MODELOWANIE NEGOCJACJI Z WYKORZYSTANIEM ZBIORÓW ROZMYTYCH

Ewa ROSZKOWSKA [1]

1. Wstęp

Metody sztucznej inteligencji służą próbie opisywania rzeczywistości w sposób naśladujący rozumowanie człowieka. Jedną z takich metod jest modelowanie z wykorzystaniem teorii zbiorów rozmytych. Podstawowym pojęciem tej teorii jest pojęcie zbioru rozmytego będące uogólnieniem zbioru klasycznego. Polega on na dopuszczeniu, aby funkcja charakterystyczna (przynależności) zbioru przyjmowała obok stanów krańcowych 0 i 1 również wartości pośrednie. Zbiory rozmyte są wykorzystywane najczęściej do opisu sytuacji występujących w życiu codziennym, określanych często w sposób nieprecyzyjny, przez stwierdzenia typu: „prawie", „znacznie", „dużo", „większość", przy czym źródłem nieprecyzyjności wiedzy jest jej rodzaj, a nie występowanie np. zakłóceń losowych. Okazuje się, że ludzie są w stanie interpretować takie stwierdzenia i wykorzystywać sformułowaną w ten sposób wiedzę do rozwiązywania stawianych przed nimi problemów. Teoria zbiorów rozmytych pozwala na uogólnienie logiki dwuwartościowej i klasycznej teorii mnogości, sformalizowanie operacji przy wykorzystaniu nieprecyzyjności wiedzy, określenie rozmytych odpowiedników pojęć z klasycznej teorii mnogości, np. alternatywy, koniunkcji, relacji, opracowanie algorytmów wnioskowania oraz sterowania procesami na podstawie nieprecyzyjnych informacji wejściowych, w tym również w postaci informacji zbliżonych do języka naturalnego[2]. Metody rozmyte umożliwiają więc odejście od binarnego widzenia świata oraz wierniejsze i dokładniejsze jego modelowanie. Z tego względu zyskały wiele zastosowań w ekonomii i technice.

Negocjacje możemy traktować jako złożony proces podejmowania decyzji na dwóch współzależnych poziomach: poziomie interesów oraz poziomie relacji pomiędzy stronami uwarunkowanymi czynnikami zewnętrznymi, które w sposób pośredni lub bezpośredni mają na nie wpływ [7, s. 108–115]. Satysfakcja

---

[1] Dr Ewa Roszkowska – Wydział Ekonomii i Zarządzania Uniwersytetu w Białymstoku.

[2] Podstawowe zagadnienia rozważane w ramach teorii zbiorów rozmytych dotyczą koncepcji zbioru rozmytego, związków między zbiorami rozmytymi a miarami prawdopodobieństwa, rozmytej relacji preferencji, logiki rozmytej, zmiennych lingwistycznych i wnioskowania przybliżonego, rozmytego programowania dynamicznego i podejmowania decyzji, rozmytej interpretacji języka, rozmytej algebry, rozmytych procesów stochastycznych [zob. 2; 3; 4; 5; 13].

Zdigitalizowano i udostępniono w ramach projektu pn.
Rozbudowa otwartych zasobów naukowych Repozytorium Uniwersytetu w Białymstoku,
dofinansowanego z programu „Społeczna odpowiedzialność nauki" Ministra Edukacji i Nauki na podstawie umowy SONB/SP/512497/2021

Minister Edukacji i Nauki

z negocjacji jest uzyskiwana na trzech płaszczyznach: poziomie interesów, procedur oraz kontaktów interpersonalnych. Złożoność procesu negocjacji powoduje, że trudno jest opisać jej przebieg, używając dokładnych, precyzyjnych pojęć. Odwrotną zależność występującą między precyzją opisu problemów a ich złożonością najlepiej oddaje zasada niespójności sformułowana przez twórcę log rozmytej Lofti Zadeha. Brzmi ona następująco: „w miarę wzrostu złożoności systemu nasza zdolność do formułowania istotnych stwierdzeń dotyczących jego zachowania maleje, osiągając w końcu próg, poza którym precyzja i istotność stają się cechami wzajemnie prawie się wykluczającymi" [6, s. 8].

Ścisłe i precyzyjne sformalizowanie procesu negocjacji pozwala, co prawda, na pewną elegancję matematyczną, ale wyniki praktyczne są często niezadowalające (dotyczy to np. niektórych modeli teorii gier). Ponadto klasyczne metody podejmowania decyzji mogą być bardzo pomocne na pewnych etapach procesu negocjacji, ale często niewystarczające ze względu na charakter sytuacji negocjacyjnej. Struktura negocjacji powoduje, że do pełnego jej opisu niezbędne jest użycie naturalnego języka, który operuje słowami, czyli wielkościami jakościowymi, pojęciami słabo zdefiniowanymi, często niedokładnymi. Przetwarzanie danych w procesie negocjacji oparte jest zarówno na zmiennych liczbowych, jak i zmiennych lingwistycznych, które przyjmują jako swe wartości słowa. Analiza negocjacji powinna uwzględniać czynniki mierzalne, które poddają się ilościowej analizie, oraz niemierzalne (np. zaufanie, emocje, skuteczność perswazji), które nie poddają się już takiemu opisowi, ale ich analiza przynosi często wymierne efekty. Opis jakościowy jest mniej precyzyjny i zależny od osoby opisującej. Nieprecyzyjność może wynikać z braku wiedzy o wartości pewnej wielkości, ale również z subiektywnej oceny. Mamy do czynienia z niedoskonałością informacji (np. niepewność probabilistyczna, rozmyta), niekompletnością informacji, informacjami lingwistycznymi. Z drugiej strony, nawet nie mając możliwości przetwarzania dużych ilości informacji, ale wykorzystując myślenie w kategoriach przybliżonych i używając zmiennych lingwistycznych, można budować zadowalające modele. Istota i charakter negocjacji uzasadniają więc wykorzystanie metod zbiorów rozmytych do modelowania procesu negocjacji. W pracy przedstawimy przykłady wykorzystania zbiorów rozmytych do podejmowania decyzji oraz oceny stopnia satysfakcji z rezultatu negocjacji [7 s. 190-218; 8; 9; 10; 11].

2. Pojęcie i własności zbioru rozmytego

Pojęcie zbioru rozmytego (przybliżonego) zostało wprowadzone przez L.A. Zadeha w 1965 roku jako uogólnienie klasycznego zbioru[3].

Definicja 1. Niech X będzie przestrzenią obiektów. Zbiór rozmyty A definiujemy za pomocą równości:

[3] Własności zbiorów rozmytych oraz możliwości ich zastosowań w zarządzaniu i ekonomii można znaleźć np. w pracach [2, 4, 5, 12, 13, 14].

Zdigitalizowano i udostępniono w ramach projektu pn.
Rozbudowa otwartych zasobów naukowych Repozytorium Uniwersytetu w Białymstoku,
dofinansowanego z programu „Społeczna odpowiedzialność nauki" Ministra Edukacji i Nauki na podstawie umowy SONB/SP/512497/2021

$$A = \{(x, \mu_A(x)) : x \in X,\ \mu_A(x) \in < 0,1 > \},$$

gdzie:

$$\mu_A : X \to < 0,1 >$$

jest dowolną funkcją określoną na X i przyjmującą wartość z przedziału $< 0,1 >$.

Funkcję μ_A nazywamy funkcją przynależności (ang. *membership*) zbioru A.

Dla zbiorów rozmytych dopuszczamy należenie do tego typu obiektu z pewnym stopniem przynależności pomiędzy zerem i jedynką. Jeżeli:

a) $\mu_A(x) = 0$, czyli wartość stopnia przynależności wynosi 0, to mówimy, że element x na pewno nie należy do zbioru A;

b) $\mu_A(x) = 1$, czyli wartość stopnia przynależności wynosi 1, to x na pewno należy do tego zbioru;

c) $\mu_A(x) \in (0,1)$ oznacza częściową przynależność elementu x do zbioru A.

Stopień przynależności można wyznaczać, stosując np. metodę ankietową, gdzie za stopień przynależności przyjmuje się stosunek liczby odpowiedzi twierdzących, że dany element należy do zbioru, do liczby wszystkich odpowiedzi udzielanych przez ankietowane osoby, przy czym odpowiednie pytanie dopuszcza tylko dwie odpowiedzi – tak lub nie.

Przypomnijmy również, że odróżnia się pojęcie rozmytości od nieprecyzyjności. Nieprecyzyjność dotyczy braku wiedzy o wartości parametru i jest wyrażana ścisłym przedziałem tolerancji, z kolei rozmytość występuje, gdy nie ma ostrych granic.

Skończony zbiór rozmyty A zapisujemy następująco:

$$A = \mu_A(x_1) \mid x_1 + \mu_A(x_2) \mid x_2 + \ldots + \mu_A(x_n) \mid x_n =$$

$$= \mu_1 \mid x_1 + \mu_2 \mid x_2 + \ldots + \mu_n \mid x_n = \sum_{i=1}^{n} \mu_i \mid x_i .$$

W przypadku nieskończonego zbioru rozmytego A piszemy:

$$A = \int_X \mu_A(x) \mid x = \sum_{x \in X} \mu_A(x) \mid x .$$

Nośnikiem $supp\,(A)$ zbioru rozmytego A nazywamy zbiór złożony z tych elementów uniwersum X, które należą do zbioru rozmytego w stopniu niezerowym, czyli:

$$supp\,(A) = \{x \in X :\ \mu_A(x) > 0\}.$$

Często, jeśli nie prowadzi to do niejednoznaczności (np. przy prezentacji zbioru rozmytego, wykonywaniu działań na funkcjach przynależności), ograniczamy się tylko do nośnika zbioru rozmytego, pomijając te elementy $x \in X$, dla których mają one wartość zerową.

Przypomnijmy, że dowolny klasyczny podzbiór $A \subseteq X$ jest jednoznacznie wyznaczony przez tzw. funkcję charakterystyczną tego podzbioru:

Zdigitalizowano i udostępniono w ramach projektu pn.
Rozbudowa otwartych zasobów naukowych Repozytorium Uniwersytetu w Białymstoku,
dofinansowanego z programu „Społeczna odpowiedzialność nauki" Ministra Edukacji i Nauki na podstawie umowy SONB/SP/512497/2021
Minister Edukacji i Nauki

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } x \in A \\ 0 & \text{gdy } x \notin A \end{cases}.$$

Zatem, istotnie, pojęcie zbioru rozmytego możemy traktować jako uogólnienie pojęcia zbioru klasycznego, polegające na dopuszczeniu, aby funkcja charakterystyczna (przynależności) zbioru przyjmowała wartości nie ze zbioru $\{0,1\}$, a z przedziału $< 0,1 >$.

Uogólnieniem zbioru rozmytego jest pojecie zbioru podwójnie rozmytego wprowadzone przez K.T. Atanassowa. (ang. *bifuzzy*)[4] [por. 1].

Definicja 2. Niech X będzie przestrzenią obiektów. Zbiorem podwójnie rozmytym nazywamy obiekt postaci:

$$A = \{(x, \mu_A(x), \nu_A(x)) : x \in X\}$$

gdzie $\mu_A, \nu_A : X \to < 0,1 >$ spełniają dla wszystkich $x \in X$ warunek:

$$0 \le \mu_A(x) + \nu_A(x) \le 1.$$

Funkcja μ_A jest funkcją przynależności, a ν_A nazywamy funkcją nieprzynależności (ang. *non-membership*). Wartości funkcji μ_A oraz ν_A danego zbioru podwójnie rozmytego w punkcie $x \in X$ nazywamy odpowiednio stopniem przynależności i stopniem nieprzynależności elementu x do zbioru podwójnie rozmytego A.

Wartość $\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \nu_A(x)$ nazywamy stopniem niepewności (ang. *non-determinancy* lub *uncertainty*) przynależenia elementu $x \in X$ do zbioru A.

Zauważmy, że każdy zbiór rozmyty A może być zapisany jako:

$$A = \{(x, \mu_A(x), 1 - \mu_A(x)) : x \in X\}$$

W przypadku wyznaczania stopnia przynależności, nieprzynależności, niepewności możemy również stosować metodę ankietową, przy czym odpowiednie pytanie dopuszcza trzy odpowiedzi: tak, nie, nie wiem (nie mam zdania). Za stopień przynależności (odpowiednio nieprzynależności, niepewności) przyjmuje się stosunek liczby odpowiedzi twierdzących, że dany element należy (odpowiednio nie należy, nie wiem, nie mam zdania, czy należy) do zbioru do liczby wszystkich odpowiedzi udzielonych przez ankietowane osoby.

Na klasie zbiorów można określić działania będące odpowiednikiem operacji mnogościowych. Do najważniejszych z nich zaliczamy: sumę, iloczyn, dopełnienie.

Sumą zbiorów rozmytych A i B określonych na tym samym uniwersum X jest zbiór rozmyty $A \cup B$ określony funkcją przynależności:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max\{(\mu_A(x), \mu_B(x)\}$$

Iloczynem zbiorów rozmytych A i B określonych na tym samym uniwersum X jest zbiór rozmyty $A \cap B$ określony funkcją przynależności

[4] Zbiór ten nazywany jest również *intuitionistic fuzzy set.*

Zdigitalizowano i udostępniono w ramach projektu pn.
Rozbudowa otwartych zasobów naukowych Repozytorium Uniwersytetu w Białymstoku,
dofinansowanego z programu „Społeczna odpowiedzialność nauki" Ministra Edukacji i Nauki na podstawie umowy SONB/SP/512497/2021

$$\mu_{A\cap B}(x) = \min\{(\mu_A(x), \mu_B(x)\}.$$

Dopełnieniem zbioru rozmytego A określonego na uniwersum X jest zbiór rozmyty $\neg A$ określony przez funkcję przynależności:

$$\mu_{\neg A}(x) = 1 - \mu_A(x).$$

3. Wykorzystanie zbiorów rozmytych do modelowania stopnia satysfakcji z osiągniętego wyniku

Podamy przykład wykorzystania zbiorów rozmytych do oceny stopnia satysfakcji z osiągniętego wyniku [por. 7, s. 93–212].

Niech $(X, \succcurlyeq_i)$ będzie parą uporządkowaną, gdzie X jest zbiorem wszystkich możliwych opcji negocjowanego zagadnienia, $\succcurlyeq_i$ relacją preferencji $i-$tego negocjatora określoną na zbiorze X, gdzie $i = 1,2$, przy czym preferencje strony wyrażają jego poziom zadowolenia z opcji. Mamy $a \succcurlyeq_i b$ wtedy i tylko wtedy, gdy opcja a jest nie gorsza niż opcja b. Opcje (wartości atrybutu) mogą być mierzalne, np. cena, termin płatności, lub wyrażone słownie, np. dobry, zły, całkiem dobry.

Zadowolenie bądź niezadowolenie z opcji danego zagadnienia dla $i-$tego negocjatora, gdzie $i = 1,2$, możemy reprezentować przez zbiór podwójnie rozmyty postaci:

$$A_i = \{(x, \mu_{A_i}(x), \nu_{A_i}(x)) : x \in X\},$$

przy czym $\mu_{A_i}, \nu_{A_i} : X \to <0,1>$: spełniają dla wszystkich $x \in X$ warunek

$$0 \le \mu_{A_i}(x) + \nu_{A_i}(x) \le 1.$$

Funkcję przynależności μ_A, nieprzynależności ν_{A_i} traktujemy tutaj odpowiednio jako funkcję zadowolenia, funkcję niezadowolenia. Wartości funkcji μ_{A_i}, ν_{A_i} danego zbioru podwójnie rozmytego w punkcie $x \in X$ określamy jako odpowiednio stopień zadowolenia, stopień niezadowolenia z opcji x.

Wartość $\pi_{A_i}(x) = 1 - \mu_{A_i}(x) - \nu_{A_i}(x)$ oznacza stopień niepewności (niemożności oceny) zadowolenia z opcji $x \in X$.

Niech dalej $x_i^{\min}$ będzie tzw. minimalną opcją, czyli opcją odpowiadającą granicy ustępstw czy też związaną z realizacją celu minimalnego w zakresie rozważanego zagadnienia, natomiast x_i^{ideal} niech będzie opcją idealną, czyli odpowiadającą maksymalnej granicy żądań lub reprezentują cel idealny.

Przy czym funkcja $\mu_{A_i}(x)$ spełnia następujące własności:

– $\mu_{A_i}(x) = 1$, gdy $x \succcurlyeq_i x_i^{ideal}$;

– $\mu_{A_i}(x) = 0$, gdy $x_i^{\min} \succ_i x$;

Zdigitalizowano i udostępniono w ramach projektu pn.
Rozbudowa otwartych zasobów naukowych Repozytorium Uniwersytetu w Białymstoku,
dofinansowanego z programu „Społeczna odpowiedzialność nauki" Ministra Edukacji i Nauki na podstawie umowy SONB/SP/512497/2021
Minister Edukacji i Nauki

– $\mu_{A_i}(x) \geq \mu_{A_i}(y)$, wtedy i tylko wtedy, gdy $x \succcurlyeq_i y$;

– $\mu_{A_i}(x_i^{\min}) \geq \nu_{A_i}(x_i^{\min})$.

Przy szacowaniu stopnia zadowolenia oraz niezadowolenia chcemy dodatkowo, aby stopień niepewności $\pi_i(x)$ był jak najmniejszy. W szczególności, gdy $\pi_i(x) = 0$ dla dowolnego $x \in X$, otrzymujemy zbiór rozmyty

$$A_i = \{(x, \mu_{A_i}(x)) : x \in X\},$$

gdzie stopień niezadowolenia wynosi $\nu_{A_i}(x) = 1 - \mu_{A_i}(x)$. Z powyższych uwag wynika, że możemy w naszych rozważaniach przyjąć $\mu_{A_i}(x_i^{\min}) = 0{,}5$. Wtedy stopień niezadowolenia będzie co najwyżej równy $0{,}5$.

Wspólny poziom zadowolenia dla opcji definiujemy jako uporządkowaną parę w następujący sposób:

$$WPZ(x) = \{\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x)\},$$

gdzie $x \in X$.

Wartości $\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x)$ interpretujemy jako poziom zadowolenia odpowiednio pierwszej i drugiej strony, gdy obie z nich przyjęły opcję x.

Podobnie określamy wspólny poziom niezadowolenia jako uporządkowaną parę:

$$WPNZ(x) = \{\nu_{A_1}(x), \nu_{A_2}(x)\}.$$

Wartości $\nu_{A_1}(x), \nu_{A_2}(x)$ interpretujemy jako poziom niezadowolenia, odpowiednio pierwszej i drugiej strony, gdy obie z nich przyjęły opcję x.

Wspólny poziom niepewności ma postać:

$$WPNP(x) = \{\pi_{A_1}(x), \pi_{A_2}(x)\}.$$

Wartości $\pi_{A_1}(x), \pi_{A_2}(x)$ interpretujemy jako poziom niepewności ze słuszności podjęcia decyzji odpowiednio pierwszej i drugiej strony, gdy obie z nich przyjęły opcję x.

Każda ze stron pragnie maksymalizować swój poziom zadowolenia, a minimalizować poziom niezadowolenia. Możemy poszukiwać rozwiązania (opcji), które spełniałoby określone warunki nałożone na poziom zadowolenia bądź niezadowolenia czy poziom niepewności ze względu na obie strony negocjacji. Zauważmy, że strony negocjacji przez wymianę informacji, wzajemną komunikację, groźby, obietnice, perswazje, itp. wpływają na trzy stopnie. Zmniejszając stopień niepewności, zwiększamy bądź zmniejszamy jednocześnie poziom satysfakcji lub niezadowolenia. Poziomu zadowolenia nie należy utożsamiać bezpośrednio z użytecznością opcji, gdyż zadowolenie jest odzwierciedleniem nie tylko użyteczności samego dobra, ale powinno być rozważane w kontekście całej sytuacji negocjacyjnej, czyli np. norm lub wartości uznawanych przez strony,

Zdigitalizowano i udostępniono w ramach projektu pn.
Rozbudowa otwartych zasobów naukowych Repozytorium Uniwersytetu w Białymstoku,
dofinansowanego z programu „Społeczna odpowiedzialność nauki" Ministra Edukacji i Nauki na podstawie umowy SONB/SP/512497/2021
Minister Edukacji i Nauki

relacji miedzy nimi, uwarunkowań prawnych, społecznych, cech osobowościowych, presji czasu itp.

Ocena stopnia zadowolenia z określonego wyniku jest punktem wyjścia opracowania procedury ustalenia rezultatu końcowego negocjacji. Procedura taka jest uzależniona od charakteru interesów stron, może być niezmienna lub ulegać transformacji w trakcie procesu negocjacyjnego.

Przykład 1. [Por. 7, s. 193–213; 8; 9; 10; 11; 8]. Negocjacje dotyczą ustalenia ceny kupna-sprzedaży (zwanej dalej ceną transakcji) p pewnego dobra D między sprzedającym S a kupującym K. Targowanie się to proces składania ofert bądź kontrofert przez jedną ze stron w momencie czasu $t \in T$, gdzie $t = 0,1,2,...,n$.

W momencie czasu $t \in T$ sprzedający szacuje:

- minimalną, czyli najniższą, ale możliwą do zaakceptowania cenę $p_S(min,t)$, za którą jest w stanie sprzedać dobro D;
- idealną, czyli najlepszą z możliwych do osiągnięcia cenę $p_S(ideal,t)$, którą spodziewa się otrzymać za dobro D, przy czym $p_S(min,t) < p_S(ideal,t)$, gdzie $t \in T$;
- stopień zadowolenia w przypadku uzyskania określonej ceny kupna-sprzedaży za pomocą funkcji przynależności $\mu_{S(t)} : \Re^+ \times \Re^+ \to < 0,1 >$, $p \in \Re^+$, $t \in \Re^+$ spełniającej następujące warunki:
  1. $\mu_{S(t)}(p) = 1$, gdy $p \geq p_S(ideal,t)$,
  2. $\mu_{S(t)}(p) = 0$, gdy $p < p_S(min,t)$,
  3. $\mu_{S(t)} \in (a_t,1)$, gdy $p \in (p_S(min,t), p_S(ideal,t))$,

  gdzie $t \in T$, $p -$ oferta cenowa dobra D.

Podobnie w momencie czasu $t \in T$ kupujący szacuje:

- maksymalną, czyli najwyższą, ale możliwą do zaakceptowania cenę $p_K(max,t)$, którą jest w stanie zapłacić za dobro D;
- idealną, najlepszą cenę do osiągnięcia przez niego z możliwych $p_K(ideal,t)$, przy czym $p_K(ideal,t) < p_K(max,t)$ dla $t \in T$;
- stopień zadowolenia w przypadku uzyskania określonej ceny kupna-sprzedaży za pomocą funkcji przynależności $\mu_{K(t)} : \Re^+ \times \Re^+ \to < 0,1 >$, $p \in \Re^+$, $t \in \Re^+$ spełniającej następujące warunki:
  1. $\mu_{K(t)}(p) = 1$, gdy $p \leq p_k(ideal,t)$,
  2. $\mu_{K(t)}(p) = 0$, gdy $p > p_K(max,t)$,
  3. $\mu_{K(t)} \in (b_t,1)$, gdy $p \in (p_K(ideal,t), p_K(max,t))$,

gdzie $t \in T$, $p -$ oferta cenowa dobra D.

Obszar negocjacyjny dla sprzedającego ma postać:

Zdigitalizowano i udostępniono w ramach projektu pn.
Rozbudowa otwartych zasobów naukowych Repozytorium Uniwersytetu w Białymstoku,
dofinansowanego z programu „Społeczna odpowiedzialność nauki" Ministra Edukacji i Nauki na podstawie umowy SONB/SP/512497/2021
Minister Edukacji i Nauki

$$ON_S(t) =< p_S(min,t),+\infty), \text{ gdzie } t \in T.$$

Obszar negocjacyjny dla kupującego ma postać:

$$ON_K(t) =< 0, p_K(max,t) >, \text{ gdzie } t \in T.$$

Obszar negocjacyjnego porozumienia, czyli przedział targowania definiujemy następująco:

$$ONP(t) = ON_S(t) \cap ON_K(t), \text{ gdzie } t \in T.$$

Transakcja może dojść do skutku w momencie $t \in T$, jeśli $p \in ONP(t)$. Wspólny poziom zadowolenia z uzyskanej ceny definiujemy jako uporządkowaną parę w następujący sposób:

$$WPZ(p,t) = \left\{\mu_{S(t)}(p), \mu_{K(t)}(p)\right\},$$

gdzie $p \in ONP(t)$, $t \in T$.

Zadowolenie z uzyskania określonej ceny p w momencie $t \in T$ dla sprzedającego oraz kupującego reprezentujemy przez zbiór rozmyty postaci:

$$A_i(t) = \left\{(p, \mu_{i(t)}(p)) : p \in \Re^+\right\},$$

gdzie $i \in \{S, K\}$, a funkcje $\mu_{i(t)} : \Re^+ \times \Re^+ \to < 0,1 >$ spełniają dla wszystkich $p \in \Re^+$ warunek:

$$0 \le \mu_{i(t)}(p) \le 1.$$

Funkcję przynależności $\mu_{i(t)}$ traktujemy jako funkcję zadowolenia sprzedającego dla $i = S$ (kupującego dla $i = K$). Wartości funkcji $\mu_{S(t)}$ danego zbioru rozmytego w punkcie $p \in \Re^+$ określamy jako stopień (poziom) zadowolenia odpowiednio sprzedającego bądź kupującego z ceny p. Wartość:

- 1 – oznacza całkowitą satysfakcję z negocjacji cenowych oraz zaakceptowanie ceny bez zastrzeżeń;
- 0 – całkowite niezadowolenie oraz zupełny brak akceptacji ceny;
- $\mu_{S(t)}(p_S(min,t)) = a_t \in (0,1)$ – najniższą satysfakcję sprzedającego, wiążącą się z najniższą dla sprzedającego ceną możliwą do zaakceptowania;
- $\mu_{K(t)}(p_K(max,t)) = b_t \in (0,1)$ – najniższą satysfakcję kupującego, wiążącą się z najwyższą dla kupującego ceną możliwą do zaakceptowania;
- z przedziału $(a_t,1)$ – częściową satysfakcję sprzedającego, wiążącą się ze skłonnością do zaakceptowania danej ceny;
- z przedziału $(b_t,1)$ – częściową satysfakcję kupującego, wiążącą się ze skłonnością do zaakceptowania danej ceny.

Na wartość funkcji $\mu_{S(t)}$, $\mu_{K(t)}$ mają wpływ, m.in. użyteczność samego dobra, zakres informacji dostępnej stronom, relacje między stronami, siła przetargowa, zdolność przekonywania, emocje, normy zwyczajowe, prawne, etyczne itp.

Zdigitalizowano i udostępniono w ramach projektu pn.
Rozbudowa otwartych zasobów naukowych Repozytorium Uniwersytetu w Białymstoku,
dofinansowanego z programu „Społeczna odpowiedzialność nauki" Ministra Edukacji i Nauki na podstawie umowy SONB/SP/512497/2021
Minister Edukacji i Nauki

W momencie czasu $t \in T$ jedna ze stron składa ofertę, natomiast druga podejmuje decyzję o jej przyjęciu lub odrzuceniu. Jeśli oferta (kontroferta) zostanie przyjęta, kończy się proces targowania. Jeśli w chwili $t \in T$ oferta nie zostanie przyjęta, następuje zmiana postrzegania sytuacji targowania się. Strony modyfikują swoje przedziały negocjacji, funkcje zadowolenia, reguły decyzyjne przyjęcia lub odrzucenia oferty, dostosowując się do przebiegu negocjacji cenowych poprzez wymianę informacji, przekonywanie się, groźby, obietnice itp. Targowanie rozpoczyna się zazwyczaj od ceny idealnej z punktu widzenia sprzedającego oraz idealnej z punktu widzenia kupującego. Pod koniec targowania sprzedający uwzględnia swoją cenę minimalną, za którą jest w stanie sprzedać dobro, natomiast kupujący cenę maksymalną, którą mógłby za nie zapłacić. Strony mogą zgodzić się także na wspólną procedurę ustalenia ceny transakcyjnej.

Analiza subiektywnego postrzegania obszaru porozumienia przez funkcję zadowolenia prowadzi do rozważenia 6 sytuacji targowania się ze względu na uporządkowanie parametrów $p_S(min,t)$, $p_S(ideal,t)$, $p_K(max,t)$, $p_K(ideal,t)$, gdzie $t \in T$[5].

Sytuacja 1. $p_K(ideal,t) < p_K(max,t) < p_S(min,t) < p_S(ideal,t)$.

Brak możliwości transakcji.

Sytuacja 2. $p_K(ideal,t) < p_S(\min,t) \leq p_K(max,t) < p_S(ideal,t)$.

Możliwe jest co najmniej jedno porozumienie. Nie ma idealnego porozumienia ani dla kupującego, ani dla sprzedającego[6].

Sytuacja 3. $p_S(min,t) \leq p_K(ideal,t) < p_K(max,t) < p_S(ideal,t)$.

Istnieje wiele możliwości uzyskania porozumienia, w tym co najmniej jedno idealne porozumienie dla kupującego. Brak jest możliwości idealnego porozumienia dla sprzedającego.

Sytuacja 4. $p_K(ideal,t) < p_S(min,t) < p_S(ideal,t) \leq p_K(max,t)$.

Istnieje wiele możliwości uzyskania porozumienia, w tym co najmniej jedno idealne porozumienie dla sprzedającego. Brak jest możliwości idealnego porozumienia dla kupującego.

Sytuacja 5. $p_S(min,t) \leq p_K(ideal,t) < p_S(ideal,t) \leq p_K(max,t)$.

Istnieje wiele możliwości uzyskania porozumienia, w tym co najmniej jedno idealne porozumienie dla sprzedającego i co najmniej jedno idealne porozumienie dla kupującego. Brak jest możliwości idealnego porozumienia jednocześnie dla kupującego i sprzedającego.

---

[5] Struktura negocjacji w prezentowanym modelu ma postać przetargu pozycyjnego. W klasycznym ujęciu wyróżnia się dwa obszary negocjacyjnego porozumienia: negatywny oraz pozytywny. Negatywny, gdy nie ma porozumień, które mogłyby być zaakceptowane przez obie strony, oraz pozytywny, gdy są takie porozumienia. Przyjmuje się, że strata jednej ze stron jest równa zyskowi drugiej.

[6] Idealne porozumienie w momencie czasu $t \in T$ dla sprzedającego (kupującego) oznacza, że cena transakcji p spełnia warunek $\mu_{S(t)}(p,t) = 1$, (dla kupującego $\mu_{K(t)}(p,t) = 1$).

Zdigitalizowano i udostępniono w ramach projektu pn.
Rozbudowa otwartych zasobów naukowych Repozytorium Uniwersytetu w Białymstoku,
dofinansowanego z programu „Społeczna odpowiedzialność nauki" Ministra Edukacji i Nauki na podstawie umowy SONB/SP/512497/2021
Minister Edukacji i Nauki

Sytuacja 6. $p_S(min,t) < p_S(ideal,t) \leq p_K(ideal,t) < p_K(max,t)$.

Istnieje wiele możliwości uzyskania porozumienia, w tym co najmniej jedno idealne porozumienie jednocześnie dla kupującego oraz sprzedającego.

Targowanie się możemy traktować jako proces modyfikacji sytuacji negocjacyjnych 1–6 wyznaczonych przez uporządkowanie parametrów $p_S(min,t)$, $p_S(ideal,t)$, $p_K(max,t)$, $p_K(ideal,t)$, czyli ciąg

$$\{WPZ_{(S,K)}(p,t)\}_{t\in T}\text{[7]},$$

gdzie

$$WPZ_{(S,K)}(p,t) = \{\mu_{S(t)}(p,t), \mu_{K(t)}(p,t)\},\ t \in T.$$

Obie strony dążą do osiągnięcia porozumienia, które dawałoby im określony poziom satysfakcji. Trzeba jednak pamiętać, że osiągnięty stopień satysfakcji jest miarą subiektywną zależną od osobowości negocjatorów oraz ich zdolności negocjacyjnych.

5. Wykorzystanie zbiorów rozmytych do podejmowania decyzji

Podejmowanie decyzji można określić jako wybór odpowiedniej procedury, prowadzącej do najlepszego w danych warunkach rozwiązania. W przypadku pełnej informacji, czyli gdy dokładnie wiemy, jakie są decyzje do wyboru i jaka jest użyteczność każdej z nich, podejmowanie decyzji sprowadza się do maksymalizacji funkcji użyteczności. Jeśli informacje mają charakter losowy, to maksymalizujemy oczekiwaną wartość funkcji użyteczności. W warunkach ryzyka lub niepewności możemy wykorzystać różne strategie do podejmowania decyzji. W przypadku, gdy niepewność dotyczy wielu elementów sytuacji decyzyjnej, możemy stosować metody oparte na teorii zbiorów rozmytych.

Niech sytuacja negocjacyjna będzie reprezentowana w postaci trójki (X, A, U), gdzie $X = \{x_1,...,x_n\}$ to zbiór celów negocjacyjnych, $A = \{a_1,...,a_m\}$ – zbiór pakietów negocjacyjnych (możliwych alternatyw), $U = [u_{ij}]_{m\times n}$ – macierz użyteczności, gdzie u_{ij} określa użyteczność alternatywy a_i dla osiągnięcia wyniku x_j[8].

Cele negocjacyjne mogą dotyczyć zarówno punktów, które są bezpośrednio negocjowane, np. cena towaru, warunki dostawy, jak również tzw. celów miękkich, typu: utrzymanie dobrych stosunków z drugą stroną, zachowanie twarzy itp.

Zauważmy, że określony pakiet negocjacyjny realizuje cele negocjatora w różnym stopniu. Negocjator wyznacza określony poziom realizacji $\mu_S(x_i)$ każdego celu x_i, gdzie $i = 1,2,...,n$, ze względu na przyjęte przez niego „kryterium decyzji

[7] Dokładniejszą analizę sytuacji 1–6, możliwości ich transformacji, przykłady funkcji przynależności dla kupującego i sprzedającego zawiera praca [7, s. 193–213].

[8] Prezentowana w pracy koncepcja podejmowania decyzji oparta jest na metodzie R. Janina [por. 3, s. 339–340; 4, s. 259–262]. Więcej o decyzjach rozmytych i ich zastosowaniu w ekonomii można znaleźć np. w pracach [2; 4; 5].

Zdigitalizowano i udostępniono w ramach projektu pn.
Rozbudowa otwartych zasobów naukowych Repozytorium Uniwersytetu w Białymstoku,
dofinansowanego z programu „Społeczna odpowiedzialność nauki" Ministra Edukacji i Nauki na podstawie umowy SONB/SP/512497/2021
Minister Edukacji i Nauki

optymalnej". Stopień realizacji celu nie musi być jednakowy dla wszystkich celów. Optymalna, zdaniem negocjatora, decyzja powinna realizować niektóre cele w stopniu maksymalnym, inne w zadowalającym, a niektóre tylko w minimalnym. Zatem zadaniem negocjatora jest znalezienie rozmytej decyzji optymalnej lub zbioru decyzji zadowalających dla ustalonego wyniku rozmytego:

$$S = \mu_S(x_1) \mid x_1 + \mu_S(x_2) \mid x_2 + \ldots + \mu_S(x_n) \mid x_n .$$

W tym celu konstruujemy zbiory rozmyte U_i, U_i^* oraz użyteczność ostrą $v : A \to \Re$, gdzie $v(a_i) = u(U_i^*)$ dla dowolnego a_i. Rezultatem rozmytym jest decyzja postaci:

$$A^* = v(U_1^*) \mid a_1 + v(U_2^*) \mid a_2 + \ldots + v(U_n^*) \mid a_n .$$

Decyzją optymalną a^* jest decyzja, której odpowiada największa wartość użyteczności ostrej, czyli:

$$v(U_i^*) = \max\{v(U_1^*), v(U_2^*), \ldots, v(U_n^*)\} .$$

Użytecznością rozmytą decyzji a_i nazywamy zbiór U_i postaci:

$$U_i = \sum((\mu_S(x_{j1}) \square \ldots \square \mu_S(x_{j_p})) \mid u_{i,j_1} = \sum v_{i,j_1} \mid u_{i,j_1} ,$$

gdzie $\square$ oznacza sumę probabilistyczną zdefiniowaną następująco:

$$\mu_S(x) \square \mu_S(y) = \mu_S(x) + \mu_S(y) - \mu_S(x) \cdot \mu_S(y) ,$$

przy czym znak sumy obejmuje wszystkie różne stopnie przynależności u_{i,j_1}, a sekwencje $x_{j_1}, \ldots, x_{j_p}$ mają dla ustalonej alternatywy a_i taką samą użyteczność u_{i,j_1}.

Stąd wynika, że nośnik zbioru U_i jest zmodyfikowanym $i-$tym wierszem macierzy użyteczności, w którym nie ma elementów z użytecznością zerową celu x_i oraz nie występują powtórzenia.

Rozmytą użytecznością właściwą decyzji a_i nazywamy zbiór U_i^* postaci:

$$U_i^* = \sum_{suppU_i} \min(v_{i,j_1}, \frac{u_{i,j_1}}{u_{\max}}) \mid u_{i,j_1} .$$

Wartości użyteczności rozmytej ostrej modyfikujemy poprzez odwołanie się do największego elementu połączonych nośników wszystkich zbiorów U_i, czyli:

$$u_{\max} = \max(\bigcup_i suppU_i) .$$

Element $u_{\max}$ jest największą wartością wybraną z elementów tych kolumn macierzy U, którym odpowiadają niezerowe stopnie przynależności zbioru rozmytego.

Zauważmy, że użyteczność właściwa uwzględnia stopnie przynależności wyniku rozmytego S oraz stosunek użyteczności wybranej alternatywy a_i dla osiągnięcia celu x_i do użyteczności maksymalnej w danej sytuacji decyzyjnej.

Zdigitalizowano i udostępniono w ramach projektu pn.
Rozbudowa otwartych zasobów naukowych Repozytorium Uniwersytetu w Białymstoku,
dofinansowanego z programu „Społeczna odpowiedzialność nauki" Ministra Edukacji i Nauki na podstawie umowy SONB/SP/512497/2021
Minister Edukacji i Nauki

Ostrą użytecznością $v(a_i)$ decyzji a_i jest wartość średnia (najczęściej przyjmuje się tu średnią arytmetyczną) wszystkich stopni przynależności zbioru rozmytego U_i^*.

Przykład 2. [por. 7, s. 214–218]. Niech sytuacja negocjacyjna będzie reprezentowana w postaci trójki (X, A, U), gdzie $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ to zbiór celów negocjacyjnych, $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7\}$ – zbiór pakietów negocjacyjnych (możliwych alternatyw). Macierz użyteczności $U = [u_{ij}]_{7\times 4}$, gdzie u_{ij} określa użyteczność alternatywy a_i dla osiągnięcia celu x_j, ma postać:

$$U = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 4 & 8 \\ 2 & 4 & 8 & 8 \\ 4 & 8 & 10 & 6 \\ 5 & 5 & 3 & 10 \\ 3 & 4 & 8 & 10 \\ 5 & 4 & 9 & 9 \\ 2 & 8 & 4 & 10 \end{bmatrix}.$$

Wyznaczymy optymalną decyzję rozmytą dla następującego wyniku rozmytego:

$$S = 0{,}7 \mid x_1 + 0{,}8 \mid x_2 + 0{,}9 \mid x_3 + 0{,}5 \mid x_4,$$

co znaczy, że chcemy, aby zamierzone cele x_1, x_2, x_3, x_4 zostały zrealizowane odpowiednio w stopniu 0,7; 0,8; 09; 0,5.

Obliczamy kolejno:

$$u_{\max} = 10$$

$$U_1^* = \min(0{,}8;\, 0{,}3) \mid 3 + \min(0{,}9;\, 0{,}4) \mid 4 + \min(0{,}7;\, 0{,}5) \mid 5 + \min(0{,}5;\, 0{,}8) \mid 8 =$$
$$= 0{,}3 \mid 3 + 0{,}4 \mid 4 + 0{,}5 \mid 5 + 0{,}5 \mid 8$$

$$v(a_i) = v(U_1^*) = \frac{0{,}3 + 0{,}4 + 0{,}5 + 0{,}5}{4} = \frac{1{,}7}{4} = 0{,}425$$

$$U_2^* = \min(0{,}7;\, 0{,}2) \mid 2 + \min(0{,}8;\, 0{,}4) \mid 4 + \min(0{,}9 + 0{,}5 - 0{,}9 \cdot 0{,}5;\, 0{,}8) \mid 8 =$$
$$= 0{,}2 \mid 2 + 0{,}4 \mid 4 + 0{,}8 \mid 8$$

$$v(a_2) = v(U_2^*) = \frac{0{,}2 + 0{,}4 + 0{,}8}{3} = \frac{1{,}4}{4} \approx 0{,}47$$

$$U_3^* = \min(0{,}7;\, 0{,}4) \mid 4 + \min(0{,}5;\, 0{,}6) \mid 6 + \min(0{,}8;\, 0{,}8) \mid 8 + \min(0{,}9;\, 1) \mid 10 =$$
$$= 0{,}4 \mid 4 + 0{,}5 \mid 6 + 0{,}8 \mid 8 + 0{,}9 \mid 10$$

$$v(a_3) = v(U_3^*) = \frac{0{,}4 + 0{,}5 + 0{,}8 + 0{,}9}{4} = \frac{2{,}6}{4} = 0{,}65$$

$$U_4^* = \min(0{,}9;\, 0{,}3) \mid 3 + \min(0{,}7 + 0{,}8 - 0{,}7 \cdot 0{,}8;\, 0{,}5) \mid 5 + \min(0{,}7;\, 1) \mid 10 =$$

Zdigitalizowano i udostępniono w ramach projektu pn.
Rozbudowa otwartych zasobów naukowych Repozytorium Uniwersytetu w Białymstoku,
dofinansowanego z programu „Społeczna odpowiedzialność nauki" Ministra Edukacji i Nauki na podstawie umowy SONB/SP/512497/2021

$$= 0{,}3 \mid 3 + 0{,}5 \mid 5 + 0{,}7 \mid 8$$

$$v(a_4) = v(U_4^*) = \frac{0{,}3 + 0{,}5 + 0{,}7}{3} = \frac{1{,}5}{3} = 0{,}5$$

$$U_5^* = \min(0{,}7;\, 0{,}3) \mid 3 + \min(0{,}8;\, 0{,}4) \mid 4 + \min(0{,}9;\, 0{,}8) \mid 8 + (\min(0{,}5;\, 1) \mid 10 =$$
$$= 0{,}3 \mid 3 + 0{,}4 \mid 4 + 0{,}8 \mid 8 + 0{,}5 \mid 10$$

$$v(a_5) = v(U_5^*) = \frac{0{,}3 + 0{,}4 + 0{,}8 + 0{,}5}{4} = \frac{2}{4} = 0{,}5$$

$$U_6^* = \min(0{,}8;\, 0{,}4) \mid 4 + \min(0{,}8;\, 0{,}5) \mid 5 + \min(0{,}9 + 0{,}5 - 0{,}9 \cdot 0{,}5;\, 0{,}9) \mid 9 =$$
$$= 0{,}4 \mid 4 + 0{,}5 \mid 5 + 0{,}9 \mid 9$$

$$v(a_6) = v(U_6^*) = \frac{0{,}4 + 0{,}5 + 0{,}9}{3} = \frac{1{,}8}{3} = 0{,}6$$

$$U_7^* = \min(0{,}7;\, 0{,}2) \mid 2 + \min(0{,}9;\, 0{,}4) \mid 4 + \min(0{,}8;\, 0{,}8) \mid 8 + \min(0{,}5; 1) \mid 10 =$$
$$= 0{,}2 \mid 2 + 0{,}4 \mid 4 + 0{,}8 \mid 8 + 0{,}5 \mid 10$$

$$v(a_7) = v(U_7^*) = \frac{0{,}2 + 0{,}4 + 0{,}8 + 0{,}5}{4} = \frac{1{,}9}{4} = 0{,}475\,.$$

Zatem:

$$A = 0{,}425 \mid a_1 + 0{,}47 \mid a_2 + 0{,}65 \mid a_3 + 0{,}5 \mid a_4 + 0{,}5 \mid a_5 + 0{,}6 \mid a_6 + 0{,}475 \mid a_7,$$

co oznacza, że decyzją optymalną dla osiągnięcia S jest a_3.

6. Podsumowanie

Ze względu na charakter negocjacji zbiory rozmyte mogą mieć wielorakie zastosowanie na różnych etapach procesu negocjacji, np. do modelowania wielkości przybliżonych, a także wyrażeń werbalnych związanych z procesem negocjacji, oceny wartości poszczególnych alternatyw, stopnia realizacji zamierzonego celu, możliwości czynienia ustępstw, porównywania wariantów decyzyjnych, oceny stopnia zadowolenia z osiągniętego cząstkowego bądź całkowitego rezultatu negocjacji, stopnia realizacji zamierzonego celu, oceny i porównywania wariantów decyzyjnych czy wreszcie podejmowania decyzji. W pracy ograniczono się jedynie do podania dwóch prostych propozycji wykorzystania zbiorów rozmytych: do oceny stopnia satysfakcji z rezultatu negocjacji oraz do podejmowania decyzji.

Literatura

1. Atanassow K.T., *Intuitionistic fuzzy sets*, Physica-Verlag, 1999.
2. Heilpern S., *Podejmowanie decyzji w warunkach ryzyka i niepewności*, Wydawnictwo AE we Wrocławiu, Wrocław 2001.
3. Kasprzyk J., *Zbiory rozmyte w analizie systemowej*, PWN, Warszawa 1986.

Zdigitalizowano i udostępniono w ramach projektu pn.
Rozbudowa otwartych zasobów naukowych Repozytorium Uniwersytetu w Białymstoku,
dofinansowanego z programu „Społeczna odpowiedzialność nauki" Ministra Edukacji i Nauki na podstawie umowy SONB/SP/512497/2021
Minister Edukacji i Nauki

4. Łachwa A., *Rozmyty świat zbiorów, liczb, relacji, faktów, reguł i decyzji*, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 2001.
5. Ostasiewicz W., *Zastosowanie zbiorów rozmytych w ekonomii*, PWN, Warszawa 1986.
6. Piegat A., *Modelowanie i sterowanie rozmyte,* Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 1999.
7. Roszkowska E., *Modelowanie procesów decyzyjnych oraz negocjacji za pomocą kompleksów reguł*, Wydawnictwo Uniwersytetu w Białymstoku, Białystok 2007.
8. Roszkowska E., *Model targowania się z wykorzystaniem funkcji przynależności*, „Optimum. Studia Ekonomiczne" 2002, nr 4 (16).
9. Roszkowska E., *Zastosowanie funkcji przynależności do szacowania stopnia zadowolenia z transakcji*, [w:] Bocian A.F. (red.), *Podlasie – kierunki zmian*, Fundacja Promocji Rozwoju Podlasia, Białystok 2006.
10. Roszkowska E., Burns T., *Fuzzy Bargaining Games: Conditions of Agreement, Satisfaction, and Equilibrium*, [w:] Kersten G.E., Rios J., Chen E. (red.), *Proceedings Group Decision and Negotiation 2007*, InterNeg Research Centre, J. Molson School of Business, Concordia University, Montreal 2007.
11. Roszkowska E., Burns T., *Fuzzy Judgement in bargaining games: Diverse patterns of Price Determination and Transaction in Buyer-Seller Exchange*, XIII World Congress of IEA, Lisboa, Portugal 2002, Working papers Nr 338 Institute of mathematical Economics, University of Bielefeld, ZIF Reseach group Procedural Approaches to Conflict Resolution, http://www.wiwi.uni-bielefeld.de/~imw/papers/338.
12. Rutkowska D., Piliński M., Rutkowski L., *Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1997.
13. Świtalski Z., *Miękkie modele preferencji i ich zastosowania w ekonomii,* Wydawnictwo AE w Poznaniu, Poznań 2002.
14. Zieliński J.S., *Inteligentne systemy w zarządzaniu. Teoria i praktyka*, PWN, Warszawa 2000.

Zdigitalizowano i udostępniono w ramach projektu pn.
Rozbudowa otwartych zasobów naukowych Repozytorium Uniwersytetu w Białymstoku,
dofinansowanego z programu „Społeczna odpowiedzialność nauki" Ministra Edukacji i Nauki na podstawie umowy SONB/SP/512497/2021

Minister Edukacji i Nauki