reprodukcji rozszerzonej jest przewaga współczynników odnowy nad stopniem zużycia. Gdy występuje odwrotna relacja, określa się ją jako dekapitalizacja. Dekapitalizacja oznacza proces zmniejszania wartości majątku trwałego w wyniku większego tempa zużywania się środków trwałych nad ich odtworzeniem. Dekapitalizacja może być rozumiana jako:

- zmniejszanie wolumenu środków trwałych w analizowanym okresie;
- zjawisko prowadzące do tego, że inwestycje netto odnotowują wartości ujemne;
- nadmierne zużycie środków trwałych spowodowane czynnikami odbiegającymi od normalnych warunków eksploatacji;
- wzrost stopy zużycia majątku trwałego.

Jeżeli nowo tworzone środki trwałe przewyższają wartością likwidowane obiekty, majątek trwały powiększa swoje rozmiary (reprodukcja rozszerzona). Proces formowania majątku trwałego nie jest jednak zawsze równomierny. Tempo odnawiania i likwidacji środków trwałych przebiega z różnym nasileniem

---

<sup>1</sup> Środki trwałe nie wykorzystywane także się zużywają, zwłaszcza wówczas, gdy nie są właściwie konserwowane.

w różnych gałęziach i branżach. Rozmiary i tempo realizowanych przedsięwzięć, również modernizacyjnych, wpływają na nowoczesność majątku trwałego.

Inwestycje modernizacyjne cechuje stosunkowo krótki cykl realizacyjny oraz krótki okres zwrotu nakładów inwestycyjnych w porównaniu do inwestycji nowych. Z tych powodów modernizacja jest traktowana jako bardziej efektywny sposób zwiększenia wartości firmy. Inwestycje modernizacyjne powinny przyczynić się do zwiększenia nadwyżki w porównaniu do dotychczas osiąganey. W związku z tym ocena efektywności wymaga uwzględnienia łącznych efektów netto majątku dotychczas wykorzystywanego i osiąganych po modernizacji, oraz porównania ich do sytuacji, w której zamierzenie nie byłoby realizowane. Rachunek efektywności inwestycji modernizacyjnych powinien być przyrostowy.

Według polskich standardów rachunek efektywności inwestycji modernizacyjnych może być przeprowadzony za pomocą formuł uproszczonych i rozwiniętych.

Formuła uproszczona:

$$E = \frac{Q - K - T - (Q_0 - K_0 - T_0)}{(J - L) \cdot (r + a_p) + B \cdot r} \quad (8.1)$$

gdzie:  $Q$  – przewidywana wartość rocznej produkcji po przeprowadzeniu modernizacji, projektowana zdolność produkcyjna,  $K$  – koszt eksploatacyjny docelowy po przeprowadzeniu modernizacji. Jest to roczny koszt własny łącznie z podatkami obciążającymi koszty, pomniejszony o amortyzację i odsetki od kredytów,  $T$  – przewidywane podatki na rzecz budżetu po przeprowadzeniu modernizacji,  $J$  – nakład inwestycyjny z uwzględnieniem zamrożenia obliczony metodą uproszczoną według formuły (4.3),  $L$  – wartość likwidacyjna obiektu,  $r$  – stopa procentowa,  $a_p$  – średnia ważona stopa amortyzacji,  $B$  – nakład na przyrost zapasu środków obrotowych, jakiego wymagać będzie modernizacja. Wszystkie symbole z indeksem 0 oznaczają te same wielkości z roku poprzedzającego modernizację.

Formuła rozwinięta, wykorzystująca dyskontowanie:

$$E = \frac{\sum_{t=1}^n (Q_t - K_t - T_t) \cdot \frac{1}{(1+r)^t} - \sum_{t=1}^u \left( Q_{ot} - K_{ot} - T_{ot} \right) \cdot \frac{1}{(1+r)^t}}{\sum_{t=0}^n (N_t - L_t) \cdot \frac{1}{(1+r)^t}} \quad (8.2)$$

gdzie:  $u$  – przewidywany okres występowania nadwyżki, gdyby modernizacja nie została podjęta,  $N_t$  – wydatki inwestycyjne w kolejnych latach,  $L_t$  – wartość likwidacyjna obiektu (wartość wycofanych, sprzedanych środków trwałych) w kolejnych latach.

Obie formuły są zbudowane na zasadzie ilorazu, a więc kryterium efektywności jest  $E \geq 1$ . Rachunek porównawczy wymaga natomiast poszukiwania takiego wariantu, dla którego  $E \rightarrow \max$ .

Jeżeli projekt byłby finansowany kredytem krajowym, wówczas należy zbadać, czy kredyt zwraca się w ramach ustalonego w umowie kredytowej okresu.

$$\sum_{t=1}^g (Q_t - K_t - T_t) \cdot \frac{1}{(1+r)^t} - \sum_{t=1}^f (Q_{ot} - K_{ot} - T_{ot}) \cdot \frac{1}{(1+r)^t} - \sum_{t=1}^f R_t^k \cdot \frac{1}{(1+r)^t} \geq 0 \quad (8.3)$$

gdzie:  $g$  – graniczny okres spłaty kredytu, jeżeli bank takiego nie określił, przyjmuje się  $g = f$ ,  $f$  – okres spłaty według umowy kredytowej z bankiem,  $R_t^k$  – rata kredytu powiększona o odsetki przypadające na rok  $t$

W przypadku niewielkich zamierzeń modernizacyjnych, które polegają na wymianie maszyn i urządzeń można wykorzystać nieco prostszy wzór. Zakłada się wówczas, że produkcja w zmodernizowanym obiekcie ma pozostać bez zmian, a inwestycja przyczynia się do obniżenia kosztów. Aby określić efektywność wymiany, można więc zbadać jedynie oszczędności na kosztach. Ocena efektywności takiego drobnego projektu może być dokonana według wzoru:

$$\frac{K_0 - K}{(N - L) \cdot (r + a_p)} \geq 1 \quad (8.4)$$

gdzie:  $N$  – nominalny nakład inwestycyjny,  $K_0$  – roczny koszt eksploatacyjny przed modernizacją,  $K$  – koszt po modernizacji.

Sprawdza się tak, jaka jest skala obniżki kosztów eksploatacyjnych z każdej złotówki zainwestowanego nakładu, uśrednionego stopą dyskontową i stawką amortyzacji.

### Przykład 8.1.

Oceń efektywność następującego przedsięwzięcia modernizacyjnego, jeżeli stopa procentowa wynosi 15%. Nakłady inwestycyjne poniesiono w ciągu 3 lat, w trakcie których nie zawieszono produkcji. Wynosiły one odpowiednio (na początek roku): 500, 600 i 700. Nakład na stworzenie zapasu środków obrotowych wyniósł 200 (w momencie rozpoczęcia eksploatacji). Wartość wycofywanych, złomowanych urządzeń wynosiła w kolejnych latach okresu realizacyjnego (na początek roku): 150, 150, 100. Pozostałe dane dla eksploatacji zawiera tabela. Wielkości na koniec każdego roku.

| Rok | Wartość produkcji |                 | Koszty bieżące   |                 |
|-----|-------------------|-----------------|------------------|-----------------|
|     | bez modernizacji  | po modernizacji | bez modernizacji | po modernizacji |
| 1   | 1500              | 1400            | 700              | 1000            |
| 2   | 1500              | 1600            | 700              | 800             |
| 3   | 1400              | 1800            | 800              | 800             |
| 4   | 1300              | 2000            | 800              | 600             |
| 5   | 1000              | 2000            | 1000             | 600             |
| 6   | 800               | 2000            | 1000             | 600             |
| 7   | –                 | 2200            | –                | 500             |
| 8   | –                 | 2200            | –                | 500             |



Należy najpierw określić wartość poniesionych nakładów na moment rozpoczęcia realizacji obiektu. W każdym roku ich ponoszenia powinno się je pomniejszyć o wartość likwidowanych środków trwałych i następnie zdyskontować.

$$N_0 = (500 - 150) \cdot \frac{1}{(1 + 0,15)^0} + (600 - 150) \cdot \frac{1}{(1 + 0,15)^1} + (700 - 100) \cdot \frac{1}{(1 + 0,15)^2} = 350 + 450 \cdot 0,869565 + 600 \cdot 0,756144 = 1194,99$$

W dalszej kolejności oblicza się wartość skumulowaną nadwyżek, które generowałaby modernizacja. Nadwyżki kumuluje się na moment dzisiejszy. Określa się zatem wartość początkową sumy nadwyżek, które można osiągnąć w każdym roku w razie realizacji przedsięwzięcia modernizacyjnego.

$$\begin{aligned} M_{mo} &= (1400 - 1000) \cdot \frac{1}{(1 + 0,15)^1} + (1600 - 800) \cdot \frac{1}{(1 + 0,15)^2} + (1800 - 800) \cdot \frac{1}{(1 + 0,15)^3} + \\ &+ (2000 - 600) \cdot \frac{1}{(1 + 0,15)^4} + (2000 - 600) \cdot \frac{1}{(1 + 0,15)^5} + (2000 - 600) \cdot \frac{1}{(1 + 0,15)^6} + \\ &+ (2200 - 500) \cdot \frac{1}{(1 + 0,15)^7} + (2200 - 500) \cdot \frac{1}{(1 + 0,15)^8} = 400 \cdot 0,869565 + 800 \cdot 0,756144 + \\ &+ 1000 \cdot 0,657516 + 1400 \cdot 0,571753 + 1400 \cdot 0,497177 + 1400 \cdot 0,432328 + 1700 \cdot 0,375937 + \\ &+ 1700 \cdot 0,326901 = 4906,843 \end{aligned}$$

Natomiast nadwyżki, jakie wystąpiłyby, gdyby modernizacji nie dokonano wyniosą:

$$\begin{aligned} M_{no} &= (1500 - 700) \cdot 0,869565 + (1500 - 700) \cdot 0,756144 + (1400 - 800) \cdot 0,657516 + \\ &+ (1300 - 800) \cdot 0,571753 + (1000 - 1000) \cdot 0,497177 + (800 - 1000) \cdot 0,432328 = 1894,4877 \end{aligned}$$

Wskaźnik efektywności dla modernizacji wyniesie więc:

$$E = \frac{4906,843 - 1894,4877}{1194,99} = \frac{3012,3553}{1194,99} = 2,521 > 1$$

Modernizacja jest więc efektywna i wobec tego przedsięwzięcie powinno się zrealizować.

### Przykład 8.2.

Inwestor zastanawia się nad wymianą środka trwałego. Dotychczas eksploatowany obiekt o obecnej wartości rynkowej 110 000 zł, wymaga ponoszenia kosztów w wysokości 85 000 zł rocznie. Nowe urządzenie kosztuje 420 000 zł i wymagałoby rocznych kosztów eksploatacyjnych rzędu 35 000 zł. Wielkość produkcji pozostałaby nie zmieniona. Rynkowa stopa procentowa wynosi 12%, zaś stopa amortyzacji 8% w obu przypadkach. Czy wymiana jest ekonomicznie celowa?

Sprawdzić należy oszczędność na kosztach w porównaniu do nakładu, który trzeba ponieść na zakup nowego urządzenia.

$$\frac{85\,000 - 35\,000}{(420\,000 - 110\,000) \cdot (0,12 + 0,08)} = \frac{50\,000}{310\,000 \cdot 0,2} = 0,80645 < 1$$

Z jednostki zainwestowanych środków można osiągnąć nieco ponad 80 groszy oszczędności na kosztach eksploatacyjnych. Z ekonomicznego punktu widzenia wymiana jest nieopłacalna.

## 8.2. Klasyczna metoda oceny efektywności zamierzeń modernizacyjnych

Przesłanką do stworzenia tej metody były trudności z dokładnym ustaleniem właściwego momentu, w którym powinna zostać dokonana wymiana starego obiektu na nowy. Aby określić ten czas, niezbędne jest obliczenie średnich wydatków z tytułu pracy starego oraz nowego urządzenia. Przy czym zakłada się, że produkcja zostanie utrzymana na tym samym poziomie. Pomocna tu będzie metoda równych rat.

$$W_n = N_n \frac{r(1+r)^{n_n}}{(1+r)^{n_n} - 1} + K_n - L_n \frac{r}{(1+r)^{n_n} - 1} \quad (8.5)$$

czyli:

$$W_n = (N_n - L_n) \cdot \frac{r(1+r)^{n_n}}{(1+r)^{n_n} - 1} + K_n + L_n \cdot r \quad (8.6)$$

gdzie:  $W_n$  – roczny średni wydatek z tytułu użytkowania nowego urządzenia,  $N_n$  – nakład na zakup urządzenia nowego,  $K_n$  – roczny koszt eksploatacyjny nowego urządzenia,  $L_n$  – wartość likwidacyjna urządzenia po zakończeniu eksploatacji,  $n_n$  – czas eksploatacji nowego urządzenia.

Podobną formułę można zapisać dla starego urządzenia. Nakład inwestycyjny w przypadku starego urządzenia stanowić będzie wartość obiektu w momencie dokonywania wyboru: wymieniać na nowe czy nie.

$$W_s = S_o \frac{r(1+r)^{n_s}}{(1+r)^{n_s} - 1} + K_s - L_s \frac{r}{(1+r)^{n_s} - 1} \quad (8.7)$$

czyli:

$$W_s = (S_o - L_s) \cdot \frac{r(1+r)^{n_s}}{(1+r)^{n_s} - 1} + K_s + L_s \cdot r \quad (8.8)$$

gdzie:  $W_s$  – średni roczny wydatek z tytułu użytkowania starego urządzenia,  $S_o$  – wartość starego urządzenia w momencie podejmowania decyzji o wymianie,  $K_s$  – roczny koszt

eksploatacyjny starego urządzenia,  $L_s$  – wartość likwidacyjna urządzenia starego po zakończeniu eksploatacji,  $n_s$  – czas eksploatacji starego urządzenia.

W związku z tym, że urządzenie stare będzie krócej użytkowane, badanie efektywności należy przeprowadzić dla okresu od momentu podejmowania decyzji o wymianie do zakończenia eksploatacji urządzenia starego. Warunkiem podjęcia decyzji i wymiany starego urządzenia na nowe będzie:  $W_n < W_s$ . W przeciwnym wypadku z wymianą należy poczekać, aż do momentu zakończenia eksploatacji starego urządzenia.

### Przykład 8.3.

Przedsiębiorstwo zamierza wymienić dotychczas eksploatowane urządzenie na nowe o wartości 50 000\$. Roczny koszt jego eksploatacji wyniesie przeciętnie 5000\$. Szacuje się, że w końcu ostatniego, dziesiątego roku eksploatacji wartość tego urządzenia wyniesie połowę jego obecnej wartości. Stare urządzenie ma obecnie wartość 15 000\$, po 5 latach (na tyle określa się jego dalszą możliwą eksploatację) jego wartość wyniesie 5000\$. Roczny koszt eksploatacji starego urządzenia wynosi 10 000\$. Czy wymiany tego urządzenia należy dokonać teraz, czy za 5 lat, jeżeli stopa procentowa wynosi 10%?

Wydatki związane z nowym i starym urządzeniem wynoszą odpowiednio:

$$W_n = (50\,000 - 25\,000) \cdot \frac{0,1(1,1)^{10}}{(1,1)^{10} - 1} + 5000 + 25\,000 \cdot 0,1 = 25\,000 \cdot 0,162745 +$$

$$7500 = 11\,568,625\$$$

$$W_s = 15\,000 \cdot \frac{0,1(1,1)^5}{(1,1)^5 - 1} + 10\,000 + 5000 \cdot 0,1 = 15\,000 \cdot 0,263797 + 10\,500 = 14\,456,96\$$$

Jak widać  $W_n < W_s$ , a zatem wymiany powinno się dokonać teraz.

## 8.3. Ekonomiczna efektywność wymiany majątku trwałego według standardów UNIDO

Ocena projektu modernizacyjnego wymaga zbadania i porównania efektywności przedsięwzięcia modernizacyjnego oraz efektywności działań gospodarczych w sytuacji, kiedy inwestycja modernizacyjna nie zostanie zrealizowana. Według standardów międzynarodowych podstawowym kryterium jest wielkość NPV, czyli wartości zdyskontowanej netto.

$$\text{Jeżeli więc } \frac{\text{NPV po modernizacji}}{\text{NPV przed modernizacją}} > 1$$

lub też

NPV po modernizacji – NPV przed modernizacją > 0,  
inwestycja powinna zostać podjęta.

W przeciwnym wypadku bardziej efektywny jest dotychczas eksploatowany środek trwały, a modernizacja jest droższym rozwiązaniem.

W przypadku wymiany urządzeń na bardziej produktywne, ocena efektywności może być dokonywana za pomocą metody MAPI. Jest to metoda statyczna, wykorzystywane są też wielkości przeciętne. Metoda MAPI wymaga pogłębionej analizy zużycia środków trwałych i w porównaniu do innych metod jest znacznie bardziej skomplikowana.

Na pierwszym etapie (MAPI I) porównuje się zmniejszenie wydajności maszyny, jakie nastąpi, gdyby wymiana nie została dokonana. Zakłada się tu równomierny wzrost kosztów, a zatem i pogarszania wydajności środka trwałego. Ocena efektywności jest tu dokonywana za pomocą wewnętrznej stopy procentowej (IRR).

Drugi etap (MAPI II) wymaga określenia stopnia pilności wymiany. Etap ten służy do określenia momentu wymiany. Miernikiem pilności jest przyrost rentowności, jaki nastąpiłby w wyniku wymiany obiektu (względna rentowność).

Można ją obliczyć następująco:

$$r_w = \frac{Z_m + ZU_u - ZU_n - P_d}{N_{i, \text{netto}}} \quad (8.9)$$

gdzie:  $Z_m$  – zysk w roku następnym po przeprowadzeniu modernizacji,  $ZU_u$  – zużycie kapitału, którego uniknięto,  $ZU_n$  – zużycie kapitału w roku następnym po przeprowadzeniu modernizacji,  $P_d$  – dodatkowy podatek dochodowy powstały w wyniku realizacji inwestycji,  $N_{i, \text{netto}}$  – nakłady inwestycyjne netto,  $r_w$  – wskaźnik względnej rentowności.

Wymiana jest pilna, jeżeli  $r_w > 0$ , wówczas powinna być przeprowadzona w bieżącym roku. W innym przypadku decyzję o wymianie można przesunąć w czasie. Badając kilka wariantów wymiany, można je teraz uszeregować według ich względnej rentowności.

Przy obliczaniu względnej rentowności trudności może nastęrczać oszacowanie zużycia kapitału, jakiego uniknięto. W celu określenia tej wielkości należy obliczyć zmniejszenie wartości likwidacyjnej, jakie nastąpiłoby w następnym roku oraz wartość wydatków na utrzymanie sprawności obiektu. Wszystko to pod warunkiem, że wymiana nie została dokonana.

Ostatni etap metody MAPI (MAPI III) dotyczy oceny sprawności poszczególnych inwestycji. Oblicza się tu rentowność każdego wariantu na podstawie wielkości przeciętnych dla analizowanego okresu.

$$r_p = \frac{Z_{p, \text{th}} + ZU_{p, \text{u}} - ZU_{p, \text{n}} - P_{p, \text{d}}}{N_{p, \text{i}, \text{netto}}} \quad (8.10)$$

Symbole z indeksem p – oznaczają wielkości przeciętne (średnie).

Wszystkie elementy stopy rentowności są uśrednione dla dalszego okresu eksploatacji urządzenia.

Stopa  $r_p$  wskazuje na to, czy inwestycja zastępcza ma być dokonana już teraz, czy w końcu analizowanego okresu. Warunkiem sprawności zamierzenia jest  $r_p > 0$ .

#### Przykład 8.4.

Czy modernizacja powinna zostać podjęta? Stopa procentowa wynosi 16%. Parametry inwestycji podano w tabeli 8.1.

Obliczyć należy tu wartość zdyskontowaną netto, jaką generować będzie inwestycja bez podjęcia modernizacji oraz NPV dla wymiany.

|    | Dla urządzenia nowego |                      |                                 | Dla urządzenia starego |                                 |
|----|-----------------------|----------------------|---------------------------------|------------------------|---------------------------------|
|    | NCF                   | $\frac{1}{(1,16)^t}$ | $NCF \times \frac{1}{(1,16)^t}$ | NCF                    | $NCF \times \frac{1}{(1,16)^t}$ |
| 1  | - 135 000             | 0,862069             | - 116 379                       | 7000                   | 6034,483                        |
| 2  | 26 000                | 0,743163             | 19 322,24                       | 5000                   | 3715,815                        |
| 3  | 31 000                | 0,640658             | 19 860,39                       | 5000                   | 3203,288                        |
| 4  | 39 000                | 0,552291             | 21 539,35                       | 5000                   | 2761,455                        |
| 5  | 40 000                | 0,476113             | 19 044,52                       | 2000                   | 952,226                         |
| 6  | 42 000                | 0,410442             | 17 238,57                       | 2000                   | 820,8845                        |
| 7  | 43 000                | 0,35383              | 15 214,67                       | 1000                   | 353,8295                        |
| 8  | 41 000                | 0,305025             | 12 506,04                       | 0                      | 0                               |
| 9  | 40 000                | 0,262953             | 10 518,12                       | - 2000                 | - 525,906                       |
| 10 | 65 000                | 0,226684             | 14 734,43                       | - 8000                 | - 1813,47                       |
|    |                       | NPV=                 | 33 599,03                       | NPV=                   | 15 502,61                       |

Wartość zdyskontowana netto, jaką generowałyby inwestycja w wyniku podjęcia modernizacji, jest większa o tę, jaką osiągałoby przedsiębiorstwo, gdyby nie została przeprowadzona.

$$\frac{33599,03}{15502,61} = 2,1673$$

Modernizacja jest znacznie bardziej efektywna w porównaniu do dotychczas realizowanych przedsięwzięć gospodarczych (eksploatacja starego urządzenia).

**Tabela 8.1.** Parametry inwestycji

| Rok | Urządzenie nowe      |           |                     |                      | Urządzenie stare |                     |                      |
|-----|----------------------|-----------|---------------------|----------------------|------------------|---------------------|----------------------|
|     | Nakłady inwestycyjne | Przychody | Koszty Eksploatacji | Wartość likwidacyjna | Przychody        | Koszty eksploatacji | Wartość likwidacyjna |
| 1   | 150 000              | 30 000    | 15 000              |                      | 21 000           | 14 000              |                      |
| 2   |                      | 40 000    | 14 000              |                      | 20 000           | 15 000              |                      |
| 3   |                      | 45 000    | 14 000              |                      | 20 000           | 15 000              |                      |
| 4   |                      | 52 000    | 13 000              |                      | 20 000           | 15 000              |                      |
| 5   |                      | 52 000    | 12 000              |                      | 18 000           | 16 000              |                      |
| 6   |                      | 54 000    | 12 000              |                      | 18 000           | 16 000              |                      |
| 7   |                      | 55 000    | 12 000              |                      | 17 000           | 16 000              |                      |
| 8   |                      | 53 000    | 12 000              |                      | 17 000           | 17 000              |                      |
| 9   |                      | 52 000    | 12 000              |                      | 16 000           | 18 000              |                      |
| 10  |                      | 52 000    | 12 000              | 25 000               | 12 000           | 20 000              | 0                    |

## Zadania

**8.1.** Przedsięwzięcie polega na unowocześnieniu obiektu, połączonym z rozbudową zapewniającą rozszerzenie asortymentu i wzrost wielkości produkcji. W roku poprzedzającym rozbudowę wartość produkcji wynosiła 400 tys. zł, przy koszcie bieżącym 330 tys. zł.

Nakłady inwestycyjne wyniosą 200 tys. zł, w tym 150 tys. zł to nakłady tworzące środki trwałe. Wartość sprzedanych wycofanych środków trwałych wyniesie 15 tys. zł. Przyrost środków obrotowych wyniesie 30 tys. zł. Stopy amortyzacyjne: 10% dla nowo instalowanych środków trwałych, 20% dla pozostałych wartości. Okres modernizacji 2 lata. Przewidywana wartość produkcji po zrealizowaniu modernizacji: 500 tys. zł, zaś kosztów: 310 tys. zł. Stopa procentowa wynosi 8%. Czy przedsięwzięcie to warto realizować?

**8.2.** Przedsięwzięcie polega na modernizacji połączonej z zakupem licencji i wymianą znacznej części maszyn i urządzeń. W roku poprzedzającym rozbudowę wartość produkcji wynosiła 800 tys. zł, przy koszcie bieżącym 600 tys. zł. Nakłady inwestycyjne wyniosą 600 tys. zł, w tym 100 tys. zł to nakłady na budynki i budowlę, 420 tys. zł na maszyny i urządzenia. Wartość sprzedanych wycofanych środków trwałych wyniesie 30 tys. zł. Przyrost środków obrotowych wyniesie 80 tys. zł. Stopy amortyzacyjne: 1,5% dla budynków, 10% dla maszyn i urządzeń i 20% dla pozostałych wartości. Okres modernizacji 3 lata. Planowana po modernizacji wartość produkcji 1000 tys. zł, zaś kosztów 400 tys. zł. Stopa procentowa wynosi 10%. Czy zamierzenie spełnia minimalny wymóg efektywności i powinno być zrealizowane?

**8.3.** Czy przedsięwzięcie modernizacyjne powinno zostać zrealizowane, jeżeli stopa procentowa wynosi 12%? Jednocześnie z ponoszeniem nakładów produkcja będzie odbywać się normalnie. Nakłady inwestycyjne ponoszone w ciągu 3 lat, wynoszą odpowiednio (na początek roku): 250, 300 i 400. Nakład na stworzenie zapasu środków obrotowych wynosi 100 w momencie rozpoczęcia eksploatacji. Wartość wycofywanych, złomowanych urządzeń wynosi w kolejnych latach okresu realizacyjnego (na początek roku): 70, 50, 50. Pozostałe dane dla okresu eksploatacyjnego w tabeli.

| Rok | Wartość produkcji |                 | Koszty bieżące   |                 |
|-----|-------------------|-----------------|------------------|-----------------|
|     | bez modernizacji  | po modernizacji | bez modernizacji | po modernizacji |
| 1   | 750               | 700             | 350              | 500             |
| 2   | 750               | 800             | 350              | 400             |
| 3   | 700               | 900             | 400              | 400             |
| 4   | 650               | 1000            | 400              | 300             |
| 5   | 500               | 1000            | 500              | 300             |
| 6   | 400               | 1000            | 500              | 300             |
| 7   | –                 | 1100            | –                | 250             |
| 8   | –                 | 1100            | –                | 250             |

**8.4.** Przedsiębiorstwo zamierza wymienić dotychczas eksploatowane urządzenie na nowe o wartości 25 000 DM. Roczny koszt jego eksploatacji wyniesie przeciętnie 2500 DM. Szacuje się, że w końcu ostatniego, dziesiątego roku eksploatacji wartość tego urządzenia wyniesie połowę jego obecnej wartości. Stare urządzenie ma obecnie wartość 7500 DM, po 5 latach (na tyle określa się jego dalszą możliwą eksploatację) jego wartość wyniesie 2500 DM. Roczny koszt eksploatacji starego urządzenia wynosi 5000 DM. Stopa procentowa wynosi 15%. Czy wymiany urządzenia należy dokonać teraz?

**8.5.** Inwestor rozważa wymianę środka trwałego na nowy, który zapewni utrzymanie produkcji na dotychczasowym poziomie. Chciałby jednak, aby wymagany poziom kosztów uległ zmniejszeniu. Rozpatrywane są dwie oferty:

- urządzenie ALPHA kosztuje 500 000 zł i wymagałoby ponoszenia rocznych kosztów eksploatacyjnych w wysokości 55 000 zł;
- urządzenie SIGMA to wydatek 300 000, wymagane roczne koszty to 62 000 zł.

Wykorzystywana obecnie maszyna warta jest na rynku około 150 000 zł. Ponoszone koszty wynoszą rocznie 95 000 zł.

Którą propozycję powinien wykorzystać inwestor? A może modernizacja nie jest opłacalna w tym momencie? Stopa procentowa wynosi 10%, zaś liniowa stopa amortyzacji 10%.

**8.6.** Określ efektywność inwestycji modernizacyjnej. Wymaga ona ponoszenia nakładów w ciągu 2 lat, przy czym w tym czasie produkcja zostanie zaniechana. Czy przedsięwzięcie modernizacyjne powinno zostać zrealizowane, jeżeli stopa procentowa wynosi 12%. Schemat wydatkowania nakładów, osiągnięcia poszczególnych wartości przedstawia tabela.

| Rok | Bez modernizacji  |                    | Modernizacja         |                   |                        |                  |
|-----|-------------------|--------------------|----------------------|-------------------|------------------------|------------------|
|     | wartość produkcji | koszty wytwarzania | nakłady inwestycyjne | wartość złomowana | przychody ze sprzedaży | koszty produkcji |
| 1   | 1500              | 700                | 500                  | 150               |                        |                  |
| 2   | 1500              | 700                | 600                  | 120               |                        |                  |
| 3   | 1500              | 750                |                      |                   | 1400                   | 600              |
| 4   | 1400              | 800                |                      |                   | 1600                   | 700              |
| 5   | 1300              | 900                |                      |                   | 1700                   | 800              |
| 6   | 1200              | 1000               |                      |                   | 2000                   | 800              |
| 7   | 1000              | 1000               |                      |                   | 2200                   | 800              |
| 8   | –                 | –                  |                      |                   | 2200                   | 800              |
| 9   | –                 | –                  |                      |                   | 2200                   | 800              |
| 10  | –                 | –                  |                      |                   | 2200                   | 900              |

**8.7.** Który z wariantów modernizacji powinien zostać zrealizowany? Stopa procentowa wynosi 20%. Parametry przedsięwzięć proponowanych i starego urządzenia podano w tabeli.



| Rok | Wariant modernizacji A |           |                     |                      | Wariant modernizacji B |           |                     |                      | Urządzenie stare |                     |                      |
|-----|------------------------|-----------|---------------------|----------------------|------------------------|-----------|---------------------|----------------------|------------------|---------------------|----------------------|
|     | nakłady                | przychody | koszty eksploatacji | wartość likwidacyjna | nakłady                | przychody | koszty eksploatacji | wartość likwidacyjna | przychody        | koszty eksploatacji | wartość likwidacyjna |
| 1   | 300 000                | 52 000    | 20 000              |                      | 180 000                | 40 000    | 30 000              |                      | 45 000           | 32 000              |                      |
| 2   | 120 000                | 60 000    | 18 000              |                      | 100 000                | 42 000    | 25 000              |                      | 43 000           | 32 000              |                      |
| 3   |                        | 74 000    | 18 000              |                      |                        | 50 000    | 22 000              |                      | 40 000           | 34 000              |                      |
| 4   |                        | 80 000    | 16 000              |                      |                        | 50 000    | 20 000              |                      | 40 000           | 34 000              |                      |
| 5   |                        | 85 000    | 16 000              |                      |                        | 50 000    | 18 000              |                      | 38 000           | 36 000              |                      |
| 6   |                        | 85 000    | 16 000              |                      |                        | 50 000    | 18 000              |                      | 38 000           | 36 000              |                      |
| 7   |                        | 85 000    | 16 000              |                      |                        | 50 000    | 18 000              |                      | 38 000           | 38 000              | 0                    |
| 8   |                        | 85 000    | 17 000              |                      |                        | 48 000    | 18 000              |                      | -                | -                   |                      |
| 9   |                        | 83 000    | 17 000              |                      |                        | 48 000    | 19 000              |                      | -                | -                   |                      |
| 10  |                        | 80 000    | 17 000              | 100 000              |                        | 48 000    | 20 000              | 50 000               | -                | -                   |                      |

**8.8.** Czy wymiana starego urządzenia na nowe powinna być przeprowadzona teraz, czy po zakończeniu normatywnego czasu eksploatacji urządzenia starego? Stopa procentowa wynosi 10%. Wartość starego urządzenia wynosi obecnie 80 000. Przewiduje się, że za 5 lat po zakończeniu użytkowania środka trwałego jego wartość wyniesie 40 000 (wartość rezydualna). Roczny koszt eksploatacji starego urządzenia wynosi 40 000.

Wydatek związany z zakupem nowego urządzenia określono się na 200 000. Roczny koszt jego eksploatacji wynosić będzie 20 000. Okres eksploatacji nowego urządzenia wyniesie 20 lat. Wartość końcowa urządzenia wyniesie 20 000.

**8.9.** Inwestorowi zaproponowano dwa warianty modernizacji. Na etapie prac wstępnych oszacowano przybliżone wartości dla nowych urządzeń:

- Urządzenie DT 12N kosztuje 250 000\$, generować będzie nadwyżkę finansową netto w wysokości 30 000\$ rocznie, wartość likwidacyjna po 15 latach (normatywny okres eksploatacji) wyniesie 10% wartości początkowej;
- Urządzenie KARO 54 super wymagać będzie poniesienia wydatku rządu 320 000\$; zysk wyniesie 51 000\$ rocznie, wartość likwidacyjna po 12 latach (zakończenie eksploatacji) wyniesie 20 000\$.

Który z wariantów powinien zostać zrealizowany? Stopa procentowa wynosi 20%. Parametry starego urządzenia podano w tabeli.

| Rok | Urządzenie stare |                     |                      |
|-----|------------------|---------------------|----------------------|
|     | przychody        | koszty eksploatacji | wartość likwidacyjna |
| 1   | 70 000           | 42 000              |                      |
| 2   | 65 000           | 45 000              |                      |
| 3   | 62 000           | 47 000              |                      |
| 4   | 60 000           | 49 000              |                      |
| 5   | 54 000           | 49 000              |                      |
| 6   | 50 000           | 49 000              |                      |
| 7   | 48 000           | 50 000              |                      |
| 8   | 42 000           | 50 000              | 12 000               |

**8.10.** Przedsiębiorca zamierza zmodernizować zakład. Chciałby, aby poziom kosztów uległ zmniejszeniu przy utrzymaniu dotychczasowego poziomu produkcji. Próbuje dokonać wyboru najbardziej ekonomicznego urządzenia. Rozpatruje dwa warianty:

- cena maszyny X wynosi 100 000 zł; koszty eksploatacyjne wyniosą przy niej 15 000 zł rocznie;
- maszyna Y kosztuje 120 000; roczne koszty wyniosą 14 000 zł.

Wykorzystywane obecnie urządzenie na rynku osiągnęłoby cenę najwyżej 30 000 zł. Ponoszone przy jej eksploatacji koszty wynoszą rocznie 25 000 zł.

Czy modernizacja powinna być podjęta i który wariant modernizacji przyjąć do realizacji?

Stopa procentowa wynosi 12%, zaś liniowa stopa amortyzacji w przypadku wszystkich urządzeń wynosi 9%.

## 9. Amortyzacja i odnowa urządzeń produkcyjnych

### 9.1. Pojęcie amortyzacji

Eksploracja środków trwałych wiąże się nierozzerwalnie z ich zużyciem fizycznym i ekonomicznym. Miernikiem tego zużycia jest amortyzacja. Amortyzacja może być rozumiana jako:

- miara deprecjacji środków trwałych;
- część kosztów własnych wynikająca z eksploatacji środków trwałych;
- instrument umożliwiający gromadzenie funduszu amortyzacyjnego, który jest wykorzystywany na reprodukcję środków trwałych.

Odpisy amortyzacyjne są jednym ze źródeł własnych finansowania inwestycji. Fundusz amortyzacji gromadzony jest stopniowo w trakcie eksploatacji majątku. Skumulowana wartość odpisów w normalnych warunkach (przy niskiej inflacji) powinna przewyższać potrzeby odtworzenia. Wykorzystanie tego źródła finansowania może nastąpić po upływie normatywnego okresu eksploatacji. Przy odpowiednio dobranej metodzie amortyzacji możliwe jest korzystanie z tego funduszu wcześniej, dla modernizacji jeszcze nie całkowicie zużytych obiektów majątku trwałego.

Celem amortyzacji jest umożliwienie przedsiębiorcy restytucji środków trwałych. Amortyzacja nie jest wydatkiem pieniężnym. Jest wyrazem wartości majątku trwałego, przenoszonej na produkty i usługi. Stanowi zatem proces alokacji, który można interpretować jako powiązanie nakładów na nabycie środka trwałego z efektami finansowymi, jakie generuje.

System amortyzacji powinien być tak skonstruowany, aby odzwierciedlał proces zużywania się środków trwałych i jednocześnie umożliwiał tworzenie funduszu, który wystarczy na potrzeby odtworzenia. Dobrze jest, jeżeli fundusz amortyzacyjny pozwoli na finansowanie zarówno restytucji, jak i unowocześnienia obiektów majątku trwałego. Amortyzacja powinna wyrażać bowiem rzeczywiste zużycie obiektów trwałych, z uwzględnieniem zmiennych warunków eksploatacji, a także postęp techniczny. Poza tym stawki amortyzacyjne powinny uwzględniać również zużycie ekonomiczne, wynikające z postępu technicznego w otoczeniu oraz stwarzać możliwości adaptacji firmy do wyzwań rynkowych.

## 9.2. Metody amortyzacji

Metoda amortyzacji określa tempo gromadzenia funduszu amortyzacji w trakcie użytkowania środka trwałego. Powinna wskazywać na wysokość stopy amortyzacji i podstawę, od której jest naliczana. Określona powinna być też dynamika odpisów amortyzacyjnych.

Wyróżnia się kilka grup metod amortyzacji. Podstawowe to:

- metody czasowe, ściśle powiązane z czasem wykorzystywania środka trwałego;
- metody naturalne, wiążą wysokość odpisów amortyzacyjnych z intensywnością wykorzystania środka trwałego;
- metody mieszane, łączące kryteria czasowe i naturalne;
- metody umowne, uwzględniające wiele różnych kryteriów np. zysku, kosztów.

Ze względu na prostotę najczęściej stosowanymi są metody czasowe. Wśród metod czasowych wyróżnić można następujące: metody proporcjonalne, degressywne i progresywne.

**Metoda proporcjonalna** (liniowa) wymaga naliczania jednakowych odpisów amortyzacyjnych w całym okresie eksploatacji obiektu. Amortyzacja w każdym roku stanowi stałą część wartości początkowej środka trwałego. Jest to najprostsza i najczęściej stosowana metoda amortyzacji.

Stopa amortyzacji liniowej jest dana w postaci wyrażenia:

$$a = \frac{1}{n} \quad (9.1)$$

gdzie:  $a$  – stopa amortyzacji,  $n$  – okres eksploatacji obiektu.

W przypadku, gdy pozostaje wartość końcowa (rezydualna) środka trwałego należy uwzględnić ją przy naliczaniu amortyzacji i stopa amortyzacji będzie wówczas równa:

$$a = \frac{W_0 - W_n}{n} \quad (9.2)$$

gdzie:  $W_0$  – wartość początkowa środka trwałego,  $W_n$  – wartość końcowa obiektu.

Odpis amortyzacyjny w metodzie liniowej w każdym roku ma wartość:

$$A = W_0 \cdot a$$

gdzie:  $A$  – odpis amortyzacyjny.

Prostota metody liniowej ułatwia ewidencję środków trwałych. Nie powoduje zniekształcania kosztów w kolejnych latach i w związku z tym ułatwia porównywanie różnych projektów i działań gospodarczych.

Specyficzną metodą proporcjonalną jest metoda aktuarialna. Stopa amortyzacji jest tu ustalana nie tylko na podstawie normatywnego czasu eksploatacji obiektu, ale zależy też od stopy procentowej. Stopa aktuarialna jest to taka stopa, która umożli-

wia zgromadzenie funduszu amortyzacyjnego dokładnie równo wartości odtworzenia (restytucji), czyli cenie zakupu identycznego nowego środka trwałego.

Jeżeli wartość restytucji wynosi  $R_n$ , to obliczenie odpisu amortyzacyjnego będzie oznaczało rozłożenie tego zasobu na równe elementy „do tyłu”. Korzystając z wyrażenia (3.11) odpis aktuarialny wyniesie:

$$\bar{A} = R_n \cdot \frac{r}{(1+r)^n - 1} \quad (9.3)$$

W warunkach cen stałych wartość odtworzenia jest równa wartości początkowej środka trwałego, zatem  $R_n = M_0$ . Czyli odpis amortyzacyjny:

$$\bar{A} = M_0 \cdot \bar{a} = M_0 \cdot \frac{r}{(1+r)^n - 1} \quad (9.4)$$

gdzie:  $\bar{A}$  – aktuarialny odpis amortyzacyjny,  $\bar{a}$  – aktuarialna stopa amortyzacji,  $M_0$  – wartość początkowa majątku.

Stopa aktuarialna jest naturalnie mniejsza od liniowej. Analizowana metoda zakłada inwestowanie odpisów amortyzacyjnych według stopy procentowej  $r$  na okres nie dłuższy niż  $n$ . Po zakończeniu normatywnego okresu eksploatacji inwestor będzie mógł dokonać pełnego odtworzenia środka trwałego. Wadą tej metody jest to, że zgromadzony fundusz nie może być źródłem unowocześniania środka trwałego.

**Metody progresywne** wymagają dokonywania coraz większych odpisów amortyzacyjnych. Im dłuższy jest okres eksploatacji, tym bardziej narastają odpisy. Metoda taka chyba najlepiej odzwierciedla proces zużywania środka trwałego, gdyż im bliżej końca normatywnego okresu eksploatacji, tym tempo spadku wartości obiektu jest coraz większe. Kiedy spojrzeć na amortyzację jako na źródło finansowania inwestycji, metoda progresywna nie umożliwi równie szybkiego tempa gromadzenia środków na odnowę, co inne sposoby naliczania amortyzacji. W warunkach inflacji może mieć jednak przewagę nad innymi metodami, gdyż fundusz amortyzacyjny gromadzony jest bliżej momentu jego wykorzystania. Jeżeli stawki amortyzacyjne uwzględniają zmiany cen środków trwałych (choć zwykle przeszacowania są dokonywane z opóźnieniem), to realna wartość tego funduszu nie spada równie szybko, jak to jest w przypadku funduszy gromadzonych za pomocą metod liniowych czy degresywnych. Metoda ta ma jednak najbardziej ograniczony zasięg stosowania w porównaniu do pozostałych metod czasowych.

**Metody degresywne** wymagają dokonywania coraz niższych odpisów w kolejnych latach. Pozwala to na szybsze zamortyzowanie majątku trwałego w pierwszych latach eksploatacji. W porównaniu do innych metody degresywne stanowią przyspieszony sposób gromadzenia funduszu amortyzacyjnego. Zapewniają w związku z tym potencjalną możliwość znacznie szybszej odnowy środków trwałych. Cechą metod degresywnych jest to, że nie zawsze pozwalają na pełne zamortyzowanie obiektu do końca jego normatywnego okresu eksploatacji.

Wśród metod degresywnych znane są następujące:

- metoda równomiernie malejącego salda;

- metoda podwójnie malejącego salda;
- metoda sumy liczb.

**Metoda równomiernie malejącego salda** wymaga naliczania odpisów jako stałej części bieżącej wartości środka trwałego. Stała stopa amortyzacji zastosowana do zmniejszającej się ostatniej wartości majątku daje w efekcie malejący odpis. Z założenia metody wynika, że po zakończeniu eksploatacji powinna pozostać jakaś wartość rezydualna obiektu.

Zatem w pierwszym roku odpis wynosi:  $A_1 = M_0 \cdot a$

W drugim roku:  $A_2 = M_1 \cdot a = (M_0 - M_0 \cdot a) \cdot a = M_0 \cdot (1 - a) \cdot a$

W trzecim roku:  $A_3 = M_2 \cdot a = M_0 \cdot (1 - a)^2 \cdot a$

W roku n-tym:

$$A_n = M_0 \cdot (1 - a)^{n-1} \cdot a \quad (9.4)$$

gdzie:  $M_1, M_2$  – wartość majątku trwałego w roku 1,2.

Istnieje też możliwość określenia miesięcznego odpisu. W roku n-tym, miesiącu i-tym wyniesie on:

$$A_{n,i} = \frac{[M_0 \cdot (1 - a)^{n-1} \cdot a(12 - i)]}{12} \quad (9.5)$$

Wartość majątku w roku n-tym wynosi więc:

$$M_n = M_0 \cdot (1 - a)^n \quad (9.6)$$

Stopa amortyzacji może być więc obliczona według formuły:

$$a = 1 - \sqrt[n]{\frac{M_n}{M_0}} \quad (9.7)$$

Suma odpisów amortyzacyjnych (fundusz amortyzacji) w roku n – tym wyniesie:

$$\sum_{t=1}^n A_t = M_0 - M_n = M_0 - M_0 \cdot (1 - a)^n = M_0 \cdot [1 - (1 - a)^n] \quad (9.8)$$

**Metoda podwójnie malejącego salda** zakłada zwiększone tempo spadku odpisów w porównaniu do metody równomiernie malejącego salda. Jako uzupełnienie powyżej przedstawionej metody dodaje się pewne wskaźniki, które określają szybkość zmniejszania się podstawy. W metodzie podwójnie malejącego salda szybkość ta wynosi 2. Jednak możliwe są też inne wartości. Na przykład kiedy  $k = 3$ , przedstawiana metoda staje się metodą potrójnie malejącego salda.

W roku pierwszym odpis amortyzacyjny wyniesie:

$$A_1 = \frac{M_0 \cdot k}{n}$$

gdzie:  $k$  – współczynnik zmniejszania się podstawy.

W roku drugim:

$$A_2 = \frac{(M_0 - A_1) \cdot k}{n} = \frac{M_0 \left(1 - \frac{k}{n}\right) \cdot k}{n}$$

W roku t:

$$A_n = \frac{M_0 \cdot \left(1 - \frac{k}{n}\right)^{t-1} \cdot k}{n} \quad (9.9)$$

Stopę amortyzacji metody podwójnie malejącego salda określa więc stała relacja:  $a = \frac{k}{n}$  i jest stosowana do bieżącej wartości środka trwałego.

**Metoda sumy liczb** zwana też kumulatywną pozwala na pełne umorzenie środka trwałego. Cechą tej metody jest specyficzne obliczanie stóp amortyzacji, które różnią się w kolejnych latach. Zmniejszająca się stopa amortyzacji pomnożona przez stałą wartość początkową obiektu daje zmniejszający się odpis. Stopa amortyzacji jest tu więc określana w zależności od roku, w którym dokonywany jest odpis.

**Tabela 9.1.** Stopa amortyzacji w metodzie sumy liczb

| Rok eksploatacji      | Numer roku              | Stopa amortyzacji<br>$\frac{\text{numer roku}}{\text{suma liczb}}$ |
|-----------------------|-------------------------|--|
| 1                     | n                       | $\frac{n}{N}$  |
| 2                     | n - 1                   | $\frac{n-1}{N}$  |
| 3                     | n - 2                   | $\frac{n-2}{N}$  |
| 4                     | n - 3                   | $\frac{n-3}{N}$  |
| t                     | n - t + 1               | $\frac{n-t+1}{N}$  |
| n                     | n - n + 1 = 1           | $\frac{1}{N}$  |
| <b>N = Suma liczb</b> | 1 + 2 + 3 + 4 + ... + n |  |

Źródło: opracowanie własne.

Metody degresywne są często wykorzystywane łącznie z liniową. W początkowym okresie odpisy amortyzacyjne nalicza się według metody przyspieszonej. Dokładanie w momencie kiedy odpis zrówna się bądź będzie niższy od od-

pisu liniowego, przechodzi się na metodę liniową. Pozwala to na zgromadzenie funduszu, który przekracza wartość początkową środka trwałego. Jednocześnie jest większy od funduszu, który byłby kumulowany metodą liniową, bądź tylko degresywną. Należy jednak stwierdzić, iż odpisy amortyzacyjne przestają być naliczane i fundusz amortyzacyjny przestaje być gromadzony w sytuacji, kiedy jeszcze przed upływem normatywnego okresu eksploatacji suma odpisów zrówna się z wartością umorzenia. Przy zastosowaniu metody degresywno-liniowej może to nastąpić szybciej niż w innych metodach.

### Przykład 9.1.

Określ wysokość odpisów amortyzacyjnych dla zamierzenia inwestycyjnego. Obiekt ma wartość początkową 200 000 zł. Normatywny okres eksploatacji wynosi 10 lat. Stopa procentowa wynosi 10%. Zastosuj metody:

- liniową;
- aktuarialną;
- równomiernie zmniejszającego się salda;
- podwójnie malejącego salda;
- sumy liczb.

#### a) metoda liniowa:

Stopa amortyzacji w naszym przykładzie wyniesie:  $a = \frac{1}{n} = \frac{1}{10} = 0,1$

W każdym roku inwestor powinien odpisać:  $A = 200\ 000 \cdot 0,1 = 20\ 000\ \text{zł}$

Wartość likwidacyjna wyniesie wówczas 0. Gdyby natomiast zakładano wystąpienie wartości rezydualnej np. w wysokości 25 000, odpis wynosiłby:

$$A = (200\ 000 - 25\ 000) \cdot 0,1 = 17\ 500\ \text{zł}$$

Suma odpisów wyniesie:  $10 \cdot 17\ 500 = 175\ 000\ \text{zł}$

#### b) metoda aktuarialna:

Przy stopie procentowej 10% stopa amortyzacji aktuarialnej wyniesie:

$$\bar{a} = \frac{0,1}{(1,1)^{10} - 1} = 0,062745$$

W każdym roku inwestor naliczy odpis w wysokości:

$$\bar{A} = 200\ 000 \cdot 0,062745 = 12549,1\ \text{zł}$$

Gdyby pozostała wartość końcowa majątku, tak jak w poprzednim podpunkcie, odpis w każdym roku wyniósłby:

$$\bar{A} = 175\ 000 \cdot 0,062745 = 10980,375\ \text{zł}$$

Suma odpisów wyniesie: 109 803,75 zł. Po uwzględnieniu oprocentowania za pomocą współczynnika wzrostu wykładniczego jednakowych efektów w czasie,



wartość ta wzrośnie do 175 000 zł, gdyż współczynnik jednakowych efektów w czasie ma postać odwrotności stopy aktuarialnej.

c) **metoda równomiernie zmniejszającego się salda:**

$$\text{Stopa amortyzacji wyniesie: } a = 1 - \sqrt[10]{\frac{25.000}{200.000}} = 0,18775$$

Odpisy w kolejnych latach przedstawiono w zbiorczej tabeli.

d) **metoda podwójnie malejącego salda:**

$$\text{Stopa amortyzacji wynosi: } a = \frac{2}{10} = 0,2$$

Odpisy w kolejnych latach przedstawiono w zbiorczej tabeli.

e) **metoda sumy liczb:**

Suma liczb w przedstawionym przykładzie wynosi:

$$N = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$$

Stopy amortyzacji dla kolejnych lat wyniosą więc:

$$\frac{10}{55}, \frac{9}{55}, \frac{8}{55}, \frac{7}{55}, \frac{6}{55}, \frac{5}{55}, \frac{4}{55}, \frac{3}{55}, \frac{2}{55}, \frac{1}{55}$$

Odpisy amortyzacyjne w normatywnym okresie eksploatacji będą wyniosły:

| Rok eksploatacji | Metoda                        |                            |               |
|------------------|-------------------------------|----------------------------|---------------|
|                  | równomiernie malejącego salda | podwójnie malejącego salda | sumy liczb    |
| 1                | 37 549,52 zł                  | 40 000,00 zł               | 31 818,18 zł  |
| 2                | 30 499,69 zł                  | 32 000,00 zł               | 28 636,36 zł  |
| 3                | 24 773,44 zł                  | 25 600,00 zł               | 25 454,55 zł  |
| 4                | 20 122,29 zł                  | 20 480,00 zł               | 22 272,73 zł  |
| 5                | 16 344,38 zł                  | 16 384,00 zł               | 19 090,91 zł  |
| 6                | 13 275,76 zł                  | 13 107,20 zł               | 15 909,09 zł  |
| 7                | 10 783,27 zł                  | 10 485,76 zł               | 12 727,27 zł  |
| 8                | 8 758,74 zł                   | 8 388,61 zł                | 9 545,45 zł   |
| 9                | 7 114,30 zł                   | 6 710,89 zł                | 6 363,64 zł   |
| 10               | 5 778,61 zł                   | 1 843,55 zł                | 3 181,82 zł   |
| Suma odpisów     | 175 000,00 zł                 | 175 000,00 zł              | 175 000,00 zł |

W każdej metodzie w końcu normatywnego czasu eksploatacji inwestor zgromadzi fundusz o takiej samej wysokości.

### Przykład 9.2.

Przedstaw proces gromadzenia funduszu amortyzacyjnego metodą degresywno-liniową. Inwestor wykorzystywać będzie w pierwszej kolejności metodę malejącego salda, przy tempie zmniejszania się salda: 1,5. Wartość początkowa

środka trwałego 150 000 zł, zakładana wartość rezydualna 30 000 zł. Okres normatywny eksploatacji 12 lat.

Stopa degresywna amortyzacji wynosi:  $a_d = 0,125$

Stopa liniowa:  $a = \frac{1}{12} = 0,08333$

Schemat naliczania odpisów amortyzacyjnych przedstawia tabela.

| Rok          | Metoda malejącego salda w tempie $k = 1,5$ | Metoda liniowa | Metoda mieszana |
|--------------|--|----------------|-----------------|
| 1            | 18 750,00 zł                               | 10 000 zł      | 18 750 zł       |
| 2            | 16 406,25 zł                               | 10 000 zł      | 16 406,25 zł    |
| 3            | 14 355,47 zł                               | 10 000 zł      | 14 355,47 zł    |
| 4            | 12 561,04 zł                               | 10 000 zł      | 12 561,04 zł    |
| 5            | 10 990,91 zł                               | 10 000 zł      | 10 990,91 zł    |
| 6            | 9 617,04 zł                                | 10 000 zł      | 10 000 zł       |
| 7            | 8 414,91 zł                                | 10 000 zł      | 10 000 zł       |
| 8            | 7 363,05 zł                                | 10 000 zł      | 10 000 zł       |
| 9            | 6 442,67 zł                                | 10 000 zł      | 10 000 zł       |
| 10           | 5 637,33 zł                                | 10 000 zł      | 10 000 zł       |
| 11           | 4 932,67 zł                                | 10 000 zł      | 10 000 zł       |
| 12           | 4 316,08 zł                                | 10 000 zł      | 10 000 zł       |
| Suma odpisów | 119 787,41                                 | 120 000        | 143 063,66      |

W szóstym roku użytkowania środka trwałego odpis amortyzacyjny naliczany metodą degresywną miałby wartość mniejszą niż odpis liniowy, a zatem od tego momentu powinno się wykorzystywać metodę proporcjonalną. Połączenie metody malejącego salda i metody liniowej pozwala na zgromadzenie funduszu przekraczającego wartość początkową obiektu, pomniejszoną o założoną wartość końcową. Amortyzacja umożliwi w tym przypadku nie tylko restytucję środka trwałego, ale również jego unowocześnienie.

### 9.3. Fundusz amortyzacji a finansowanie inwestycji

Amortyzacja jest jednym ze źródeł własnych finansowania nakładów inwestycyjnych. W warunkach reprodukcji prostej umożliwia realizację inwestycji odtworzeniowych, natomiast przy reprodukcji rozszerzonej może stać się dodatkowym zasilaniem nakładów rozwojowych. Naturalnie występuje tu ciche założenie, że brak jest inflacji (stabilność cen). W przeciwnym wypadku nawet w warunkach reprodukcji prostej fundusz amortyzacyjny może być zbyt szczupły, aby wystarczyć na restytucję obiektów majątku trwałego.

Najpierw zostanie określona relacja między funduszem amortyzacji a inwestycjami. Założenie: wartość majątku w momencie 0 wynosi 1.

$$M_0 = I_0 = 1$$

Inwestycje z roku na rok powinny rosnać, jest to warunek reprodukcji rozszerzonej. Po  $n$ -latach będą miały zatem wartość:

$$I_n = 1(1+r)^n \quad (9.10)$$

Natomiast majątek, który zgromadzono na ich podstawie stanowić będzie sumę końcową strumienia o profilu prostym nakładów inwestycyjnych.

$$M_n = I \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r} = \frac{(1+r)^n - 1}{r} \cdot 1 \quad (9.11)$$

Kiedy uwzględni się amortyzację naliczaną według metody liniowej, wartość odpisu amortyzacyjnego wyniesie:

$$A_n = \frac{(1+r)^n - 1}{r \cdot n} \quad (9.13)$$

Relacja amortyzacji ( $A_n = A$ ) do inwestycji będzie dana w postaci poniższego wyrażenia:

$$\frac{A}{I} = \frac{(1+r)^n - 1}{r \cdot n \cdot (1+r)^n} \quad (9.14)$$

Ze względu na to, że proces inwestowania i kapitalizowania wartości majątku trwałego odbywa się w sposób nieprzerwany, przedstawione wyżej formuły można zapisać dla warunków analizy ciągłej.

Wówczas element  $(1+r)^n$  można zastąpić przez  $e^{r \cdot n}$ . Relację amortyzacji do inwestycji można zapisać następująco:

$$\frac{A}{I} = \frac{e^{r \cdot n} - 1}{r \cdot n \cdot e^{r \cdot n}} = \frac{1 - e^{-r \cdot n}}{r \cdot n} \quad (9.15)$$

Relacja tych dwóch wielkości jest więc zależna od wysokości stopy procentowej i długości okresu eksploatacji. Jeden czynnik jest zewnętrzny (stopa procentowa), zaś drugi zależy w pewnym stopniu od inwestora. Im większe są obie wartości, tym mniejsza analizowana relacja. Najważniejszy jest tu iloczyn  $r \cdot n$ . Relacja amortyzacji do inwestycji jest odwrotnie proporcjonalna do zmian  $r$  i  $n$ .

Wielkość odtworzenia (restytucji –  $R$ ) jest równa wartości początkowej środka trwałego. W analizie zachodzi więc zależność  $R = M_0 = 1$ . Relację odtworzenia do amortyzacji można obliczyć jako odwrotność amortyzacji:

$$\frac{R}{A} = \frac{r \cdot n}{(1+r)^n - 1} \quad (9.16)$$

Stosunek ten określa, jaką część amortyzacji stanowią inwestycje odtworzeniowe i w związku z tym pozostała część może być wykorzystana dla finansowania inwestycji rozwojowych. Z tego wyrażenia wyprowadza się stopę aktualną amortyzacji. Zakłada się, że relacja ta ma być równa 1. Wobec tego w każ-

dym z n-lat eksploatacji obiektu amortyzacja ma wynosić  $\bar{a} = \frac{r}{(1+r)^n - 1}$  wartości początkowej środka trwałego.

Można przedstawić też relację restytucji do inwestycji. Jest ona wyrazem charakteru reprodukcji. W podjętej analizie wykorzystano reprodukcję rozszerzoną, gdyż założono, że inwestycje wzrastają w tempie  $r$ .

$$\frac{R}{I} = \frac{1}{(1+r)^n} \quad (9.17)$$

Relacja ta określa udział inwestycji odtworzeniowych w inwestycjach brutto. Im mniejsza ta relacja, tym większa jest dynamika tworzenia nowych generacji obiektów majątku trwałego.

W warunkach wzrostu cen fundusz amortyzacji może nie wystarczyć nawet na zaspokojenie potrzeb odtworzenia. Wartość odtworzenia rośnie wraz ze stopą wzrostu cen  $i$ .

$$R = (1+i)^n \quad (9.18)$$

gdzie:  $i$  – stopa inflacji.

Przedstawiane powyżej relacje zapisać można z uwzględnieniem stopy wzrostu cen.

$$\frac{R}{I} = \frac{(1+i)^n}{(1+r)^n} \approx \frac{1}{(1+u)^n} \quad (9.19)$$

$$\frac{R}{A} = \frac{r \cdot n \cdot (1+i)^n}{(1+r)^n - 1} \quad (9.20)$$

gdzie:  $u$  – realna stopa wzrostu wartości inwestycji ( $u = r - i$ ).

Przedstawione powyżej relacje rosną wraz ze wzrostem cen, a maleją, gdy ceny spadają. Ze względu na proces reprodukcji istotny jest spadek tych relacji. W takich bowiem przypadkach amortyzacja umożliwia finansowanie rozwoju gospodarczego, a nie tylko istniejącego stanu.

W warunkach inflacji wydatki związane z odtworzeniem majątku trwałego zwiększają się, następuje też ich wzrost względny w porównaniu do inwestycji  $\left(\frac{R}{I}\right)$  oraz w stosunku do źródeł finansowania  $\left(\frac{R}{A}\right)$ . Amortyzacja naliczana ciągle od wartości początkowej środka trwałego może nie pokryć wydatków na restytucję. Spowoduje to również spadek inwestycji nowych, które częściowo finansowane są z odpisów.

## Zadania

**9.1.** Obliczyć wartość funduszu amortyzacyjnego zgromadzonego w roku  $t = 5$ , jeżeli założy się, że nie zmieniają się ceny (brak przeszacowań majątku). Wartość początkowa majątku wynosiła 300 000 zł. Stopa procentowa wynosi 10%. Stopa amortyzacji wynosi 12%.

Amortyzacja naliczana jest metodą:

- degresywną (równomiernie malejącego salda);
- liniową;
- aktuarialną.

**9.2.** Obliczyć wartość odpisu amortyzacyjnego oraz majątku trwałego w roku  $t = 3$ , jeżeli założy się, że ceny w tym okresie ceny będą stałe. Wartość majątku w roku 0 wynosi 50 000\$. Stopa procentowa wynosi 15%, stopa amortyzacji 5%. Amortyzacja naliczana jest metodą:

- liniową;
- aktuarialną;
- degresywną (podwójnie malejącego salda).

**9.3.** W którym roku zostanie w pełni zgromadzony fundusz amortyzacyjny? Wartość początkowa środka trwałego wynosi 1 mln zł. Wartość rezydualna po 20 latach wyniesie 100 tys. zł. Zastosuj metodę degresywną potrójnie malejącego salda oraz salda malejącego w tempie  $k = 1,5$ .

**9.4.** Przedstawić tworzenie funduszu amortyzacyjnego, jeżeli stosowana jest metoda degresywno-liniowa. Najpierw odpisy są dokonywane według metody sumy liczb. Wartość początkowa środka trwałego wynosi 20 000\$, zaś wartość końcowa 3 000\$. Normatywny okres eksploatacji to 8 lat.

**9.5.** Odpis naliczany metodą aktuarialną wynosi 20 000 zł rocznie. Ile wynosi wartość odtworzenia, jeżeli normatywny okres eksploatacji to 10 lat, zaś stopa wzrostu wartości majątku i inwestycji: 5% rocznie?

**9.6.** Jaka będzie relacja funduszu odtworzeniowego do amortyzacji w roku  $t = n = 15$ ? Stopa wzrostu majątku wynosi 9%. Czy amortyzacja wystarczy na pokrycie potrzeb odtworzeniowych? Jaką część inwestycji brutto może finansować amortyzacja?

**9.7.** Jaki jest stosunek inwestycji restytucyjnych do inwestycji brutto, jeżeli stopa wzrostu inwestycji wynosi 20%? Normatywny okres eksploatacji wynosi 8 lat. Jak zmieni się ta relacja, kiedy odrzuci się założenie stałości cen i inflacja będzie wynosiła:

- 5%;
- 10%;

- c) 20%;
- d) 40% rocznie.

**9.8.** Czy amortyzacja wystarczy na finansowanie inwestycji nowych? Zbadaj za pomocą relacji inwestycji odtworzeniowych do amortyzacji. Stopa wzrostu majątku wynosi 2%. Badany okres 5 lat. Zakładane warunki:

- a) brak zmian cen;
- b) ceny rosną w tempie 10% rocznie;
- c) ceny rosną w tempie 20 % rocznie;
- d) ceny spadają w tempie 2% rocznie.

**9.9.** Realna stopa procentowa wynosi 2%. Jaką część inwestycji stanowi restrykcja, jeżeli analiza dotyczy okresu  $n = 20$  lat? Jaką wartość będą miały inwestycje, jeżeli odtworzenie wynosi 500 000 zł?

**9.10.** Jaki okres musiały upłynąć (założenie: jest to normatywny okres eksploatacji), aby odtworzenie stanowiło:

- a) 14%;
- b) 30%;
- c) 10% inwestycji brutto?

Stopa wzrostu majątku i inwestycji wynosi 14%. Można skorzystać z tablic współczynników (Aneks)

## 10. Ocena ryzyka inwestycyjnego

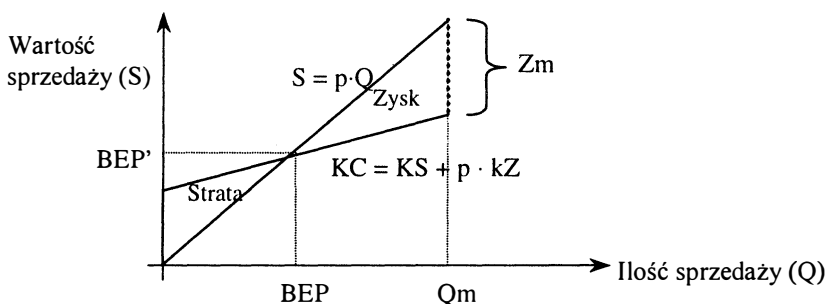
Wszystkie decyzje inwestycyjne oparte na ocenie bieżących i przyszłych wartości dotyczących realizacji i eksploatacji, obciążone są pewną dozą ryzyka. Ryzyko wynika z dostępności i jakości informacji dotyczących zamierzenia oraz warunków jego realizacji i eksploatacji.

Konieczność uwzględniania ryzyka w rachunku efektywności inwestycji uzasadniona jest możliwością osiągnięcia przez inwestora korzyści finansowych lub chęcią uniknięcia strat. Jest to warunek nadrzędny podejmowania decyzji inwestycyjnych.

### 10.1. Próg rentowności

Progiem rentowności (BEP) nazywamy punkt, w którym przychody ze sprzedaży dokładnie pokrywają poniesione koszty. Przedsiębiorstwo nie osiąga wówczas zysku, ale też nie ponosi straty. Rentowność sprzedaży jest równa zero, co oznacza, że firma osiągnęła próg rentowności.

Szczególnie istotne jest dostarczenie informacji, kiedy projekt będzie generować zysk. Z tego powodu należy wykorzystać informacje o kosztach oparte o podział kosztów na stałe i zmienne.



$S$  – wartość sprzedaż,  $p$  – cena,  $Q$  – ilość,  $K_C$  – koszty całkowite,  $K_S$  – koszty stałe,  $k_Z$  – jednostkowe koszty zmienne,  $Z_m$  – zysk w warunkach pełnego wykorzystania zdolności produkcyjnej,  $Q_m$  – sprzedaż przy pełnym wykorzystaniu zdolności;

**Rys. 10.1.** Wyznaczanie progu rentowności

Źródło: opracowanie własne.

Wolumen produkcji dla progu rentowności można wyznaczyć metodą algebraiczną ze wzoru<sup>1</sup>:

– ilościowo:

$$\text{BEP} = \frac{K_s}{p - k_z} = Q \quad (10.1)$$

gdzie:  $p - k_z$  – marża brutto ( $m_B$ ).

– wartościowo:

$$\text{BEP}' = \text{BEP} \cdot p \quad (10.2)$$

– jako stopień wykorzystania zdolności produkcyjnej (lub stopień zaspokojenia przewidywanego popytu):

$$\text{BEP}'' = \frac{K_s}{Q_M \times (p - k_z)} \cdot 100 = \frac{\text{BEP}}{Q_M} \cdot 100 \quad (10.3)$$

gdzie:  $Q_M$  – stopień wykorzystania zdolności produkcyjnych.

W praktyce gospodarczej zdecydowana większość przedsiębiorstw produkuje kilka lub kilkadziesiąt wyrobów. Przy obliczaniu progu rentowności należy uwzględnić więc strukturę asortymentową produkcji.

Wartościowy próg rentowności dla produkcji wieloasortymentowej wyniesie:

$$\text{BEP}_w = \frac{K_s}{1 - \frac{\sum_{i=1}^m Q_i \times k_{zi}}{\sum_{i=1}^m Q_i \times p_i}} \quad (10.4)$$

Podstawową zaletą progu rentowności jest możliwość wariantowej oceny wielkości zysku (planowanej sprzedaży) oraz czynników zapewniających uzyskanie zaplanowanej rentowności, a więc wrażliwości na zmiany poszczególnych czynników kształtujących poziom tego progu. Analiza ta sprowadza się do wyznaczenia granicznego poziomu jednostkowej ceny sprzedaży i jednostkowego kosztu zmiennego, jako czynników najbardziej podatnych na ewentualne zmiany:

– graniczny poziom jednostkowej ceny sprzedaży:

$$p_{\min} = \frac{k_z \times Q_x + K_s}{Q_x} \quad (10.5)$$

gdzie:  $Q_x$  – zakładana wielkość sprzedaży.

<sup>1</sup> Por. M. Sierpińska, T. Jachna, *Ocena przedsiębiorstwa według standardów światowych*, PWN, Warszawa 1995, s. 160–168.



Można zatem obliczyć:

- graniczny poziom jednostkowych kosztów zmiennych:

$$k_{z_{\max}} = \frac{p \times Q_x - K_s}{Q_x} \quad (10.6)$$

Powyższe wzory są użyteczne dla wyznaczenia optymistycznego i pesymistycznego wariantu zmian rozpatrywanych czynników, czyli wyznaczenia tzw. marginesu bezpieczeństwa projektu z uwagi na zmiany tych czynników:

- z uwagi na jednostkową cenę sprzedaży:

$$M_p = \frac{p - p_{\min}}{p} \times 100\% \quad (10.7)$$

- z uwagi na jednostkowe koszty zmienne:

$$M_{k_z} = \frac{k_{z_{\max}} - k_z}{k_z} \times 100\% \quad (10.8)$$

Zaprezentowane formuły pozwalają ustalić, jaka maksymalna względna zmiana poziomu poszczególnych czynników jest dopuszczalna z punktu widzenia badanego projektu inwestycyjnego.

### Przykład 10.1.

Przedsiębiorstwo produkuje jeden produkt. Koszty stałe produkcji wynoszą 400 tys. zł, cena sprzedaży 15 zł, jednostkowy koszt zmienny 10 zł, a maksymalna zdolność produkcyjna 100 000 sztuk. Oblicz ilościowy i wartościowy próg rentowności oraz graniczne poziomy cen i kosztów. Jak zmieni się próg rentowności, jeżeli cena i jednostkowy koszt zmienny wzrosną o 10%?

Ilościowy próg rentowności:

$$\text{BEP} = \frac{400\,000}{15 - 10} = 80\,000 \text{ sztuk, co oznacza wykorzystanie } 80\% \text{ zdolności}$$

produkcyjnych.

Graniczne poziomy:

$$\text{a) ceny sprzedaży: } p_{\min} = \frac{10 \cdot 100\,000 + 400\,000}{100\,000} = 14 \text{ zł/szt.}$$

b) jednostkowego kosztu zmiennego:

$$k_{z_{\max}} = \frac{15 \cdot 100\,000 - 400\,000}{100\,000} = 11 \text{ zł/szt.}$$

Granice bezpieczeństwa:

$$\text{a) ze względu na cenę: } M_p = \frac{15 - 14}{15} \cdot 100 = 6,7\%$$

b) ze względu na jednostkowy koszt zmienny:  $M_{k_z} = \frac{11-10}{10} \cdot 100 = 10\%$

– jeżeli cena i jednostkowy koszt zmienny wzrosną:

Ilościowy próg rentowności dla ceny wyższej o 10% (16,5 zł):

$$BEP = \frac{400\,000}{16,5 - 10} = 61\,538 \text{ szt.}, \text{ co stanowi ok. 61,5\% zdolności produkcyjnych.}$$

Ilościowy próg rentowności dla kosztów wyższych o 10% (11 zł):

$$BEP = \frac{400\,000}{15 - 11} = 100\,000 \text{ szt.}, \text{ co stanowi 100\% zdolności wytwórczych.}$$

### Przykład 10.2.

Oblicz wieloasortymentowy próg rentowności dla przedsiębiorstwa produkującego dwa produkty o następujących parametrach:

Dobro A

– cena ( $p_A$ ): 5 zł

– jednostkowy koszt zmienny ( $k_z^A$ ): 1,50 zł

Dobro B

– cena ( $p_B$ ): 7,50 zł

– jednostkowy koszt zmienny ( $k_z^B$ ): 2 zł

Koszty stałe produkcji wynoszą 200 tys. zł, a maksymalne zdolności produkcyjne: po 25.000 sztuk każdego produktu.

Suma wszystkich kosztów zmiennych:

$$k_z = Q_A \cdot k_z^A + Q_B \cdot k_z^B = 25\,000 \cdot 1,50 + 25\,000 = 87\,500 \text{ zł}$$

Suma przychodów:

$$P = Q_A \cdot p_A + Q_B \cdot p_B = 25\,000 \cdot 5 + 25\,000 \cdot 7,50 = 312\,500 \text{ zł}$$

Próg rentowności wyniesie:

$$BEP_w = \frac{200\,000}{1 - \frac{87\,500}{312\,500}} = \frac{200\,000}{0,72} = 277\,777,8 \text{ zł}$$

Przedsiębiorstwo osiągnie wieloasortymentowy próg rentowności przy przychodach 277 777,8 zł.

## 10.2. Wartość oczekiwana wartości zdyskontowanej netto

**Wartość oczekiwana EV (A)** – jest średnią ważoną wszystkich możliwych wyników projektu, przy czym wagami dla poszczególnych wariantów są prawdopodobieństwa ich wystąpienia.

Procedura obliczania wartości oczekiwanej przedstawia się następująco:

1. Oszacowanie wartości zdyskontowanej netto przepływów gotówki dla poszczególnych wariantów zamierzeń inwestycyjnych.
2. Ustalenie prawdopodobieństwa uzyskania poszczególnych wariantów NPV.
3. Obliczanie wartości oczekiwanej wartości zdyskontowanej netto mnożąc wartości NPV przez prawdopodobieństwa ich uzyskania.

Obliczając wartość oczekiwaną projektu analizuje się również stopień ryzyka z nim związanego. Wykorzystuje się wówczas metodę odchylenia standardowego. Procedura obliczania jest następująca:

1. Obliczanie różnicy między każdym z możliwych rzeczywistych wyników NPV a wartością oczekiwaną EV;
2. Podniesienie każdej z tak otrzymanych różnic do kwadratu i pomnożenie wyniku przez prawdopodobieństwo zdarzenia;
3. Dodanie do siebie otrzymanych wartości; wynikiem jest wariancja;
4. Pierwiastkowanie wariancji; wynikiem jest wartość odchylenia standardowego.

Wartość odchylenia standardowego może posłużyć do obliczenia ryzyka projektu, w sytuacji, gdy jest ich kilka. W tym celu obliczamy tzw. **współczynnik zmienności**. Jest on równy odchyleniu standardowemu podzielonemu przez wartość oczekiwaną projektu. Im większa wartość współczynnika zmienności, tym większe ryzyko jego realizacji.

### Przykład 10.3.

Przedsiębiorstwo rozpatruje zakup maszyny o wartości 700 tys. zł. Przychody netto z produkcji i sprzedaży produktu wytwarzanego za jej pomocą wyniosą 220 tys. zł rocznie. Istnieje jednak ryzyko dotyczące czasu pracy maszyny. Według badań, realizowanych dla próby 500 maszyn, maksymalny czas ich pracy jest następujący:

| Lata pracy | Liczba maszyn |
|------------|---------------|
| 2          | 40            |
| 3          | 50            |
| 4          | 80            |
| 5          | 100           |
| 6          | 150           |
| 7          | 60            |
| 8          | 20            |

Zakładana stopa dyskontowa projektu wynosi 12%. Czy przedsiębiorstwo powinno zakupić maszynę?

Wartość zaktualizowana netto dla każdego roku działania maszyny:

| Rok | Przychód | Dyskonto | Wartość początkowa przychodu | Skumulowana wartość początkowa przychodu | NPV       |
|-----|----------|----------|------------------------------|--|-----------|
| 1   | 220 000  | 0,9091   | 200 002                      | 200 002                                  | - 499 998 |
| 2   | 220 000  | 0,8264   | 181 808                      | 381 810                                  | - 318 190 |
| 3   | 220 000  | 0,7513   | 165 286                      | 547 096                                  | - 152 904 |
| 4   | 220 000  | 0,6830   | 150 260                      | 697 356                                  | - 2644    |
| 5   | 220 000  | 0,6209   | 136 598                      | 833 954                                  | 133 954   |
| 6   | 220 000  | 0,5645   | 124 190                      | 958 144                                  | 258 144   |
| 7   | 220 000  | 0,5132   | 112 904                      | 1 071 048                                | 371 048   |
| 8   | 220 000  | 0,4665   | 102 630                      | 1 173 678                                | 473 678   |

Według warunków zadania rozwiązanie dla roku 1 jest niemożliwe, gdyż maszyna może pracować minimum 2 lata.

Następnie ustal się oczekiwaną wartość NPV. W tym celu oblicza się sumę kolejnych iloczynów wartości NPV i prawdopodobieństw ich wystąpienia.

| NPV          | Lata pracy maszyny | Liczba maszyn w próbie | Prawdopodobieństwo | Wartość oczekiwana NPV |
|--------------|--------------------|------------------------|--------------------|------------------------|
| - 318 190    | 2                  | 40                     | $40/500 = 0,08$    | - 25 455,2             |
| - 152 904    | 3                  | 50                     | $50/500 = 0,10$    | - 15 290,4             |
| - 2 644      | 4                  | 80                     | $80/500 = 0,16$    | - 423,04               |
| 133 954      | 5                  | 100                    | $100/500 = 0,20$   | 26 790,8               |
| 258 144      | 6                  | 150                    | $150/500 = 0,30$   | 77 443,2               |
| 371 048      | 7                  | 60                     | $60/500 = 0,12$    | 44 525,76              |
| 473 678      | 8                  | 20                     | $20/500 = 0,04$    | 18 947,12              |
| <b>RAZEM</b> |                    | 500                    | 1,00               | <b>EV = 126 538,24</b> |

Wartość oczekiwana wynosi  $EV = 126 538,24$ . Należy pamiętać, że inwestycja może charakteryzować się jedną z siedmiu wartości NPV. Niekoniecznie musi być to wartość oczekiwana. Projekt może zostać zrealizowany, gdyż wartość oczekiwana jest większa od zera.

Przy szacowaniu wartości bieżącej należy również określić poziom ryzyka projektu. Do tego celu oblicza się odchylenie standardowe, które jest miarą błędzi związanego z oceną wartości oczekiwanej.

Do obliczeń należy wykorzystać procedurę z punktu 10.2:

1) różnica między NPV i EV dla każdego z wariantów:

| Czas pracy | NPV        | NPV - EV     |
|------------|------------|--------------|
| 2          | - 25 455,2 | - 151 993,44 |
| 3          | - 15 290,4 | - 141 828,64 |
| 4          | - 423,04   | - 126 961,28 |
| 5          | 26 790,8   | - 99 747,44  |
| 6          | 77 443,2   | - 49 095,04  |
| 6          | 44 525,76  | - 82 012,48  |
| 7          | 18 947,12  | - 107 591,12 |

- 2) każdą z otrzymanych różnic podniesiono do kwadratu i pomnożono przez prawdopodobieństwo zdarzenia:

| Czas pracy | Prawdopodobieństwo (p) | NPV – EV     | (NPV – EV) <sup>2</sup> ·p |
|------------|------------------------|--------------|----------------------------|
| 2          | 0,08                   | – 151 993,44 | 1 848 160 464,24           |
| 3          | 0,10                   | – 141 828,64 | 1 848 160 464,24           |
| 4          | 0,16                   | – 126 961,28 | 2 579 066 659,08           |
| 5          | 0,20                   | – 99 747,44  | 1 989 910 357,31           |
| 6          | 0,30                   | – 49 095,04  | 723 096 885,78             |
| 6          | 0,12                   | – 82 012,48  | 807 125 625,09             |
| 7          | 0,04                   | – 107 591,12 | 463 033 964,11             |

- 3) wariancja w tym przypadku wyniesie: 10 421 930 268,04;

- 4) odchylenie standardowe: 102 087,86.

Korzyści z obliczenia odchylenia standardowego są lepiej widoczne, gdy NPV zmienia się w sposób ciągły. Gdy możliwe do uzyskania wartości NPV mają rozkład normalny, można wykorzystać odchylenie standardowe do wyznaczenia prawdopodobieństwa zajścia różnych rozwiązań i uzyskania różnych wartości NPV.

- 5) Obliczyć też można współczynnik zmienności, który wynosi:

$$W_z = \frac{102.087,86}{126.538,24} = 0,81$$

Im większy poziom współczynnika zmienności, tym większe ryzyko związane z realizacją danego projektu. Pozwala to na ustalenie rankingu projektów (rachunek względny).

### 10.3. Metody operacyjne

Służą do podejmowania decyzji optymalnych z punktu widzenia realizacji inwestycji. Wykorzystuje się je, gdy istnieje konieczność koordynacji dużej liczby czynników pozwalających osiągnąć określony cel, przy założeniu ich optymalnego układu. Należy zwrócić szczególną uwagę na **strategię gier**, pozwalającą na wybór optymalnej strategii inwestowania. Umożliwia ona poznanie finansowych skutków poszczególnych wariantów decyzji inwestycyjnych.

Strategia gier w podejmowaniu decyzji inwestycyjnych znajduje zastosowanie w warunkach krańcowo niekorzystnych:

- podjęcie wiążących i nieodwracalnych decyzji inwestycyjnych, związanych ze stosunkowo wysokimi nakładami;
- nadmierne nasilenie konkurencji w otoczeniu danego projektu.

Sposób postępowania przy zastosowaniu strategii gier jest następujący:

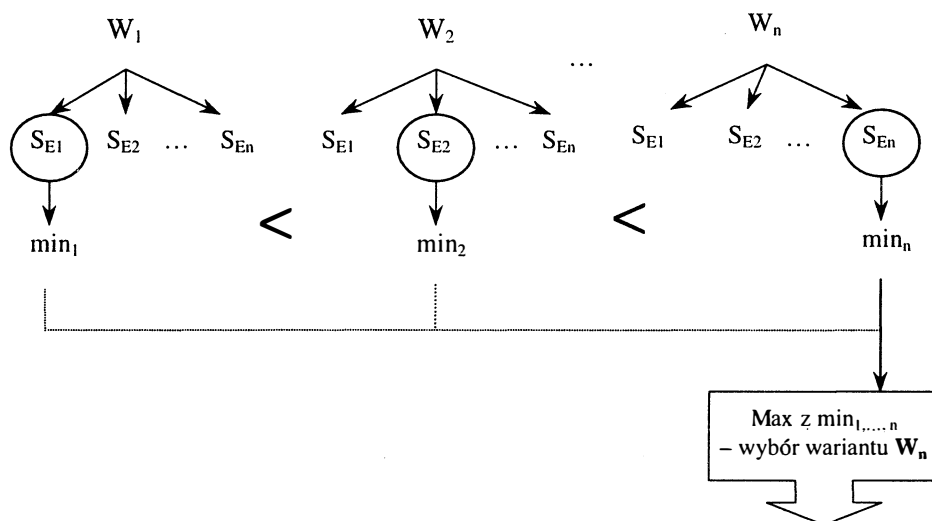
- a) obliczenie wskaźników efektywności dla wszystkich analizowanych wariantów;
- b) każdy wariant powinien mieć kilka scenariuszy charakteryzujących się inną kombinacją czynników niepewnych;

c) opracowanie decyzji inwestycyjnej opartej na zasadzie maksimum lub minimum.

Ujawnienie takich niekorzystnych warunków zmusza inwestora do opracowania scenariuszy decyzji inwestycyjnych. Szczególne znaczenie mają scenariusze o charakterze pesymistycznym, gdyż pozwalają na tworzenie strategii inwestycyjnej opartej na najgorszych warunkach inwestowania. Najbardziej użyteczne do ich tworzenia są zasady **maksyminu** i **minimumu**.

### FORMUŁA MAKSYMINU

- wybór dla każdego wariantu takiego scenariusza, który charakteryzuje się najmniej korzystnymi wskaźnikami efektywności (najniższy ich poziom);
- wybór wariantu charakteryzującego się najwyższym poziomem spośród tych najniższych wskaźników.

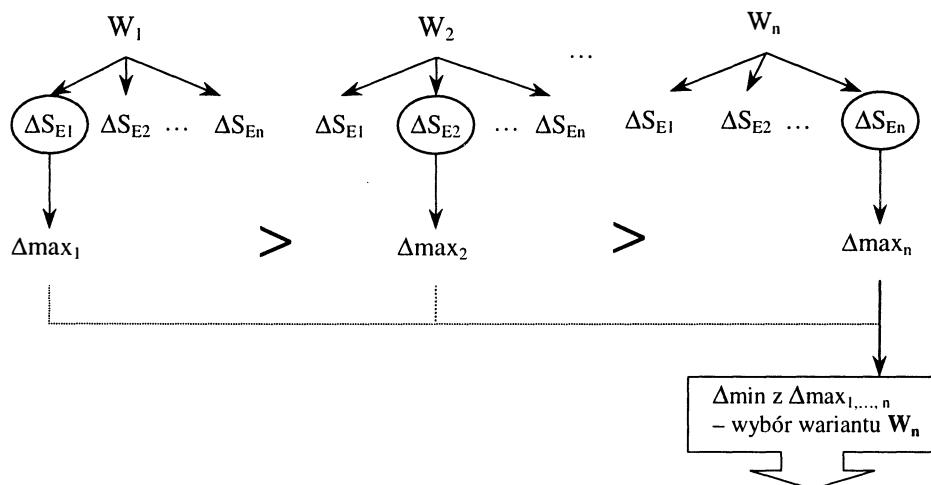


**Rys. 10.2.** Proces decyzji inwestycyjnych według formuły maksimumu

Źródło: T. Gostkowska-Drzewicka (red.), *Projekty inwestycyjne*, ODDK, Gdańsk 1996, s. 202.

### FORMUŁA MINIMAKSU

- dla każdego scenariusza ustala się, który z wariantów charakteryzuje się najlepszym wskaźnikiem efektywności;
- **oblicza się różnicę między wskaźnikiem efektywności najlepszego wariantu a wskaźnikami efektywności dla poszczególnych scenariuszy;**
- dla każdego wariantu jest wybierany taki scenariusz, który charakteryzuje się największą różnicą efektywności;
- wybiera się wariant wykazujący najmniejszą z wcześniej analizowanych różnic.



**Rys. 10.3.** Proces decyzji inwestycyjnych według formuły minimaksu

Źródło: T. Gostkowska-Drzewicka (red.), op. cit., s. 203.

Zostaje wybrany wariant, który w razie faktycznej realizacji niewłaściwego scenariusza spowoduje minimalną stratę w porównaniu z wariantem, który byłby najkorzystniejszy przy tymże scenariuszu.

## Zadania

**10.1.** Firma „Y” sprzedaje płyn do kąpieli, którego cena sprzedaży wynosi 1,25 zł. Koszty, jakie ponosi firma:

- koszty związane z zakupem płynu – 0,6 zł;
- koszty transportu – 500 zł/miesiąc;
- koszty składowania – 500 zł/miesiąc;
- podatki i opłaty – 800 zł/miesiąc.

Ile butelek płynu do kąpieli musi sprzedać firma w ciągu miesiąca, aby nie ponieść strat?

Jaka powinna być wartość i rozmiary sprzedaży, aby osiągnąć zysk 1200 zł miesięcznie?

**10.2.** Przedsiębiorstwo oferuje klientom jeden towar. Ile wynosi:

- ilościowy próg rentowności, gdy cena towaru wynosi 720 zł, jednostkowy koszt zmienny 270 zł, a koszty stałe 1080 tys. zł;
- wartościowy próg rentowności;
- jednostkowy koszt zmienny, jeżeli osiągając próg rentowności sprzedaż wyniesie 2,5 tys. sztuk; koszty stałe wynoszą 1100 tys. zł, a cena towaru 730 zł;
- zysk, gdy sprzedaż wyniesie 3000 sztuk przy założeniach z punktu 1?

**10.3.** Przedsiębiorstwo wytwarza jeden produkt „X”. Dane dotyczące kosztów, ceny sprzedaży i wielkości sprzedaży są następujące:

|                           |            |
|---------------------------|------------|
| Jednostkowy koszt zmienny | 10 zł/szt. |
| Koszty stałe              | 60 000 zł  |
| Cena sprzedaży            | 20 zł      |
| Wielkość sprzedaży        | 8000 szt.  |

- ustalić próg rentowności w ujęciu ilościowym i wartościowym;
- zysk przy sprzedaży 8000 sztuk produktu „X”;
- ile wyrobów trzeba sprzedać, aby osiągnąć 30 000 zł zysku?
- jaki zysk osiągnie firma obniżając koszty zmienne o 10%, a koszty stałe o 10 000 zł?
- o ile należy podnieść cenę, aby osiągnąć 30 000 zł zysku (przy danych wyjściowych)?

**10.4.** Przedsiębiorstwo „X” ponosi koszty stałe w kwocie 245 tys. zł rocznie. Przeciętna cena produktu wynosi 10 zł, koszty zmienne na jednego klienta 0,2 zł. Oblicz:

- ilościowy i wartościowy próg rentowności;
- zysk, jeżeli sprzedaż dzienna dwukrotnie przewyższy próg rentowności;
- zysk, jeżeli liczba sprzedanych produktów wyniesie 80 000;
- marginesy bezpieczeństwa oraz poziomy graniczne kosztów i cen.

**10.5.** Przedsiębiorstwo produkuje dobra X, Y i Z. Cena sprzedaży tych produktów wynosi odpowiednio:  $p_x = 4$  zł,  $p_y = 3,20$  zł i  $p_z = 2,40$  zł. Jednostkowe koszty jednostkowe zmienne wyniosą:  $kz_x = 1,90$  zł,  $kz_y = 1,20$  zł oraz  $kz_z = 0,80$  zł. Koszty stałe produkcji wyniosą w tym okresie 640 000 zł. Oblicz ilościowy i wartościowy próg rentowności.

**10.6.** Przedsiębiorstwo rozpatruje zakup maszyny za 200 tys. zł. Przychody netto ze sprzedaży produktu wytwarzanego za jej pomocą wyniosą 80 tys. zł rocznie. Istnieje jednak ryzyko dotyczące czasu pracy maszyny. Według opublikowanego rankingu danych statystycznych maksymalny czas pracy maszyny (dla próby 200 maszyn) jest następujący:

| Lata pracy | Liczba maszyn |
|------------|---------------|
| 4          | 40            |
| 5          | 50            |
| 6          | 50            |
| 7          | 40            |
| 8          | 20            |

Stopa dyskontowa wynosi 16%. Czy przedsiębiorstwo powinno zakupić maszynę? Oblicz odchylenie standardowe.



- a) założmy, że przedsiębiorstwo ma do wyboru dwie oferty zakupu tejże maszyny; pierwsza charakteryzuje się danymi z punktu pierwszego, natomiast druga jest następująca:

Cena maszyny – 150 000 zł; przychody netto ze sprzedaży produktu wytwarzanego za jej pomocą wyniosą 65 000 zł rocznie; maksymalny czas pracy maszyny (dla próby 400 maszyn) jest następujący:

| Lata pracy | Liczba maszyn |
|------------|---------------|
| 2          | 80            |
| 3          | 100           |
| 4          | 80            |
| 5          | 100           |
| 6          | 40            |

Który z wariantów jest korzystniejszy, gdy kryterium jest współczynnik zmienności?

**10.7.** Przedsiębiorstwo, w celu zminimalizowania ryzyka inwestycyjnego, rozpatruje dwa warianty zamierzenia uwzględniające wpływ tego czynnika. Oba projekty wymagają poniesienia nakładów inwestycyjnych w wysokości 400 tys. zł każdy. Dla każdego wariantu inwestycyjnego opracowano trzy możliwości przepływów pieniężnych netto, przypisując im określone prawdopodobieństwa (zob. tabela). Stopa procentowa wynosi 20%. Każdy wariant zostanie zrealizowany w ciągu jednego roku, a okres eksploatacji wyniesie 5 lat.

| Rok | Projekt X           |      |      |                    |     |     | Projekt Y           |      |      |                    |     |     |
|-----|---------------------|------|------|--------------------|-----|-----|---------------------|------|------|--------------------|-----|-----|
|     | przepływy (tys. zł) |      |      | prawdopodobieństwo |     |     | przepływy (tys. zł) |      |      | prawdopodobieństwo |     |     |
|     | 1                   | 2    | 3    | 1                  | 2   | 3   | 1                   | 2    | 3    | 1                  | 2   | 3   |
| 0   | -375                | -400 | -420 | 0,2                | 0,6 | 0,2 | -390                | -400 | -410 | 0,3                | 0,5 | 0,2 |
| 1   | 80                  | 100  | 115  | 0,3                | 0,5 | 0,2 | 70                  | 80   | 90   | 0,2                | 0,5 | 0,3 |
| 2   | 200                 | 250  | 290  | 0,2                | 0,4 | 0,4 | 180                 | 230  | 265  | 0,3                | 0,6 | 0,1 |
| 3   | 225                 | 275  | 315  | 0,3                | 0,4 | 0,3 | 200                 | 250  | 280  | 0,3                | 0,4 | 0,3 |
| 4   | 250                 | 300  | 350  | 0,2                | 0,6 | 0,2 | 250                 | 290  | 310  | 0,4                | 0,4 | 0,2 |
| 5   | 275                 | 315  | 370  | 0,2                | 0,4 | 0,4 | 270                 | 340  | 360  | 0,3                | 0,5 | 0,2 |

Który z wariantów powinien zostać przyjęty?



# Aneks



TABLICA 1. Współczynniki wzrostu wykładniczego  $w = (1 + r)^n$ 

| n \ r | 1%     | 2%     | 3%     | 4%     | 5%     | 6%     | 7%     | 8%     | 9%     | 10%    | 11%    | 12%    | 13%    | 14%    | 15%    | r \ n |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 1     | 1,0100 | 1,0200 | 1,0300 | 1,0400 | 1,0500 | 1,0600 | 1,0700 | 1,0800 | 1,0900 | 1,1000 | 1,1100 | 1,1200 | 1,1300 | 1,1400 | 1,1500 | 1     |
| 2     | 1,0201 | 1,0404 | 1,0609 | 1,0816 | 1,1025 | 1,1236 | 1,1449 | 1,1664 | 1,1881 | 1,2100 | 1,2321 | 1,2544 | 1,2769 | 1,2996 | 1,3225 | 2     |
| 3     | 1,0303 | 1,0612 | 1,0927 | 1,1249 | 1,1576 | 1,1910 | 1,2250 | 1,2597 | 1,2950 | 1,3310 | 1,3676 | 1,4049 | 1,4429 | 1,4815 | 1,5209 | 3     |
| 4     | 1,0406 | 1,0824 | 1,1255 | 1,1699 | 1,2155 | 1,2625 | 1,3108 | 1,3605 | 1,4116 | 1,4641 | 1,5181 | 1,5735 | 1,6305 | 1,6890 | 1,7490 | 4     |
| 5     | 1,0510 | 1,1041 | 1,1593 | 1,2167 | 1,2763 | 1,3382 | 1,4026 | 1,4693 | 1,5386 | 1,6105 | 1,6851 | 1,7623 | 1,8424 | 1,9254 | 2,0114 | 5     |
| 6     | 1,0615 | 1,1262 | 1,1941 | 1,2653 | 1,3401 | 1,4185 | 1,5007 | 1,5869 | 1,6771 | 1,7716 | 1,8704 | 1,9738 | 2,0820 | 2,1950 | 2,3131 | 6     |
| 7     | 1,0721 | 1,1487 | 1,2299 | 1,3159 | 1,4071 | 1,5036 | 1,6058 | 1,7138 | 1,8280 | 1,9487 | 2,0762 | 2,2107 | 2,3526 | 2,5023 | 2,6600 | 7     |
| 8     | 1,0829 | 1,1717 | 1,2668 | 1,3686 | 1,4775 | 1,5938 | 1,7182 | 1,8509 | 1,9926 | 2,1436 | 2,3045 | 2,4760 | 2,6584 | 2,8526 | 3,0590 | 8     |
| 9     | 1,0937 | 1,1951 | 1,3048 | 1,4233 | 1,5513 | 1,6895 | 1,8385 | 1,9990 | 2,1719 | 2,3579 | 2,5580 | 2,7731 | 3,0040 | 3,2519 | 3,5179 | 9     |
| 10    | 1,1046 | 1,2190 | 1,3439 | 1,4802 | 1,6289 | 1,7908 | 1,9672 | 2,1589 | 2,3674 | 2,5937 | 2,8394 | 3,1058 | 3,3946 | 3,7072 | 4,0456 | 10    |
| 11    | 1,1157 | 1,2434 | 1,3842 | 1,5395 | 1,7103 | 1,8983 | 2,1049 | 2,3316 | 2,5804 | 2,8531 | 3,1518 | 3,4785 | 3,8359 | 4,2262 | 4,6524 | 11    |
| 12    | 1,1268 | 1,2682 | 1,4258 | 1,6010 | 1,7959 | 2,0122 | 2,2522 | 2,5182 | 2,8127 | 3,1384 | 3,4985 | 3,8960 | 4,3345 | 4,8179 | 5,3503 | 12    |
| 13    | 1,1381 | 1,2936 | 1,4685 | 1,6651 | 1,8856 | 2,1329 | 2,4098 | 2,7196 | 3,0658 | 3,4523 | 3,8833 | 4,3635 | 4,8980 | 5,4924 | 6,1528 | 13    |
| 14    | 1,1495 | 1,3195 | 1,5126 | 1,7317 | 1,9799 | 2,2609 | 2,5785 | 2,9372 | 3,3417 | 3,7975 | 4,3104 | 4,8871 | 5,5348 | 6,2613 | 7,0757 | 14    |
| 15    | 1,1610 | 1,3459 | 1,5580 | 1,8009 | 2,0789 | 2,3966 | 2,7590 | 3,1722 | 3,6425 | 4,1772 | 4,7846 | 5,4736 | 6,2543 | 7,1379 | 8,1371 | 15    |
| 16    | 1,1726 | 1,3728 | 1,6047 | 1,8730 | 2,1829 | 2,5404 | 2,9522 | 3,4259 | 3,9703 | 4,5950 | 5,3109 | 6,1304 | 7,0673 | 8,1372 | 9,3576 | 16    |
| 17    | 1,1843 | 1,4002 | 1,6528 | 1,9479 | 2,2920 | 2,6928 | 3,1588 | 3,7000 | 4,3276 | 5,0545 | 5,8951 | 6,8660 | 7,9861 | 9,2765 | 10,761 | 17    |
| 18    | 1,1961 | 1,4282 | 1,7024 | 2,0258 | 2,4066 | 2,8543 | 3,3799 | 3,9960 | 4,7171 | 5,5599 | 6,5436 | 7,6900 | 9,0243 | 10,575 | 12,375 | 18    |
| 19    | 1,2081 | 1,4568 | 1,7535 | 2,1068 | 2,5270 | 3,0256 | 3,6165 | 4,3157 | 5,1417 | 6,1159 | 7,2633 | 8,6128 | 10,197 | 12,056 | 14,232 | 19    |
| 20    | 1,2202 | 1,4859 | 1,8061 | 2,1911 | 2,6533 | 3,2071 | 3,8697 | 4,6610 | 5,6044 | 6,7275 | 8,0623 | 9,6463 | 11,523 | 13,743 | 16,367 | 20    |
| n \ r | 1%     | 2%     | 3%     | 4%     | 5%     | 6%     | 7%     | 8%     | 9%     | 10%    | 11%    | 12%    | 13%    | 14%    | 15%    | r \ n |

TABLICA 1. cd.

| n \ r | 16%    | 17%    | 18%    | 19%    | 20%    | 21%    | 22%    | 23%    | 24%    | 25%    | 26%    | 27%    | 28%    | 29%    | 30%    | r \ n |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 1     | 1,1600 | 1,1700 | 1,1800 | 1,1900 | 1,2000 | 1,2100 | 1,2200 | 1,2300 | 1,2400 | 1,2500 | 1,2600 | 1,2700 | 1,2800 | 1,2900 | 1,3000 | 1     |
| 2     | 1,3456 | 1,3689 | 1,3924 | 1,4161 | 1,4400 | 1,4641 | 1,4884 | 1,5129 | 1,5376 | 1,5625 | 1,5876 | 1,6129 | 1,6384 | 1,6641 | 1,6900 | 2     |
| 3     | 1,5609 | 1,6016 | 1,6430 | 1,6852 | 1,7280 | 1,7716 | 1,8158 | 1,8609 | 1,9066 | 1,9531 | 2,0004 | 2,0484 | 2,0972 | 2,1467 | 2,1970 | 3     |
| 4     | 1,8106 | 1,8739 | 1,9388 | 2,0053 | 2,0736 | 2,1436 | 2,2153 | 2,2889 | 2,3642 | 2,4414 | 2,5205 | 2,6014 | 2,6844 | 2,7692 | 2,8561 | 4     |
| 5     | 2,1003 | 2,1924 | 2,2878 | 2,3864 | 2,4883 | 2,5937 | 2,7027 | 2,8153 | 2,9316 | 3,0518 | 3,1758 | 3,3038 | 3,4360 | 3,5723 | 3,7129 | 5     |
| 6     | 2,4364 | 2,5652 | 2,6996 | 2,8398 | 2,9860 | 3,1384 | 3,2973 | 3,4628 | 3,6352 | 3,8147 | 4,0015 | 4,1959 | 4,3980 | 4,6083 | 4,8268 | 6     |
| 7     | 2,8262 | 3,0012 | 3,1855 | 3,3793 | 3,5832 | 3,7975 | 4,0227 | 4,2593 | 4,5077 | 4,7684 | 5,0419 | 5,3288 | 5,6295 | 5,9447 | 6,2749 | 7     |
| 8     | 3,2784 | 3,5115 | 3,7589 | 4,0214 | 4,2998 | 4,5950 | 4,9077 | 5,2389 | 5,5895 | 5,9605 | 6,3528 | 6,7675 | 7,2058 | 7,6686 | 8,1573 | 8     |
| 9     | 3,8030 | 4,1084 | 4,4355 | 4,7854 | 5,1598 | 5,5599 | 5,9874 | 6,4439 | 6,9310 | 7,4506 | 8,0045 | 8,5948 | 9,2234 | 9,8925 | 10,604 | 9     |
| 10    | 4,4114 | 4,8068 | 5,2338 | 5,6947 | 6,1917 | 6,7275 | 7,3046 | 7,9259 | 8,5944 | 9,3132 | 10,086 | 10,915 | 11,806 | 12,761 | 13,786 | 10    |
| 11    | 5,1173 | 5,6240 | 6,1759 | 6,7767 | 7,4301 | 8,1403 | 8,9117 | 9,7489 | 10,657 | 11,642 | 12,708 | 13,862 | 15,112 | 16,462 | 17,922 | 11    |
| 12    | 5,9360 | 6,5801 | 7,2876 | 8,0642 | 8,9161 | 9,8497 | 10,872 | 11,991 | 13,215 | 14,552 | 16,012 | 17,605 | 19,343 | 21,236 | 23,298 | 12    |
| 13    | 6,8858 | 7,6987 | 8,5994 | 9,5964 | 10,699 | 11,918 | 13,264 | 14,749 | 16,386 | 18,190 | 20,175 | 22,359 | 24,759 | 27,395 | 30,288 | 13    |
| 14    | 7,9875 | 9,0075 | 10,147 | 11,420 | 12,839 | 14,421 | 16,182 | 18,141 | 20,319 | 22,737 | 25,421 | 28,396 | 31,691 | 35,339 | 39,374 | 14    |
| 15    | 9,2655 | 10,539 | 11,974 | 13,590 | 15,407 | 17,449 | 19,742 | 22,314 | 25,196 | 28,422 | 32,030 | 36,062 | 40,565 | 45,587 | 51,186 | 15    |
| 16    | 10,748 | 12,330 | 14,129 | 16,172 | 18,488 | 21,114 | 24,086 | 27,446 | 31,243 | 35,527 | 40,358 | 45,799 | 51,923 | 58,808 | 66,542 | 16    |
| 17    | 12,468 | 14,426 | 16,672 | 19,244 | 22,186 | 25,548 | 29,384 | 33,759 | 38,741 | 44,409 | 50,851 | 58,165 | 66,461 | 75,862 | 86,504 | 17    |
| 18    | 14,463 | 16,879 | 19,673 | 22,901 | 26,623 | 30,913 | 35,849 | 41,523 | 48,039 | 55,511 | 64,072 | 73,870 | 85,071 | 97,862 | 112,46 | 18    |
| 19    | 16,777 | 19,748 | 23,214 | 27,252 | 31,948 | 37,404 | 43,736 | 51,074 | 59,568 | 69,389 | 80,731 | 93,815 | 108,89 | 126,24 | 146,19 | 19    |
| 20    | 19,461 | 23,106 | 27,393 | 32,429 | 38,338 | 45,259 | 53,358 | 62,821 | 73,864 | 86,736 | 101,72 | 119,14 | 139,38 | 162,85 | 190,05 | 20    |
| n \ r | 16%    | 17%    | 18%    | 19%    | 20%    | 21%    | 22%    | 23%    | 24%    | 25%    | 26%    | 27%    | 28%    | 29%    | 30%    | r \ n |

**TABLICA 2.** Współczynniki dyskontujące  $d = \frac{1}{(1+r)^n}$

| n \ r | 1%     | 2%     | 3%     | 4%     | 5%     | 6%     | 7%     | 8%     | 9%     | 10%    | 11%    | 12%    | 13%    | 14%    | 15%    | r \ n |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 1     | 0,9901 | 0,9804 | 0,9709 | 0,9615 | 0,9524 | 0,9434 | 0,9346 | 0,9259 | 0,9174 | 0,9091 | 0,9009 | 0,8929 | 0,8850 | 0,8772 | 0,8696 | 1     |
| 2     | 0,9803 | 0,9612 | 0,9426 | 0,9246 | 0,9070 | 0,8900 | 0,8734 | 0,8573 | 0,8417 | 0,8264 | 0,8116 | 0,7972 | 0,7831 | 0,7695 | 0,7561 | 2     |
| 3     | 0,9706 | 0,9423 | 0,9151 | 0,8890 | 0,8638 | 0,8396 | 0,8163 | 0,7938 | 0,7722 | 0,7513 | 0,7312 | 0,7118 | 0,6931 | 0,6750 | 0,6575 | 3     |
| 4     | 0,9610 | 0,9238 | 0,8885 | 0,8548 | 0,8227 | 0,7921 | 0,7629 | 0,7350 | 0,7084 | 0,6830 | 0,6587 | 0,6355 | 0,6133 | 0,5921 | 0,5718 | 4     |
| 5     | 0,9515 | 0,9057 | 0,8626 | 0,8219 | 0,7835 | 0,7473 | 0,7130 | 0,6806 | 0,6499 | 0,6209 | 0,5935 | 0,5674 | 0,5428 | 0,5194 | 0,4972 | 5     |
| 6     | 0,9420 | 0,8880 | 0,8375 | 0,7903 | 0,7462 | 0,7050 | 0,6663 | 0,6302 | 0,5963 | 0,5645 | 0,5346 | 0,5066 | 0,4803 | 0,4556 | 0,4323 | 6     |
| 7     | 0,9327 | 0,8706 | 0,8131 | 0,7599 | 0,7107 | 0,6651 | 0,6227 | 0,5835 | 0,5470 | 0,5132 | 0,4817 | 0,4523 | 0,4251 | 0,3996 | 0,3759 | 7     |
| 8     | 0,9235 | 0,8535 | 0,7894 | 0,7307 | 0,6768 | 0,6274 | 0,5820 | 0,5403 | 0,5019 | 0,4665 | 0,4339 | 0,4039 | 0,3762 | 0,3506 | 0,3269 | 8     |
| 9     | 0,9143 | 0,8368 | 0,7664 | 0,7026 | 0,6446 | 0,5919 | 0,5439 | 0,5002 | 0,4604 | 0,4241 | 0,3909 | 0,3606 | 0,3329 | 0,3075 | 0,2843 | 9     |
| 10    | 0,9053 | 0,8203 | 0,7441 | 0,6756 | 0,6139 | 0,5584 | 0,5083 | 0,4632 | 0,4224 | 0,3855 | 0,3522 | 0,3220 | 0,2946 | 0,2697 | 0,2472 | 10    |
| 11    | 0,8963 | 0,8043 | 0,7224 | 0,6496 | 0,5847 | 0,5268 | 0,4751 | 0,4289 | 0,3875 | 0,3505 | 0,3173 | 0,2875 | 0,2607 | 0,2366 | 0,2149 | 11    |
| 12    | 0,8874 | 0,7885 | 0,7014 | 0,6246 | 0,5568 | 0,4970 | 0,4440 | 0,3971 | 0,3555 | 0,3186 | 0,2858 | 0,2567 | 0,2307 | 0,2076 | 0,1869 | 12    |
| 13    | 0,8787 | 0,7730 | 0,6810 | 0,6006 | 0,5303 | 0,4688 | 0,4150 | 0,3677 | 0,3262 | 0,2897 | 0,2575 | 0,2292 | 0,2042 | 0,1821 | 0,1625 | 13    |
| 14    | 0,8700 | 0,7579 | 0,6611 | 0,5775 | 0,5051 | 0,4423 | 0,3878 | 0,3405 | 0,2992 | 0,2633 | 0,2320 | 0,2046 | 0,1807 | 0,1597 | 0,1413 | 14    |
| 15    | 0,8613 | 0,7430 | 0,6419 | 0,5553 | 0,4810 | 0,4173 | 0,3624 | 0,3152 | 0,2745 | 0,2394 | 0,2090 | 0,1827 | 0,1599 | 0,1401 | 0,1229 | 15    |
| 16    | 0,8528 | 0,7284 | 0,6232 | 0,5339 | 0,4581 | 0,3936 | 0,3387 | 0,2919 | 0,2519 | 0,2176 | 0,1883 | 0,1631 | 0,1415 | 0,1229 | 0,1069 | 16    |
| 17    | 0,8444 | 0,7142 | 0,6050 | 0,5134 | 0,4363 | 0,3714 | 0,3166 | 0,2703 | 0,2311 | 0,1978 | 0,1696 | 0,1456 | 0,1252 | 0,1078 | 0,0929 | 17    |
| 18    | 0,8360 | 0,7002 | 0,5874 | 0,4936 | 0,4155 | 0,3503 | 0,2959 | 0,2502 | 0,2120 | 0,1799 | 0,1528 | 0,1300 | 0,1108 | 0,0946 | 0,0808 | 18    |
| 19    | 0,8277 | 0,6864 | 0,5703 | 0,4746 | 0,3957 | 0,3305 | 0,2765 | 0,2317 | 0,1945 | 0,1635 | 0,1377 | 0,1161 | 0,0981 | 0,0829 | 0,0703 | 19    |
| 20    | 0,8195 | 0,6730 | 0,5537 | 0,4564 | 0,3769 | 0,3118 | 0,2584 | 0,2145 | 0,1784 | 0,1486 | 0,1240 | 0,1037 | 0,0868 | 0,0728 | 0,0611 | 20    |
| n \ r | 1%     | 2%     | 3%     | 4%     | 5%     | 6%     | 7%     | 8%     | 9%     | 10%    | 11%    | 12%    | 13%    | 14%    | 15%    | r \ n |

Podstawy rachunku efektywności inwestycji

TABLICA 2. cd.

| n \ r | 16%    | 17%    | 18%    | 19%    | 20%    | 21%    | 22%    | 23%    | 24%    | 25%    | 26%    | 27%    | 28%    | 29%    | 30%    | r \ n |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 1     | 0,8621 | 0,8547 | 0,8475 | 0,8403 | 0,8333 | 0,8264 | 0,8197 | 0,8130 | 0,8065 | 0,8000 | 0,7937 | 0,7874 | 0,7813 | 0,7752 | 0,7692 | 1     |
| 2     | 0,7432 | 0,7305 | 0,7182 | 0,7062 | 0,6944 | 0,6830 | 0,6719 | 0,6610 | 0,6504 | 0,6400 | 0,6299 | 0,6200 | 0,6104 | 0,6009 | 0,5917 | 2     |
| 3     | 0,6407 | 0,6244 | 0,6086 | 0,5934 | 0,5787 | 0,5645 | 0,5507 | 0,5374 | 0,5245 | 0,5120 | 0,4999 | 0,4882 | 0,4768 | 0,4658 | 0,4552 | 3     |
| 4     | 0,5523 | 0,5337 | 0,5158 | 0,4987 | 0,4823 | 0,4665 | 0,4514 | 0,4369 | 0,4230 | 0,4096 | 0,3968 | 0,3844 | 0,3725 | 0,3611 | 0,3501 | 4     |
| 5     | 0,4761 | 0,4561 | 0,4371 | 0,4190 | 0,4019 | 0,3855 | 0,3700 | 0,3552 | 0,3411 | 0,3277 | 0,3149 | 0,3027 | 0,2910 | 0,2799 | 0,2693 | 5     |
| 6     | 0,4104 | 0,3898 | 0,3704 | 0,3521 | 0,3349 | 0,3186 | 0,3033 | 0,2888 | 0,2751 | 0,2621 | 0,2499 | 0,2383 | 0,2274 | 0,2170 | 0,2072 | 6     |
| 7     | 0,3538 | 0,3332 | 0,3139 | 0,2959 | 0,2791 | 0,2633 | 0,2486 | 0,2348 | 0,2218 | 0,2097 | 0,1983 | 0,1877 | 0,1776 | 0,1682 | 0,1594 | 7     |
| 8     | 0,3050 | 0,2848 | 0,2660 | 0,2487 | 0,2326 | 0,2176 | 0,2038 | 0,1909 | 0,1789 | 0,1678 | 0,1574 | 0,1478 | 0,1388 | 0,1304 | 0,1226 | 8     |
| 9     | 0,2630 | 0,2434 | 0,2255 | 0,2090 | 0,1938 | 0,1799 | 0,1670 | 0,1552 | 0,1443 | 0,1342 | 0,1249 | 0,1164 | 0,1084 | 0,1011 | 0,0943 | 9     |
| 10    | 0,2267 | 0,2080 | 0,1911 | 0,1756 | 0,1615 | 0,1486 | 0,1369 | 0,1262 | 0,1164 | 0,1074 | 0,0992 | 0,0916 | 0,0847 | 0,0784 | 0,0725 | 10    |
| 11    | 0,1954 | 0,1778 | 0,1619 | 0,1476 | 0,1346 | 0,1228 | 0,1122 | 0,1026 | 0,0938 | 0,0859 | 0,0787 | 0,0721 | 0,0662 | 0,0607 | 0,0558 | 11    |
| 12    | 0,1685 | 0,1520 | 0,1372 | 0,1240 | 0,1122 | 0,1015 | 0,0920 | 0,0834 | 0,0757 | 0,0687 | 0,0625 | 0,0568 | 0,0517 | 0,0471 | 0,0429 | 12    |
| 13    | 0,1452 | 0,1299 | 0,1163 | 0,1042 | 0,0935 | 0,0839 | 0,0754 | 0,0678 | 0,0610 | 0,0550 | 0,0496 | 0,0447 | 0,0404 | 0,0365 | 0,0330 | 13    |
| 14    | 0,1252 | 0,1110 | 0,0985 | 0,0876 | 0,0779 | 0,0693 | 0,0618 | 0,0551 | 0,0492 | 0,0440 | 0,0393 | 0,0352 | 0,0316 | 0,0283 | 0,0254 | 14    |
| 15    | 0,1079 | 0,0949 | 0,0835 | 0,0736 | 0,0649 | 0,0573 | 0,0507 | 0,0448 | 0,0397 | 0,0352 | 0,0312 | 0,0277 | 0,0247 | 0,0219 | 0,0195 | 15    |
| 16    | 0,0930 | 0,0811 | 0,0708 | 0,0618 | 0,0541 | 0,0474 | 0,0415 | 0,0364 | 0,0320 | 0,0281 | 0,0248 | 0,0218 | 0,0193 | 0,0170 | 0,0150 | 16    |
| 17    | 0,0802 | 0,0693 | 0,0600 | 0,0520 | 0,0451 | 0,0391 | 0,0340 | 0,0296 | 0,0258 | 0,0225 | 0,0197 | 0,0172 | 0,0150 | 0,0132 | 0,0116 | 17    |
| 18    | 0,0691 | 0,0592 | 0,0508 | 0,0437 | 0,0376 | 0,0323 | 0,0279 | 0,0241 | 0,0208 | 0,0180 | 0,0156 | 0,0135 | 0,0118 | 0,0102 | 0,0089 | 18    |
| 19    | 0,0596 | 0,0506 | 0,0431 | 0,0367 | 0,0313 | 0,0267 | 0,0229 | 0,0196 | 0,0168 | 0,0144 | 0,0124 | 0,0107 | 0,0092 | 0,0079 | 0,0068 | 19    |
| 20    | 0,0514 | 0,0433 | 0,0365 | 0,0308 | 0,0261 | 0,0221 | 0,0187 | 0,0159 | 0,0135 | 0,0115 | 0,0098 | 0,0084 | 0,0072 | 0,0061 | 0,0053 | 20    |
| n \ r | 16%    | 17%    | 18%    | 19%    | 20%    | 21%    | 22%    | 23%    | 24%    | 25%    | 26%    | 27%    | 28%    | 29%    | 30%    | r \ n |



TABLICA 3. Współczynniki dyskontujące jednakowe efekty w czasie  $s = \frac{(1+r)^n - 1}{r(1+r)^n}$

| n \ r | 1%     | 2%     | 3%     | 4%     | 5%     | 6%     | 7%     | 8%     | 9%     | 10%    | 11%    | 12%    | 13%    | 14%    | 15%    | r \ n |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 1     | 0,9901 | 0,9804 | 0,9709 | 0,9615 | 0,9524 | 0,9434 | 0,9346 | 0,9259 | 0,9174 | 0,9091 | 0,9009 | 0,8929 | 0,8850 | 0,8772 | 0,8696 | 1     |
| 2     | 1,9704 | 1,9416 | 1,9135 | 1,8861 | 1,8594 | 1,8334 | 1,8080 | 1,7833 | 1,7591 | 1,7355 | 1,7125 | 1,6901 | 1,6681 | 1,6467 | 1,6257 | 2     |
| 3     | 2,9410 | 2,8839 | 2,8286 | 2,7751 | 2,7232 | 2,6730 | 2,6243 | 2,5771 | 2,5313 | 2,4869 | 2,4437 | 2,4018 | 2,3612 | 2,3216 | 2,2832 | 3     |
| 4     | 3,9020 | 3,8077 | 3,7171 | 3,6299 | 3,5460 | 3,4651 | 3,3872 | 3,3121 | 3,2397 | 3,1699 | 3,1024 | 3,0373 | 2,9745 | 2,9137 | 2,8550 | 4     |
| 5     | 4,8534 | 4,7135 | 4,5797 | 4,4518 | 4,3295 | 4,2124 | 4,1002 | 3,9927 | 3,8897 | 3,7908 | 3,6959 | 3,6048 | 3,5172 | 3,4331 | 3,3522 | 5     |
| 6     | 5,7955 | 5,6014 | 5,4172 | 5,2421 | 5,0757 | 4,9173 | 4,7665 | 4,6229 | 4,4859 | 4,3553 | 4,2305 | 4,1114 | 3,9975 | 3,8887 | 3,7845 | 6     |
| 7     | 6,7282 | 6,4720 | 6,2303 | 6,0021 | 5,7864 | 5,5824 | 5,3893 | 5,2064 | 5,0330 | 4,8684 | 4,7122 | 4,5638 | 4,4226 | 4,2883 | 4,1604 | 7     |
| 8     | 7,6517 | 7,3255 | 7,0197 | 6,7327 | 6,4632 | 6,2098 | 5,9713 | 5,7466 | 5,5348 | 5,3349 | 5,1461 | 4,9676 | 4,7988 | 4,6389 | 4,4873 | 8     |
| 9     | 8,5660 | 8,1622 | 7,7861 | 7,4353 | 7,1078 | 6,8017 | 6,5152 | 6,2469 | 5,9952 | 5,7590 | 5,5370 | 5,3282 | 5,1317 | 4,9464 | 4,7716 | 9     |
| 10    | 9,4713 | 8,9826 | 8,5302 | 8,1109 | 7,7217 | 7,3601 | 7,0236 | 6,7101 | 6,4177 | 6,1446 | 5,8892 | 5,6502 | 5,4262 | 5,2161 | 5,0188 | 10    |
| 11    | 10,368 | 9,7868 | 9,2526 | 8,7605 | 8,3064 | 7,8869 | 7,4987 | 7,1390 | 6,8052 | 6,4951 | 6,2065 | 5,9377 | 5,6869 | 5,4527 | 5,2337 | 11    |
| 12    | 11,255 | 10,575 | 9,9540 | 9,3851 | 8,8633 | 8,3838 | 7,9427 | 7,5361 | 7,1607 | 6,8137 | 6,4924 | 6,1944 | 5,9176 | 5,6603 | 5,4206 | 12    |
| 13    | 12,134 | 11,348 | 10,635 | 9,9856 | 9,3936 | 8,8527 | 8,3577 | 7,9038 | 7,4869 | 7,1034 | 6,7499 | 6,4235 | 6,1218 | 5,8424 | 5,5831 | 13    |
| 14    | 13,004 | 12,106 | 11,296 | 10,563 | 9,8986 | 9,2950 | 8,7455 | 8,2442 | 7,7862 | 7,3667 | 6,9819 | 6,6282 | 6,3025 | 6,0021 | 5,7245 | 14    |
| 15    | 13,865 | 12,849 | 11,938 | 11,118 | 10,380 | 9,7122 | 9,1079 | 8,5595 | 8,0607 | 7,6061 | 7,1909 | 6,8109 | 6,4624 | 6,1422 | 5,8474 | 15    |
| 16    | 14,718 | 13,578 | 12,561 | 11,652 | 10,838 | 10,106 | 9,4466 | 8,8514 | 8,3126 | 7,8237 | 7,3792 | 6,9740 | 6,6039 | 6,2651 | 5,9542 | 16    |
| 17    | 15,562 | 14,292 | 13,166 | 12,166 | 11,274 | 10,477 | 9,7632 | 9,1216 | 8,5436 | 8,0216 | 7,5488 | 7,1196 | 6,7291 | 6,3729 | 6,0472 | 17    |
| 18    | 16,398 | 14,992 | 13,754 | 12,659 | 11,690 | 10,828 | 10,059 | 9,3719 | 8,7556 | 8,2014 | 7,7016 | 7,2497 | 6,8399 | 6,4674 | 6,1280 | 18    |
| 19    | 17,226 | 15,678 | 14,324 | 13,134 | 12,085 | 11,158 | 10,336 | 9,6036 | 8,9501 | 8,3649 | 7,8393 | 7,3658 | 6,9380 | 6,5504 | 6,1982 | 19    |
| 20    | 18,046 | 16,351 | 14,877 | 13,590 | 12,462 | 11,470 | 10,594 | 9,8181 | 9,1285 | 8,5136 | 7,9633 | 7,4694 | 7,0248 | 6,6231 | 6,2593 | 20    |
| n \ r | 1%     | 2%     | 3%     | 4%     | 5%     | 6%     | 7%     | 8%     | 9%     | 10%    | 11%    | 12%    | 13%    | 14%    | 15%    | r \ n |

TABLICA 3. cd.

| n \ r | 16%    | 17%    | 18%    | 19%    | 20%    | 21%    | 22%    | 23%    | 24%    | 25%    | 26%    | 27%    | 28%    | 29%    | 30%    | r \ n |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 1     | 0,8621 | 0,8547 | 0,8475 | 0,8403 | 0,8333 | 0,8264 | 0,8197 | 0,8130 | 0,8065 | 0,8000 | 0,7937 | 0,7874 | 0,7813 | 0,7752 | 0,7692 | 1     |
| 2     | 1,6052 | 1,5852 | 1,5656 | 1,5465 | 1,5278 | 1,5095 | 1,4915 | 1,4740 | 1,4568 | 1,4400 | 1,4235 | 1,4074 | 1,3916 | 1,3761 | 1,3609 | 2     |
| 3     | 2,2459 | 2,2096 | 2,1743 | 2,1399 | 2,1065 | 2,0739 | 2,0422 | 2,0114 | 1,9813 | 1,9520 | 1,9234 | 1,8956 | 1,8684 | 1,8420 | 1,8161 | 3     |
| 4     | 2,7982 | 2,7432 | 2,6901 | 2,6386 | 2,5887 | 2,5404 | 2,4936 | 2,4483 | 2,4043 | 2,3616 | 2,3202 | 2,2800 | 2,2410 | 2,2031 | 2,1662 | 4     |
| 5     | 3,2743 | 3,1993 | 3,1272 | 3,0576 | 2,9906 | 2,9260 | 2,8636 | 2,8035 | 2,7454 | 2,6893 | 2,6351 | 2,5827 | 2,5320 | 2,4830 | 2,4356 | 5     |
| 6     | 3,6847 | 3,5892 | 3,4976 | 3,4098 | 3,3255 | 3,2446 | 3,1669 | 3,0923 | 3,0205 | 2,9514 | 2,8850 | 2,8210 | 2,7594 | 2,7000 | 2,6427 | 6     |
| 7     | 4,0386 | 3,9224 | 3,8115 | 3,7057 | 3,6046 | 3,5079 | 3,4155 | 3,3270 | 3,2423 | 3,1611 | 3,0833 | 3,0087 | 2,9370 | 2,8682 | 2,8021 | 7     |
| 8     | 4,3436 | 4,2072 | 4,0776 | 3,9544 | 3,8372 | 3,7256 | 3,6193 | 3,5179 | 3,4212 | 3,3289 | 3,2407 | 3,1564 | 3,0758 | 2,9986 | 2,9247 | 8     |
| 9     | 4,6065 | 4,4506 | 4,3030 | 4,1633 | 4,0310 | 3,9054 | 3,7863 | 3,6731 | 3,5655 | 3,4631 | 3,3657 | 3,2728 | 3,1842 | 3,0997 | 3,0190 | 9     |
| 10    | 4,8332 | 4,6586 | 4,4941 | 4,3389 | 4,1925 | 4,0541 | 3,9232 | 3,7993 | 3,6819 | 3,5705 | 3,4648 | 3,3644 | 3,2689 | 3,1781 | 3,0915 | 10    |
| 11    | 5,0286 | 4,8364 | 4,6560 | 4,4865 | 4,3271 | 4,1769 | 4,0354 | 3,9018 | 3,7757 | 3,6564 | 3,5435 | 3,4365 | 3,3351 | 3,2388 | 3,1473 | 11    |
| 12    | 5,1971 | 4,9884 | 4,7932 | 4,6105 | 4,4392 | 4,2784 | 4,1274 | 3,9852 | 3,8514 | 3,7251 | 3,6059 | 3,4933 | 3,3868 | 3,2859 | 3,1903 | 12    |
| 13    | 5,3423 | 5,1183 | 4,9095 | 4,7147 | 4,5327 | 4,3624 | 4,2028 | 4,0530 | 3,9124 | 3,7801 | 3,6555 | 3,5381 | 3,4272 | 3,3224 | 3,2233 | 13    |
| 14    | 5,4675 | 5,2293 | 5,0081 | 4,8023 | 4,6106 | 4,4317 | 4,2646 | 4,1082 | 3,9616 | 3,8241 | 3,6949 | 3,5733 | 3,4587 | 3,3507 | 3,2487 | 14    |
| 15    | 5,5755 | 5,3242 | 5,0916 | 4,8759 | 4,6755 | 4,4890 | 4,3152 | 4,1530 | 4,0013 | 3,8593 | 3,7261 | 3,6010 | 3,4834 | 3,3726 | 3,2682 | 15    |
| 16    | 5,6685 | 5,4053 | 5,1624 | 4,9377 | 4,7296 | 4,5364 | 4,3567 | 4,1894 | 4,0333 | 3,8874 | 3,7509 | 3,6228 | 3,5026 | 3,3896 | 3,2832 | 16    |
| 17    | 5,7487 | 5,4746 | 5,2223 | 4,9897 | 4,7746 | 4,5755 | 4,3908 | 4,2190 | 4,0591 | 3,9099 | 3,7705 | 3,6400 | 3,5177 | 3,4028 | 3,2948 | 17    |
| 18    | 5,8178 | 5,5339 | 5,2732 | 5,0333 | 4,8122 | 4,6079 | 4,4187 | 4,2431 | 4,0799 | 3,9279 | 3,7861 | 3,6536 | 3,5294 | 3,4130 | 3,3037 | 18    |
| 19    | 5,8775 | 5,5845 | 5,3162 | 5,0700 | 4,8435 | 4,6346 | 4,4415 | 4,2627 | 4,0967 | 3,9424 | 3,7985 | 3,6642 | 3,5386 | 3,4210 | 3,3105 | 19    |
| 20    | 5,9288 | 5,6278 | 5,3527 | 5,1009 | 4,8696 | 4,6567 | 4,4603 | 4,2786 | 4,1103 | 3,9539 | 3,8083 | 3,6726 | 3,5458 | 3,4271 | 3,3158 | 20    |
| n \ r | 16%    | 17%    | 18%    | 19%    | 20%    | 21%    | 22%    | 23%    | 24%    | 25%    | 26%    | 27%    | 28%    | 29%    | 30%    | r \ n |

**TABLICA 4.** Współczynniki umorzeniowe  $u = \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$

| n \ r | 1%     | 2%     | 3%     | 4%     | 5%     | 6%     | 7%     | 8%     | 9%     | 10%    | 11%    | 12%    | 13%    | 14%    | 15%    | r \ n |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 1     | 1,0100 | 1,0200 | 1,0300 | 1,0400 | 1,0500 | 1,0600 | 1,0700 | 1,0800 | 1,0900 | 1,1000 | 1,1100 | 1,1200 | 1,1300 | 1,1400 | 1,1500 | 1     |
| 2     | 0,5075 | 0,5150 | 0,5226 | 0,5302 | 0,5378 | 0,5454 | 0,5531 | 0,5608 | 0,5685 | 0,5762 | 0,5839 | 0,5917 | 0,5995 | 0,6073 | 0,6151 | 2     |
| 3     | 0,3400 | 0,3468 | 0,3535 | 0,3603 | 0,3672 | 0,3741 | 0,3811 | 0,3880 | 0,3951 | 0,4021 | 0,4092 | 0,4163 | 0,4235 | 0,4307 | 0,4380 | 3     |
| 4     | 0,2563 | 0,2626 | 0,2690 | 0,2755 | 0,2820 | 0,2886 | 0,2952 | 0,3019 | 0,3087 | 0,3155 | 0,3223 | 0,3292 | 0,3362 | 0,3432 | 0,3503 | 4     |
| 5     | 0,2060 | 0,2122 | 0,2184 | 0,2246 | 0,2310 | 0,2374 | 0,2439 | 0,2505 | 0,2571 | 0,2638 | 0,2706 | 0,2774 | 0,2843 | 0,2913 | 0,2983 | 5     |
| 6     | 0,1725 | 0,1785 | 0,1846 | 0,1908 | 0,1970 | 0,2034 | 0,2098 | 0,2163 | 0,2229 | 0,2296 | 0,2364 | 0,2432 | 0,2502 | 0,2572 | 0,2642 | 6     |
| 7     | 0,1486 | 0,1545 | 0,1605 | 0,1666 | 0,1728 | 0,1791 | 0,1856 | 0,1921 | 0,1987 | 0,2054 | 0,2122 | 0,2191 | 0,2261 | 0,2332 | 0,2404 | 7     |
| 8     | 0,1307 | 0,1365 | 0,1425 | 0,1485 | 0,1547 | 0,1610 | 0,1675 | 0,1740 | 0,1807 | 0,1874 | 0,1943 | 0,2013 | 0,2084 | 0,2156 | 0,2229 | 8     |
| 9     | 0,1167 | 0,1225 | 0,1284 | 0,1345 | 0,1407 | 0,1470 | 0,1535 | 0,1601 | 0,1668 | 0,1736 | 0,1806 | 0,1877 | 0,1949 | 0,2022 | 0,2096 | 9     |
| 10    | 0,1056 | 0,1113 | 0,1172 | 0,1233 | 0,1295 | 0,1359 | 0,1424 | 0,1490 | 0,1558 | 0,1627 | 0,1698 | 0,1770 | 0,1843 | 0,1917 | 0,1993 | 10    |
| 11    | 0,0965 | 0,1022 | 0,1081 | 0,1141 | 0,1204 | 0,1268 | 0,1334 | 0,1401 | 0,1469 | 0,1540 | 0,1611 | 0,1684 | 0,1758 | 0,1834 | 0,1911 | 11    |
| 12    | 0,0888 | 0,0946 | 0,1005 | 0,1066 | 0,1128 | 0,1193 | 0,1259 | 0,1327 | 0,1397 | 0,1468 | 0,1540 | 0,1614 | 0,1690 | 0,1767 | 0,1845 | 12    |
| 13    | 0,0824 | 0,0881 | 0,0940 | 0,1001 | 0,1065 | 0,1130 | 0,1197 | 0,1265 | 0,1336 | 0,1408 | 0,1482 | 0,1557 | 0,1634 | 0,1712 | 0,1791 | 13    |
| 14    | 0,0769 | 0,0826 | 0,0885 | 0,0947 | 0,1010 | 0,1076 | 0,1143 | 0,1213 | 0,1284 | 0,1357 | 0,1432 | 0,1509 | 0,1587 | 0,1666 | 0,1747 | 14    |
| 15    | 0,0721 | 0,0778 | 0,0838 | 0,0899 | 0,0963 | 0,1030 | 0,1098 | 0,1168 | 0,1241 | 0,1315 | 0,1391 | 0,1468 | 0,1547 | 0,1628 | 0,1710 | 15    |
| 16    | 0,0679 | 0,0737 | 0,0796 | 0,0858 | 0,0923 | 0,0990 | 0,1059 | 0,1130 | 0,1203 | 0,1278 | 0,1355 | 0,1434 | 0,1514 | 0,1596 | 0,1679 | 16    |
| 17    | 0,0643 | 0,0700 | 0,0760 | 0,0822 | 0,0887 | 0,0954 | 0,1024 | 0,1096 | 0,1170 | 0,1247 | 0,1325 | 0,1405 | 0,1486 | 0,1569 | 0,1654 | 17    |
| 18    | 0,0610 | 0,0667 | 0,0727 | 0,0790 | 0,0855 | 0,0924 | 0,0994 | 0,1067 | 0,1142 | 0,1219 | 0,1298 | 0,1379 | 0,1462 | 0,1546 | 0,1632 | 18    |
| 19    | 0,0581 | 0,0638 | 0,0698 | 0,0761 | 0,0827 | 0,0896 | 0,0968 | 0,1041 | 0,1117 | 0,1195 | 0,1276 | 0,1358 | 0,1441 | 0,1527 | 0,1613 | 19    |
| 20    | 0,0554 | 0,0612 | 0,0672 | 0,0736 | 0,0802 | 0,0872 | 0,0944 | 0,1019 | 0,1095 | 0,1175 | 0,1256 | 0,1339 | 0,1424 | 0,1510 | 0,1598 | 20    |
| n \ r | 1%     | 2%     | 3%     | 4%     | 5%     | 6%     | 7%     | 8%     | 9%     | 10%    | 11%    | 12%    | 13%    | 14%    | 15%    | r \ n |

TABLICA 4. cd.

| n \ r | 16%    | 17%    | 18%    | 19%    | 20%    | 21%    | 22%    | 23%    | 24%    | 25%    | 26%    | 27%    | 28%    | 29%    | 30%    | r \ n |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 1     | 1,1600 | 1,1700 | 1,1800 | 1,1900 | 1,2000 | 1,2100 | 1,2200 | 1,2300 | 1,2400 | 1,2500 | 1,2600 | 1,2700 | 1,2800 | 1,2900 | 1,3000 | 1     |
| 2     | 0,6230 | 0,6308 | 0,6387 | 0,6466 | 0,6545 | 0,6625 | 0,6705 | 0,6784 | 0,6864 | 0,6944 | 0,7025 | 0,7105 | 0,7186 | 0,7267 | 0,7348 | 2     |
| 3     | 0,4453 | 0,4526 | 0,4599 | 0,4673 | 0,4747 | 0,4822 | 0,4897 | 0,4972 | 0,5047 | 0,5123 | 0,5199 | 0,5275 | 0,5352 | 0,5429 | 0,5506 | 3     |
| 4     | 0,3574 | 0,3645 | 0,3717 | 0,3790 | 0,3863 | 0,3936 | 0,4010 | 0,4085 | 0,4159 | 0,4234 | 0,4310 | 0,4386 | 0,4462 | 0,4539 | 0,4616 | 4     |
| 5     | 0,3054 | 0,3126 | 0,3198 | 0,3271 | 0,3344 | 0,3418 | 0,3492 | 0,3567 | 0,3642 | 0,3718 | 0,3795 | 0,3872 | 0,3949 | 0,4027 | 0,4106 | 5     |
| 6     | 0,2714 | 0,2786 | 0,2859 | 0,2933 | 0,3007 | 0,3082 | 0,3158 | 0,3234 | 0,3311 | 0,3388 | 0,3466 | 0,3545 | 0,3624 | 0,3704 | 0,3784 | 6     |
| 7     | 0,2476 | 0,2549 | 0,2624 | 0,2699 | 0,2774 | 0,2851 | 0,2928 | 0,3006 | 0,3084 | 0,3163 | 0,3243 | 0,3324 | 0,3405 | 0,3486 | 0,3569 | 7     |
| 8     | 0,2302 | 0,2377 | 0,2452 | 0,2529 | 0,2606 | 0,2684 | 0,2763 | 0,2843 | 0,2923 | 0,3004 | 0,3086 | 0,3168 | 0,3251 | 0,3335 | 0,3419 | 8     |
| 9     | 0,2171 | 0,2247 | 0,2324 | 0,2402 | 0,2481 | 0,2561 | 0,2641 | 0,2722 | 0,2805 | 0,2888 | 0,2971 | 0,3056 | 0,3140 | 0,3226 | 0,3312 | 9     |
| 10    | 0,2069 | 0,2147 | 0,2225 | 0,2305 | 0,2385 | 0,2467 | 0,2549 | 0,2632 | 0,2716 | 0,2801 | 0,2886 | 0,2972 | 0,3059 | 0,3147 | 0,3235 | 10    |
| 11    | 0,1989 | 0,2068 | 0,2148 | 0,2229 | 0,2311 | 0,2394 | 0,2478 | 0,2563 | 0,2649 | 0,2735 | 0,2822 | 0,2910 | 0,2998 | 0,3088 | 0,3177 | 11    |
| 12    | 0,1924 | 0,2005 | 0,2086 | 0,2169 | 0,2253 | 0,2337 | 0,2423 | 0,2509 | 0,2596 | 0,2684 | 0,2773 | 0,2863 | 0,2953 | 0,3043 | 0,3135 | 12    |
| 13    | 0,1872 | 0,1954 | 0,2037 | 0,2121 | 0,2206 | 0,2292 | 0,2379 | 0,2467 | 0,2556 | 0,2645 | 0,2736 | 0,2826 | 0,2918 | 0,3010 | 0,3102 | 13    |
| 14    | 0,1829 | 0,1912 | 0,1997 | 0,2082 | 0,2169 | 0,2256 | 0,2345 | 0,2434 | 0,2524 | 0,2615 | 0,2706 | 0,2799 | 0,2891 | 0,2984 | 0,3078 | 14    |
| 15    | 0,1794 | 0,1878 | 0,1964 | 0,2051 | 0,2139 | 0,2228 | 0,2317 | 0,2408 | 0,2499 | 0,2591 | 0,2684 | 0,2777 | 0,2871 | 0,2965 | 0,3060 | 15    |
| 16    | 0,1764 | 0,1850 | 0,1937 | 0,2025 | 0,2114 | 0,2204 | 0,2295 | 0,2387 | 0,2479 | 0,2572 | 0,2666 | 0,2760 | 0,2855 | 0,2950 | 0,3046 | 16    |
| 17    | 0,1740 | 0,1827 | 0,1915 | 0,2004 | 0,2094 | 0,2186 | 0,2278 | 0,2370 | 0,2464 | 0,2558 | 0,2652 | 0,2747 | 0,2843 | 0,2939 | 0,3035 | 17    |
| 18    | 0,1719 | 0,1807 | 0,1896 | 0,1987 | 0,2078 | 0,2170 | 0,2263 | 0,2357 | 0,2451 | 0,2546 | 0,2641 | 0,2737 | 0,2833 | 0,2930 | 0,3027 | 18    |
| 19    | 0,1701 | 0,1791 | 0,1881 | 0,1972 | 0,2065 | 0,2158 | 0,2251 | 0,2346 | 0,2441 | 0,2537 | 0,2633 | 0,2729 | 0,2826 | 0,2923 | 0,3021 | 19    |
| 20    | 0,1687 | 0,1777 | 0,1868 | 0,1960 | 0,2054 | 0,2147 | 0,2242 | 0,2337 | 0,2433 | 0,2529 | 0,2626 | 0,2723 | 0,2820 | 0,2918 | 0,3016 | 20    |
| n \ r | 16%    | 17%    | 18%    | 19%    | 20%    | 21%    | 22%    | 23%    | 24%    | 25%    | 26%    | 27%    | 28%    | 29%    | 30%    | r \ n |

**TABLICA 5.** Współczynniki wzrostu wykładniczego jednakowych efektów w czasie  $w_j = \frac{(1+r)^n - 1}{r}$

| n \ r | 1%      | 2%      | 3%      | 4%      | 5%      | 6%      | 7%      | 8%      | 9%      | 10%     | 11%     | 12%     | 13%     | 14%     | 15%     | r \ n |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|-------|
| 1     | 1,0000  | 1,0000  | 1,0000  | 1,0000  | 1,0000  | 1,0000  | 1,0000  | 1,0000  | 1,0000  | 1,0000  | 1,0000  | 1,0000  | 1,0000  | 1,0000  | 1,0000  | 1     |
| 2     | 2,0100  | 2,0200  | 2,0300  | 2,0400  | 2,0500  | 2,0600  | 2,0700  | 2,0800  | 2,0900  | 2,1000  | 2,1100  | 2,1200  | 2,1300  | 2,1400  | 2,1500  | 2     |
| 3     | 3,0301  | 3,0604  | 3,0909  | 3,1216  | 3,1525  | 3,1836  | 3,2149  | 3,2464  | 3,2781  | 3,3100  | 3,3421  | 3,3744  | 3,4069  | 3,4396  | 3,4725  | 3     |
| 4     | 4,0604  | 4,1216  | 4,1836  | 4,2465  | 4,3101  | 4,3746  | 4,4399  | 4,5061  | 4,5731  | 4,6410  | 4,7097  | 4,7793  | 4,8498  | 4,9211  | 4,9934  | 4     |
| 5     | 5,1010  | 5,2040  | 5,3091  | 5,4163  | 5,5256  | 5,6371  | 5,7507  | 5,8666  | 5,9847  | 6,1051  | 6,2278  | 6,3528  | 6,4803  | 6,6101  | 6,7424  | 5     |
| 6     | 6,1520  | 6,3081  | 6,4684  | 6,6330  | 6,8019  | 6,9753  | 7,1533  | 7,3359  | 7,5233  | 7,7156  | 7,9129  | 8,1152  | 8,3227  | 8,5355  | 8,7537  | 6     |
| 7     | 7,2135  | 7,4343  | 7,6625  | 7,8983  | 8,1420  | 8,3938  | 8,6540  | 8,9228  | 9,2004  | 9,4872  | 9,7833  | 10,0890 | 10,4047 | 10,7305 | 11,0668 | 7     |
| 8     | 8,2857  | 8,5830  | 8,8923  | 9,2142  | 9,5491  | 9,8975  | 10,2598 | 10,6366 | 11,0285 | 11,4359 | 11,8594 | 12,2997 | 12,7573 | 13,2328 | 13,7268 | 8     |
| 9     | 9,3685  | 9,7546  | 10,1591 | 10,5828 | 11,0266 | 11,4913 | 11,9780 | 12,4876 | 13,0210 | 13,5795 | 14,1640 | 14,7757 | 15,4157 | 16,0853 | 16,7858 | 9     |
| 10    | 10,4622 | 10,9497 | 11,4639 | 12,0061 | 12,5779 | 13,1808 | 13,8164 | 14,4866 | 15,1929 | 15,9374 | 16,7220 | 17,5487 | 18,4197 | 19,3373 | 20,3037 | 10    |
| 11    | 11,5668 | 12,1687 | 12,8078 | 13,4864 | 14,2068 | 14,9716 | 15,7836 | 16,6455 | 17,5603 | 18,5312 | 19,5614 | 20,6546 | 21,8143 | 23,0445 | 24,3493 | 11    |
| 12    | 12,6825 | 13,4121 | 14,1920 | 15,0258 | 15,9171 | 16,8699 | 17,8885 | 18,9771 | 20,1407 | 21,3843 | 22,7132 | 24,1331 | 25,6502 | 27,2707 | 29,0017 | 12    |
| 13    | 13,8093 | 14,6803 | 15,6178 | 16,6268 | 17,7130 | 18,8821 | 20,1406 | 21,4953 | 22,9534 | 24,5227 | 26,2116 | 28,0291 | 29,9847 | 32,0887 | 34,3519 | 13    |
| 14    | 14,9474 | 15,9739 | 17,0863 | 18,2919 | 19,5986 | 21,0151 | 22,5505 | 24,2149 | 26,0192 | 27,9750 | 30,0949 | 32,3926 | 34,8827 | 37,5811 | 40,5047 | 14    |
| 15    | 16,0969 | 17,2934 | 18,5989 | 20,0236 | 21,5786 | 23,2760 | 25,1290 | 27,1521 | 29,3609 | 31,7725 | 34,4054 | 37,2797 | 40,4175 | 43,8424 | 47,5804 | 15    |
| 16    | 17,2579 | 18,6393 | 20,1569 | 21,8245 | 23,6575 | 25,6725 | 27,8881 | 30,3243 | 33,0034 | 35,9497 | 39,1899 | 42,7533 | 46,6717 | 50,9804 | 55,7175 | 16    |
| 17    | 18,4304 | 20,0121 | 21,7616 | 23,6975 | 25,8404 | 28,2129 | 30,8402 | 33,7502 | 36,9737 | 40,5447 | 44,5008 | 48,8837 | 53,7391 | 59,1176 | 65,0751 | 17    |
| 18    | 19,6147 | 21,4123 | 23,4144 | 25,6454 | 28,1324 | 30,9057 | 33,9990 | 37,4502 | 41,3013 | 45,5992 | 50,3959 | 55,7497 | 61,7251 | 68,3941 | 75,8364 | 18    |
| 19    | 20,8109 | 22,8406 | 25,1169 | 27,6712 | 30,5390 | 33,7600 | 37,3790 | 41,4463 | 46,0185 | 51,1591 | 56,9395 | 63,4397 | 70,7494 | 78,9692 | 88,2118 | 19    |
| 20    | 22,0190 | 24,2974 | 26,8704 | 29,7781 | 33,0660 | 36,7856 | 40,9955 | 45,7620 | 51,1601 | 57,2750 | 64,2028 | 72,0524 | 80,9468 | 91,0249 | 102,444 | 20    |
| n \ r | 1%      | 2%      | 3%      | 4%      | 5%      | 6%      | 7%      | 8%      | 9%      | 10%     | 11%     | 12%     | 13%     | 14%     | 15%     | r \ n |

TABLICA 5. cd.

| n \ r | 16%     | 17%     | 18%     | 19%     | 20%     | 21%     | 22%     | 23%     | 24%     | 25%     | 26%     | 27%     | 28%     | 29%     | 30%     | r \ n |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|-------|
| 1     | 1,0000  | 1,0000  | 1,0000  | 1,0000  | 1,0000  | 1,0000  | 1,0000  | 1,0000  | 1,0000  | 1,0000  | 1,0000  | 1,0000  | 1,0000  | 1,0000  | 1,0000  | 1     |
| 2     | 2,1600  | 2,1700  | 2,1800  | 2,1900  | 2,2000  | 2,2100  | 2,2200  | 2,2300  | 2,2400  | 2,2500  | 2,2600  | 2,2700  | 2,2800  | 2,2900  | 2,3000  | 2     |
| 3     | 3,5056  | 3,5389  | 3,5724  | 3,6061  | 3,6400  | 3,6741  | 3,7084  | 3,7429  | 3,7776  | 3,8125  | 3,8476  | 3,8829  | 3,9184  | 3,9541  | 3,9900  | 3     |
| 4     | 5,0665  | 5,1405  | 5,2154  | 5,2913  | 5,3680  | 5,4457  | 5,5242  | 5,6038  | 5,6842  | 5,7656  | 5,8480  | 5,9313  | 6,0156  | 6,1008  | 6,1870  | 4     |
| 5     | 6,8771  | 7,0144  | 7,1542  | 7,2966  | 7,4416  | 7,5892  | 7,7396  | 7,8926  | 8,0484  | 8,2070  | 8,3684  | 8,5327  | 8,6999  | 8,8700  | 9,0431  | 5     |
| 6     | 8,9775  | 9,2068  | 9,4420  | 9,6830  | 9,9299  | 10,1830 | 10,4423 | 10,7079 | 10,9801 | 11,2588 | 11,5442 | 11,8366 | 12,1359 | 12,4423 | 12,7560 | 6     |
| 7     | 11,4139 | 11,7720 | 12,1415 | 12,5227 | 12,9159 | 13,3214 | 13,7396 | 14,1708 | 14,6153 | 15,0735 | 15,5458 | 16,0324 | 16,5339 | 17,0506 | 17,5828 | 7     |
| 8     | 14,2401 | 14,7733 | 15,3270 | 15,9020 | 16,4991 | 17,1189 | 17,7623 | 18,4300 | 19,1229 | 19,8419 | 20,5876 | 21,3612 | 22,1634 | 22,9953 | 23,8577 | 8     |
| 9     | 17,5185 | 18,2847 | 19,0859 | 19,9234 | 20,7989 | 21,7139 | 22,6700 | 23,6690 | 24,7125 | 25,8023 | 26,9404 | 28,1287 | 29,3692 | 30,6639 | 32,0150 | 9     |
| 10    | 21,3215 | 22,3931 | 23,5213 | 24,7089 | 25,9587 | 27,2738 | 28,6574 | 30,1128 | 31,6434 | 33,2529 | 34,9449 | 36,7235 | 38,5926 | 40,5564 | 42,6195 | 10    |
| 11    | 25,7329 | 27,1999 | 28,7551 | 30,4035 | 32,1504 | 34,0013 | 35,9620 | 38,0388 | 40,2379 | 42,5661 | 45,0306 | 47,6388 | 50,3985 | 53,3178 | 56,4053 | 11    |
| 12    | 30,8502 | 32,8239 | 34,9311 | 37,1802 | 39,5805 | 42,1416 | 44,8737 | 47,7877 | 50,8950 | 54,2077 | 57,7386 | 61,5013 | 65,5100 | 69,7800 | 74,3270 | 12    |
| 13    | 36,7862 | 39,4040 | 42,2187 | 45,2445 | 48,4966 | 51,9913 | 55,7459 | 59,7788 | 64,1097 | 68,7596 | 73,7506 | 79,1066 | 84,8529 | 91,0161 | 97,6250 | 13    |
| 14    | 43,6720 | 47,1027 | 50,8180 | 54,8409 | 59,1959 | 63,9095 | 69,0100 | 74,5280 | 80,4961 | 86,9495 | 93,9258 | 101,465 | 109,612 | 118,411 | 127,913 | 14    |
| 15    | 51,6595 | 56,1101 | 60,9653 | 66,2607 | 72,0351 | 78,3305 | 85,1922 | 92,6694 | 100,815 | 109,687 | 119,347 | 129,861 | 141,303 | 153,750 | 167,286 | 15    |
| 16    | 60,9250 | 66,6488 | 72,9390 | 79,8502 | 87,4421 | 95,7799 | 104,935 | 114,983 | 126,011 | 138,109 | 151,377 | 165,924 | 181,868 | 199,337 | 218,472 | 16    |
| 17    | 71,6730 | 78,9792 | 87,0680 | 96,0218 | 105,931 | 116,894 | 129,020 | 142,430 | 157,253 | 173,636 | 191,735 | 211,723 | 233,791 | 258,145 | 285,014 | 17    |
| 18    | 84,1407 | 93,4056 | 103,740 | 115,266 | 128,117 | 142,441 | 158,405 | 176,188 | 195,994 | 218,045 | 242,585 | 269,888 | 300,252 | 334,007 | 371,518 | 18    |
| 19    | 98,6032 | 110,285 | 123,414 | 138,166 | 154,740 | 173,354 | 194,254 | 217,712 | 244,033 | 273,556 | 306,658 | 343,758 | 385,323 | 431,870 | 483,973 | 19    |
| 20    | 115,380 | 130,033 | 146,628 | 165,418 | 186,688 | 210,758 | 237,989 | 268,785 | 303,601 | 342,945 | 387,389 | 437,573 | 494,213 | 558,112 | 630,165 | 20    |
| n \ r | 16%     | 17%     | 18%     | 19%     | 20%     | 21%     | 22%     | 23%     | 24%     | 25%     | 26%     | 27%     | 28%     | 29%     | 30%     | r \ n |

**TABLICA 6.** Odwrotności współczynników wzrostu wykładniczego jednakowych efektów w czasie  $\frac{1}{w_j} = \frac{r}{(1+r)^n - 1}$

| n \ r | 1%     | 2%     | 3%     | 4%     | 5%     | 6%     | 7%     | 8%     | 9%     | 10%    | 11%    | 12%    | 13%    | 14%    | 15%    | r \ n |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 1     | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1     |
| 2     | 0,4975 | 0,4950 | 0,4926 | 0,4902 | 0,4878 | 0,4854 | 0,4831 | 0,4808 | 0,4785 | 0,4762 | 0,4739 | 0,4717 | 0,4695 | 0,4673 | 0,4651 | 2     |
| 3     | 0,3300 | 0,3268 | 0,3235 | 0,3203 | 0,3172 | 0,3141 | 0,3111 | 0,3080 | 0,3051 | 0,3021 | 0,2992 | 0,2963 | 0,2935 | 0,2907 | 0,2880 | 3     |
| 4     | 0,2463 | 0,2426 | 0,2390 | 0,2355 | 0,2320 | 0,2286 | 0,2252 | 0,2219 | 0,2187 | 0,2155 | 0,2123 | 0,2092 | 0,2062 | 0,2032 | 0,2003 | 4     |
| 5     | 0,1960 | 0,1922 | 0,1884 | 0,1846 | 0,1810 | 0,1774 | 0,1739 | 0,1705 | 0,1671 | 0,1638 | 0,1606 | 0,1574 | 0,1543 | 0,1513 | 0,1483 | 5     |
| 6     | 0,1625 | 0,1585 | 0,1546 | 0,1508 | 0,1470 | 0,1434 | 0,1398 | 0,1363 | 0,1329 | 0,1296 | 0,1264 | 0,1232 | 0,1202 | 0,1172 | 0,1142 | 6     |
| 7     | 0,1386 | 0,1345 | 0,1305 | 0,1266 | 0,1228 | 0,1191 | 0,1156 | 0,1121 | 0,1087 | 0,1054 | 0,1022 | 0,0991 | 0,0961 | 0,0932 | 0,0904 | 7     |
| 8     | 0,1207 | 0,1165 | 0,1125 | 0,1085 | 0,1047 | 0,1010 | 0,0975 | 0,0940 | 0,0907 | 0,0874 | 0,0843 | 0,0813 | 0,0784 | 0,0756 | 0,0729 | 8     |
| 9     | 0,1067 | 0,1025 | 0,0984 | 0,0945 | 0,0907 | 0,0870 | 0,0835 | 0,0801 | 0,0768 | 0,0736 | 0,0706 | 0,0677 | 0,0649 | 0,0622 | 0,0596 | 9     |
| 10    | 0,0956 | 0,0913 | 0,0872 | 0,0833 | 0,0795 | 0,0759 | 0,0724 | 0,0690 | 0,0658 | 0,0627 | 0,0598 | 0,0570 | 0,0543 | 0,0517 | 0,0493 | 10    |
| 11    | 0,0865 | 0,0822 | 0,0781 | 0,0741 | 0,0704 | 0,0668 | 0,0634 | 0,0601 | 0,0569 | 0,0540 | 0,0511 | 0,0484 | 0,0458 | 0,0434 | 0,0411 | 11    |
| 12    | 0,0788 | 0,0746 | 0,0705 | 0,0666 | 0,0628 | 0,0593 | 0,0559 | 0,0527 | 0,0497 | 0,0468 | 0,0440 | 0,0414 | 0,0390 | 0,0367 | 0,0345 | 12    |
| 13    | 0,0724 | 0,0681 | 0,0640 | 0,0601 | 0,0565 | 0,0530 | 0,0497 | 0,0465 | 0,0436 | 0,0408 | 0,0382 | 0,0357 | 0,0334 | 0,0312 | 0,0291 | 13    |
| 14    | 0,0669 | 0,0626 | 0,0585 | 0,0547 | 0,0510 | 0,0476 | 0,0443 | 0,0413 | 0,0384 | 0,0357 | 0,0332 | 0,0309 | 0,0287 | 0,0266 | 0,0247 | 14    |
| 15    | 0,0621 | 0,0578 | 0,0538 | 0,0499 | 0,0463 | 0,0430 | 0,0398 | 0,0368 | 0,0341 | 0,0315 | 0,0291 | 0,0268 | 0,0247 | 0,0228 | 0,0210 | 15    |
| 16    | 0,0579 | 0,0537 | 0,0496 | 0,0458 | 0,0423 | 0,0390 | 0,0359 | 0,0330 | 0,0303 | 0,0278 | 0,0255 | 0,0234 | 0,0214 | 0,0196 | 0,0179 | 16    |
| 17    | 0,0543 | 0,0500 | 0,0460 | 0,0422 | 0,0387 | 0,0354 | 0,0324 | 0,0296 | 0,0270 | 0,0247 | 0,0225 | 0,0205 | 0,0186 | 0,0169 | 0,0154 | 17    |
| 18    | 0,0510 | 0,0467 | 0,0427 | 0,0390 | 0,0355 | 0,0324 | 0,0294 | 0,0267 | 0,0242 | 0,0219 | 0,0198 | 0,0179 | 0,0162 | 0,0146 | 0,0132 | 18    |
| 19    | 0,0481 | 0,0438 | 0,0398 | 0,0361 | 0,0327 | 0,0296 | 0,0268 | 0,0241 | 0,0217 | 0,0195 | 0,0176 | 0,0158 | 0,0141 | 0,0127 | 0,0113 | 19    |
| 20    | 0,0454 | 0,0412 | 0,0372 | 0,0336 | 0,0302 | 0,0272 | 0,0244 | 0,0219 | 0,0195 | 0,0175 | 0,0156 | 0,0139 | 0,0124 | 0,0110 | 0,0098 | 20    |
| n \ r | 1%     | 2%     | 3%     | 4%     | 5%     | 6%     | 7%     | 8%     | 9%     | 10%    | 11%    | 12%    | 13%    | 14%    | 15%    | r \ n |

TABLICA 6. cd.

| n \ r | 16%    | 17%    | 18%    | 19%    | 20%    | 21%    | 22%    | 23%    | 24%    | 25%    | 26%    | 27%    | 28%    | 29%    | 30%    | r \ n |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 1     | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1     |
| 2     | 0,4630 | 0,4608 | 0,4587 | 0,4566 | 0,4545 | 0,4525 | 0,4505 | 0,4484 | 0,4464 | 0,4444 | 0,4425 | 0,4405 | 0,4386 | 0,4367 | 0,4348 | 2     |
| 3     | 0,2853 | 0,2826 | 0,2799 | 0,2773 | 0,2747 | 0,2722 | 0,2697 | 0,2672 | 0,2647 | 0,2623 | 0,2599 | 0,2575 | 0,2552 | 0,2529 | 0,2506 | 3     |
| 4     | 0,1974 | 0,1945 | 0,1917 | 0,1890 | 0,1863 | 0,1836 | 0,1810 | 0,1785 | 0,1759 | 0,1734 | 0,1710 | 0,1686 | 0,1662 | 0,1639 | 0,1616 | 4     |
| 5     | 0,1454 | 0,1426 | 0,1398 | 0,1371 | 0,1344 | 0,1318 | 0,1292 | 0,1267 | 0,1242 | 0,1218 | 0,1195 | 0,1172 | 0,1149 | 0,1127 | 0,1106 | 5     |
| 6     | 0,1114 | 0,1086 | 0,1059 | 0,1033 | 0,1007 | 0,0982 | 0,0958 | 0,0934 | 0,0911 | 0,0888 | 0,0866 | 0,0845 | 0,0824 | 0,0804 | 0,0784 | 6     |
| 7     | 0,0876 | 0,0849 | 0,0824 | 0,0799 | 0,0774 | 0,0751 | 0,0728 | 0,0706 | 0,0684 | 0,0663 | 0,0643 | 0,0624 | 0,0605 | 0,0586 | 0,0569 | 7     |
| 8     | 0,0702 | 0,0677 | 0,0652 | 0,0629 | 0,0606 | 0,0584 | 0,0563 | 0,0543 | 0,0523 | 0,0504 | 0,0486 | 0,0468 | 0,0451 | 0,0435 | 0,0419 | 8     |
| 9     | 0,0571 | 0,0547 | 0,0524 | 0,0502 | 0,0481 | 0,0461 | 0,0441 | 0,0422 | 0,0405 | 0,0388 | 0,0371 | 0,0356 | 0,0340 | 0,0326 | 0,0312 | 9     |
| 10    | 0,0469 | 0,0447 | 0,0425 | 0,0405 | 0,0385 | 0,0367 | 0,0349 | 0,0332 | 0,0316 | 0,0301 | 0,0286 | 0,0272 | 0,0259 | 0,0247 | 0,0235 | 10    |
| 11    | 0,0389 | 0,0368 | 0,0348 | 0,0329 | 0,0311 | 0,0294 | 0,0278 | 0,0263 | 0,0249 | 0,0235 | 0,0222 | 0,0210 | 0,0198 | 0,0188 | 0,0177 | 11    |
| 12    | 0,0324 | 0,0305 | 0,0286 | 0,0269 | 0,0253 | 0,0237 | 0,0223 | 0,0209 | 0,0196 | 0,0184 | 0,0173 | 0,0163 | 0,0153 | 0,0143 | 0,0135 | 12    |
| 13    | 0,0272 | 0,0254 | 0,0237 | 0,0221 | 0,0206 | 0,0192 | 0,0179 | 0,0167 | 0,0156 | 0,0145 | 0,0136 | 0,0126 | 0,0118 | 0,0110 | 0,0102 | 13    |
| 14    | 0,0229 | 0,0212 | 0,0197 | 0,0182 | 0,0169 | 0,0156 | 0,0145 | 0,0134 | 0,0124 | 0,0115 | 0,0106 | 0,0099 | 0,0091 | 0,0084 | 0,0078 | 14    |
| 15    | 0,0194 | 0,0178 | 0,0164 | 0,0151 | 0,0139 | 0,0128 | 0,0117 | 0,0108 | 0,0099 | 0,0091 | 0,0084 | 0,0077 | 0,0071 | 0,0065 | 0,0060 | 15    |
| 16    | 0,0164 | 0,0150 | 0,0137 | 0,0125 | 0,0114 | 0,0104 | 0,0095 | 0,0087 | 0,0079 | 0,0072 | 0,0066 | 0,0060 | 0,0055 | 0,0050 | 0,0046 | 16    |
| 17    | 0,0140 | 0,0127 | 0,0115 | 0,0104 | 0,0094 | 0,0086 | 0,0078 | 0,0070 | 0,0064 | 0,0058 | 0,0052 | 0,0047 | 0,0043 | 0,0039 | 0,0035 | 17    |
| 18    | 0,0119 | 0,0107 | 0,0096 | 0,0087 | 0,0078 | 0,0070 | 0,0063 | 0,0057 | 0,0051 | 0,0046 | 0,0041 | 0,0037 | 0,0033 | 0,0030 | 0,0027 | 18    |
| 19    | 0,0101 | 0,0091 | 0,0081 | 0,0072 | 0,0065 | 0,0058 | 0,0051 | 0,0046 | 0,0041 | 0,0037 | 0,0033 | 0,0029 | 0,0026 | 0,0023 | 0,0021 | 19    |
| 20    | 0,0087 | 0,0077 | 0,0068 | 0,0060 | 0,0054 | 0,0047 | 0,0042 | 0,0037 | 0,0033 | 0,0029 | 0,0026 | 0,0023 | 0,0020 | 0,0018 | 0,0016 | 20    |
| n \ r | 16%    | 17%    | 18%    | 19%    | 20%    | 21%    | 22%    | 23%    | 24%    | 25%    | 26%    | 27%    | 28%    | 29%    | 30%    | r \ n |

Aneks