

INWESTYCJE A RYNEK PRACY (NA PRZYKŁADZIE WOJEWÓDZTWA PODLASKIEGO)

Józef ROGOWSKI*

1. Wiadomości wstępne z ekonomii matematycznej¹

Rozważmy neoklasyczny model przedsiębiorstwa produkującego jeden produkt w warunkach doskonałej konkurencji przy długim horyzoncie czasowym, czyli nie uwzględniamy ograniczeń związanych z ograniczonymi zasobami czynników produkcji. Dla uproszczenia przyjmijmy dwuczynnikową funkcję produkcji $f(K,L)$, gdzie K oznacza nakład kapitału, a L – pracy. Funkcja ta spełnia następujące założenia:

- $\frac{\partial f}{\partial K} > 0$ – dodatnia krańcowa produktywność kapitału przy stałym nakładzie pracy;
- $\frac{\partial f}{\partial L} > 0$ – dodatnia krańcowa wydajność pracy przy stałym nakładzie kapitału;
- $\frac{\partial^2 f}{\partial K^2} < 0$ – malejąca krańcowa produktywność kapitału przy stałym nakładzie pracy i rosnącym nakładzie kapitału;
- $\frac{\partial^2 f}{\partial L^2} < 0$ – malejąca krańcowa wydajność pracy przy stałym nakładzie kapitału i rosnącym nakładzie pracy.
- $\frac{\partial^2 f}{\partial L \partial K} = \frac{\partial^2 f}{\partial K \partial L} > 0$

Założmy, że wielkość produkcji się nie zmienia i wynosi Q . Wówczas z własności funkcji f wynika istnienie funkcji wzajemnie jednoznacznej między nakładami czynników produkcji pokazującej ich substytucję. Jej własności wynikają ze wzoru na różniczkę zupełną:

$$Q = f(K, L) \Rightarrow 0 = dQ = \frac{\partial f}{\partial K} dK + \frac{\partial f}{\partial L} dL$$

* prof. dr hab. Józef Rogowski, Uniwersytet w Białymstoku, Wydział Ekonomiczny

¹ Zob. np. [1, s. 103-106].

Stąd otrzymujemy, że $\frac{dK}{dL} = -\frac{\frac{\partial f}{\partial L}}{\frac{\partial f}{\partial K}}$. Zatem z własności neoklasycznej funkcji

produkcji wynika, że $\frac{dK}{dL} < 0$, czyli zmiany nakładów pracy i kapitału są różnokierunkowe przy stałej produkcji.

Założmy, że cena produkowanego produktu wynosi p , a ceny pracy i kapitału – odpowiednio v_L i v_K . Zatem dochód przedsiębiorstwa można zapisać jako

$$pf(K, L) - v_L L - v_K K.$$

Zatem szukając maksimum dochodu otrzymujemy następujące warunki:

$$\frac{\partial(pf(K, L) - v_L L - v_K K)}{\partial K} = p \frac{\partial f}{\partial K} - v_K = 0 \quad \text{oraz}$$

$$\frac{\partial(pf(K, L) - v_L L - v_K K)}{\partial L} = p \frac{\partial f}{\partial L} - v_L = 0.$$

Stąd $p \frac{\partial f}{\partial L} = v_L$ oraz $p \frac{\partial f}{\partial K} = v_K$.

Jeżeli wyliczymy stąd stosunek cen czynników produkcji, to prawdziwe okazuje się wyrażenie:

$$\frac{v_L}{v_K} = \frac{\frac{\partial f}{\partial L}}{\frac{\partial f}{\partial K}}.$$

Otrzymaliśmy więc powszechnie znany wniosek, że przy nakładach czynników produkcji maksymalizujących dochód przedsiębiorstwa stosunek ich cen zrównuje się ze stosunkiem krańcowych wydajności tych czynników.

Połączmy te dwa założenia: o stałej produkcji i o maksymalizowaniu dochodu. Otrzymujemy więc $pQ - v_L L - v_K K(L) \rightarrow \max$, z czego wynika, że

$$0 - v_L - v_K \frac{dK}{dL} = 0, \quad \text{a zatem} \quad \frac{v_L}{v_K} = -\frac{dK}{dL}.$$

Spróbujmy osłabić założenie o wolnej konkurencji przynajmniej w stosunku do ceny pracy, czyli v_L . Załóżmy, że płaca podlegała negocjaczom ze związkami zawodowymi lub/i podlega zapisom ustawowym (np. ustalenie płacy minimalnej) i w stosunku do tzw. płacy rynkowej jest wyższa. Oznacza to, że przy raczej

stałej cenie kapitału wartość stosunku $\frac{v_L}{v_K}$ rośnie. Zatem przy stałej produkcji

maleje krańcowa stopa substytucji $\frac{dK}{dL}$. Z założeń neoklasycznych o funkcji produkcji wynika, że

$$\frac{d^2K}{dL^2} = -\frac{d}{dL} \left(\frac{\frac{\partial f}{\partial L}}{\frac{\partial f}{\partial K}} \right) = -\frac{\frac{\partial^2 f}{\partial L^2} \frac{\partial f}{\partial K} - \frac{\partial f}{\partial L} \frac{\partial^2 f}{\partial K \partial L}}{\left(\frac{\partial f}{\partial K} \right)^2} > 0,$$

czyli funkcja substytucji $K(L)$ jest wypukła, a krańcowa stopa substytucji $\frac{dK}{dL}$ jest funkcją rosnącą. Oznacza to, że wraz ze spadkiem wartości tejże stopy maleje nakład pracy, czyli zmienna L . Natomiast z faktu pokazanego wyżej ($\frac{dK}{dL} < 0$) można wnioskować, że zmniejszeniu nakładu pracy L towarzyszy w analizowanym tu przypadku wzrost nakładu kapitału K , a to z kolei wymaga inwestycji.

Podsumujmy nasze rozważania teoretyczne oparte o teorię neoklasyczną: przy mniej więcej stałej produkcji wynikającej na przykład z ograniczenia popytowego, wzrost płac prowadzi do wzrostu inwestycji i zmniejszenia zatrudnienia, co przy nie malejącej podaży pracy daje wzrost bezrobocia. Zatem korelacja między nakładami inwestycyjnymi a zmianą liczby bezrobotnych powinna być dodatnia, a zmianą liczby zatrudnionych – ujemną.

2. Nakłady inwestycyjne, bezrobocie i liczba zatrudnionych w województwie podlaskim w latach 1998-1999

Do analizy wybrano następujące zmienne [2]:

INW01 – nakłady inwestycyjne (mln zł b.) w

INW02 – nakłady inwestycyjne (mln zł b.) w
i leśnictwo

INW03 – nakłady inwestycyjne (mln zł b.) w

INW04 – nakłady inwestycyjne (mln zł b.) w

INW05 – nakłady inwestycyjne (mln zł b.) w

i naprawy

INW06 – nakłady inwestycyjne (mln zł b.) w

INW07 – nakłady inwestycyjne (mln zł b.) w

i łączność

INW08 – nakłady inwestycyjne (mln zł b.) w

INW09 – nakłady inwestycyjne (mln zł b.) w

i nieruchomości

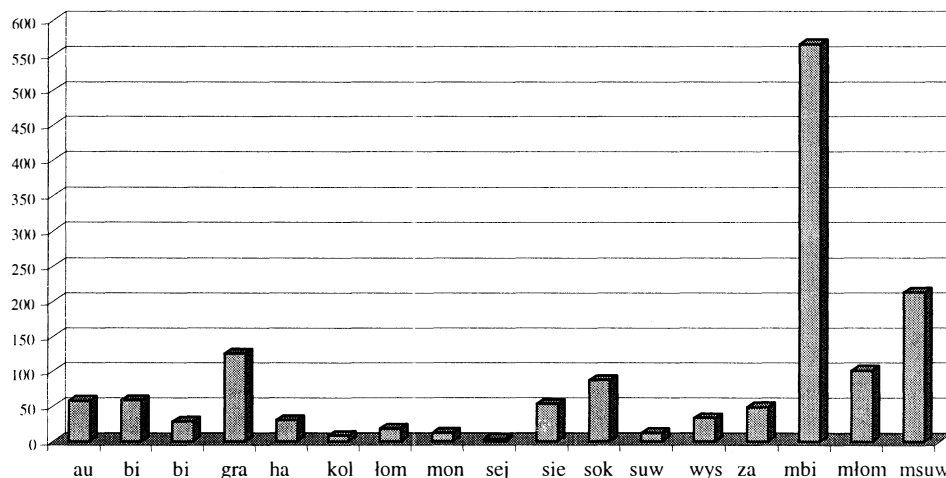
dBEZ01 – przyrost l. bezrobotnych zarejestrowanych w PUP 99-98

dBEZ02 – przyrost l. bezrobotnych absolwentów w PUP 99-98

- dBEZ03* – przyrost l. bezrobotnych kobiet w PUP 99-98
dBEZ04 – przyrost l. bezrobotnych bez zasiłku w PUP 99-98
dBEZ05 – przyrost l. bezrobotnych 18-24 lat w PUP 99-98
dBEZ06 – przyrost l. bezrobotnych ponad 12 miesięcy w PUP 99-98
dPRA01 – przyrost pracujących (w tys.)
dPRA03 – przyrost pracujących w przem. i bud. (w tys.) 99-98
dPRA05 – przyrost pracujących w usługach rynkowych (w tys.) 99-98
dPRA07 – przyrost pracujących w usługach nierynkowych (w tys.) 99-98

Obserwacje powyższych zmiennych dotyczą powiatów województwa podlaskiego i miast na prawach powiatów. Mamy zatem do czynienia z danymi przekrojowymi. Na rys. 1 obserwujemy przestrzenny rozkład nakładów inwestycyjnych.

Rys. 1. INW01 – nakłady inwestycyjne (mln zł b.) w 1998 r. – ogółem

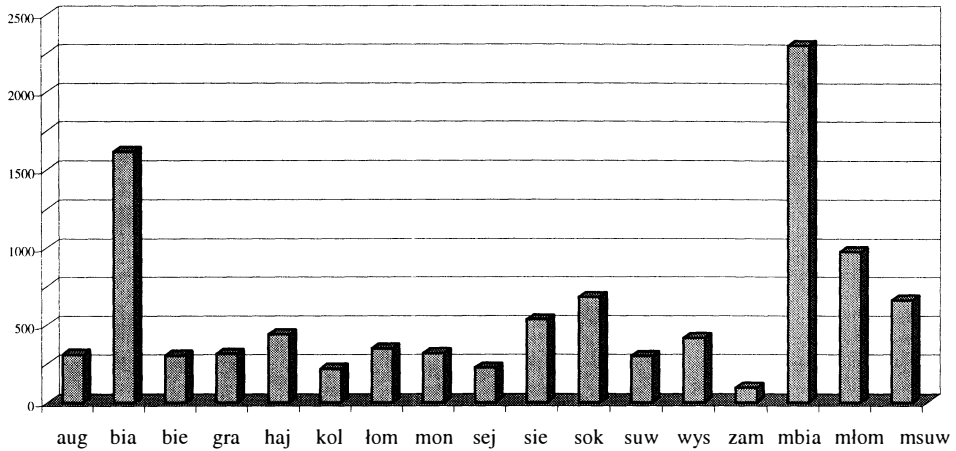


Jak można zauważyć, największe nakłady inwestycyjne miały miejsce w powiatach grodzkich białostockim i suwalskim, grajewskim i grodzkim łomżyńskim.

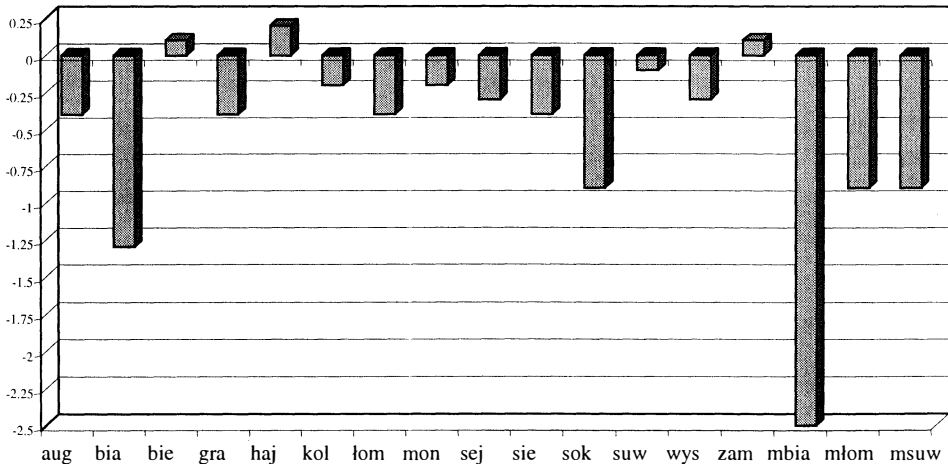
Rys. 2 i rys. 3 przedstawiają zmiany liczby bezrobotnych i pracujących w poszczególnych powiatach analizowanego województwa.

Niestety we wszystkich powiatach liczba zarejestrowanych bezrobotnych wzrosła, z tym, że najwięcej w grodzkim i ziemskim białostockich, grodzkich łomżyńskim i suwalskim, a następnie w sokólskim i siemiatyckim.

Rys. 2. dBEZ01 – przyrost liczby bezrobotnych zarejestrowanych w PUP w 1999 r.



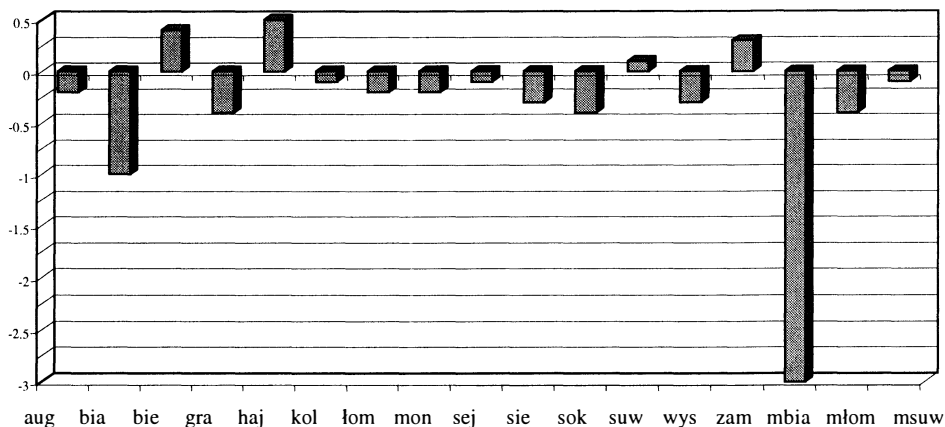
Rys. 3. dPRA01 - przyrost liczby pracujących (w tys.) w 1999 r.



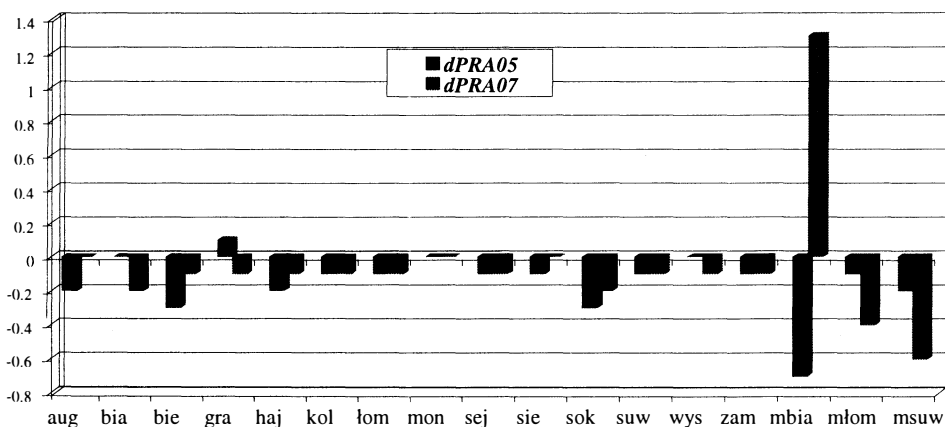
Można zauważyć, że liczba zatrudnionych prawie we wszystkich powiatach (poza bielskim, hajnowskim i zambrowskim) w roku 1999 zmniejszyła się w porównaniu z 1998 r. Natomiast liczba zarejestrowanych bezrobotnych we wszystkich Powiatowych Urzędach Pracy wzrosła. Spróbujmy przyjrzeć się dokładniej poszczególnym kategoriom bezrobotnych i zatrudnieniu w poszczególnych działach gospodarki.

W przypadku zatrudnienia wyróżniono następujące działy gospodarki: przemysł i budownictwo, usługi rynkowe oraz nierynkowe. Zmiany w liczbie zatrudnionych w pierwszym wyróżnionym dziale przedstawia rys. 4.

Rys. 4. dPRA03 – przyrost pracujących w przemyśle i budownictwie (w tys.) w 1999 r.



Rys. 5. Zmiany liczby zatrudnionych w usługach rynkowych (dPRA05) i nierynkowych (dPRA07) w 1999 r.



Zauważmy, że zmiany liczby zatrudnionych w przemyśle i budownictwie są analogiczne jak zmiany zatrudnienia ogółem, z tym że w tym przypadku dodatkowo dodatnia zmiana wystąpiła także w powiecie ziemskim suwalskim. W pozostałych powiatach mamy do czynienia ze spadkiem zatrudnienia w przemyśle i budownictwie, z tym że jego największa wartość miała miejsce w obu powiatach białostockich.

Z kolei przeanalizujemy zmiany liczby zatrudnionych w usługach rynkowych (zmienna *dPRA05*) i nierynkowych (zmienna *dPRA07*). Interesujący jest wzrost w pierwszym przypadku tylko w powiecie grajewskim i bardzo duży wzrost w drugim przypadku w białostockim powiecie grodzkim. W tym samym powie-

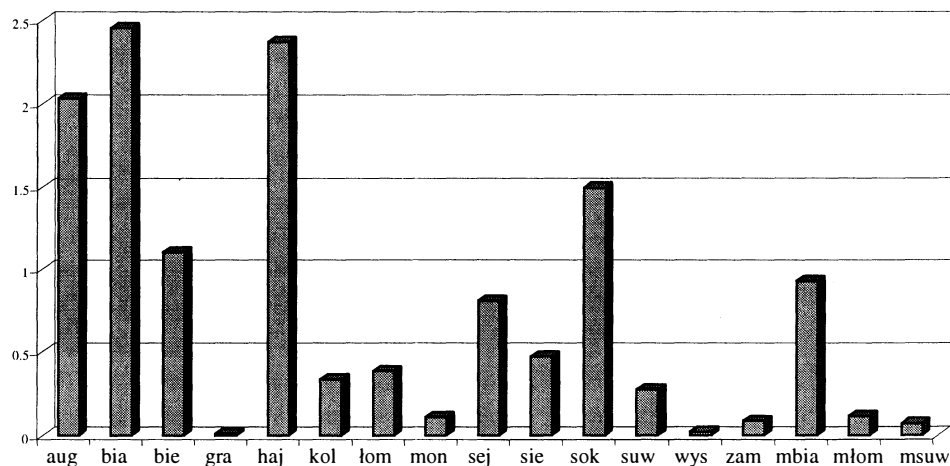
cie jednocześnie w największym stopniu wystąpił spadek zatrudnienia w usługach rynkowych.

3. Przestrzenny rozkład nakładów inwestycyjnych w wybrane działy gospodarki w 1998 r.

Wyróżniono następujące gałęzie gospodarki: rolnictwo, łowiectwo i leśnictwo, przemysł, budownictwo, handel i naprawy, hotele i restauracje, transport, składowanie i łączność, pośrednictwo finansowe oraz obsługa firm i nieruchomości.

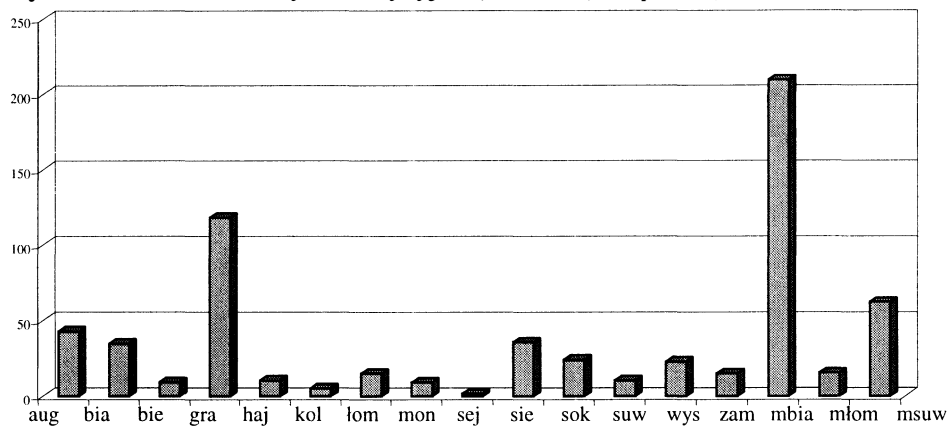
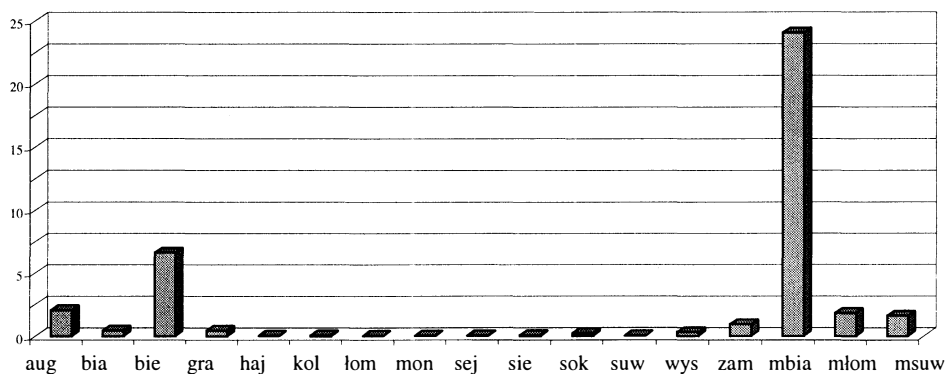
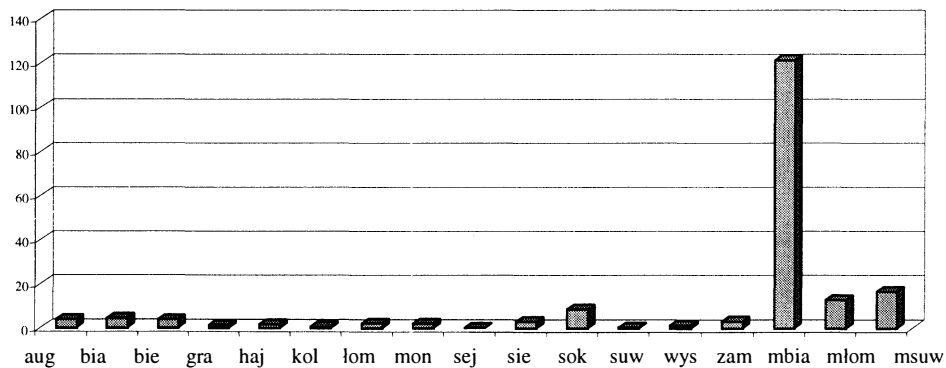
Jest rzeczą naturalną, że nakłady inwestycyjne na rolnictwo, łowiectwo i leśnictwo (zob. rys. 6) w przypadku miasta Białegostoku są dużo wyższe niż w pozostałych powiatach grodzkich.

Rys. 6. INW02 – nakłady inwestycyjne (mln zł b.) w rolnictwie, łowiectwie i leśnictwie w 1998 r.



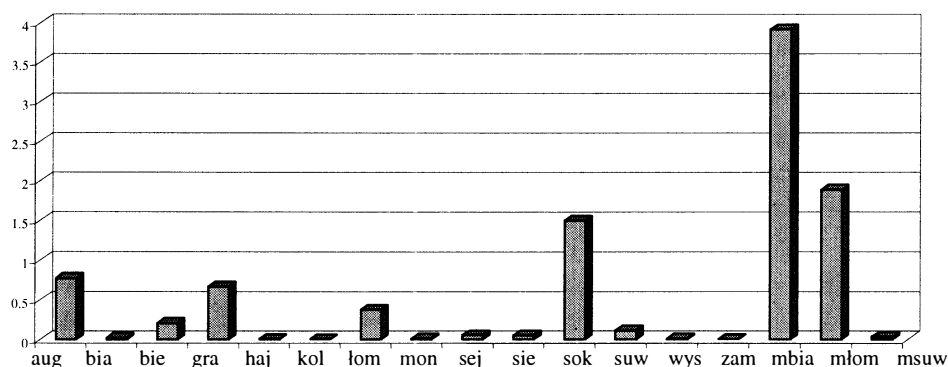
W 1998 roku pod względem nakładów inwestycyjnych poniesionych w przemyśle wyróżniają się dwa powiaty: grodzki białostocki i grajewski (zob. rys. 7). Do drugiej grupy można zaliczyć suwalski powiat grodzki, augustowski, białostocki ziemski i siemiatycki. Zauważyć należy, że trzecia grupa zawiera między innymi miasto Łomżę.

Rys. 8 przedstawia nakłady inwestycyjne w budownictwie. Tu podział powiatów jest bardzo wyraźny. W mieście Białystok nakłady te są najwyższe. Na drugim miejscu z nakładami dużo niższymi plasuje się powiat bielski. Do trzeciej grupy można zaliczyć Augustów oraz miasta Łomża i Suwałki. W pozostałych częściach województwa podlaskiego nakłady powyższe są prawie zerowe.

Rys. 7. INW03 – nakłady inwestycyjne (mln zł b.) w przemyśle w 1998 r.**Rys. 8.** INW04 – nakłady inwestycyjne (mln zł b.) w budownictwie w 1998 r.**Rys. 9.** INW05 – nakłady inwestycyjne (mln zł b.) w handlu i naprawach w 1998 r.

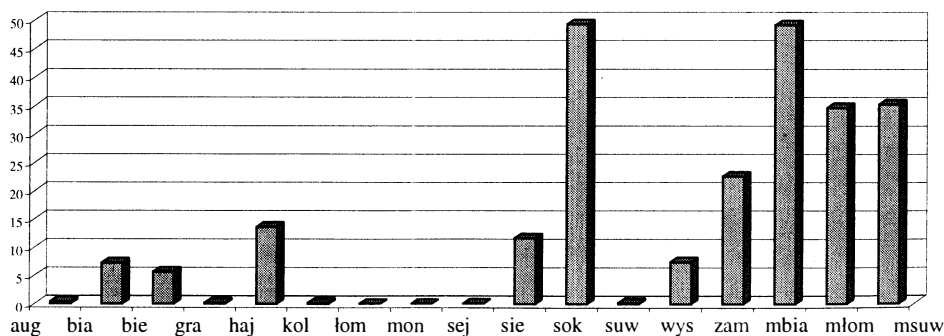
Rozkład inwestycji w handlu i naprawach (zob. rys. 9) jest skoncentrowany przede wszystkim w powiatach grodzkich, ze szczególnym uwzględnieniem stolicy województwa, a także w powiecie sokólskim. Nakłady w hotelach i restauracjach (zob. rys. 10), związane z turystyką, były największe w regionach turystycznych (powiaty: grodzki łomżyński, sokólski, augustowski, grajewski i łomżyński), a także, co nie powinno dziwić, w stolicy województwa. Zauważyć należy w tym miejscu śladowe nakłady inwestycyjne w tę sferę działalności gospodarczej w grodzkim powiecie suwalskim i trochę większe – w ziemskim powiecie suwalskim.

Rys. 10. INW06 – nakłady inwestycyjne (mln zł b.) w hotelach i restauracjach w 1998 r.



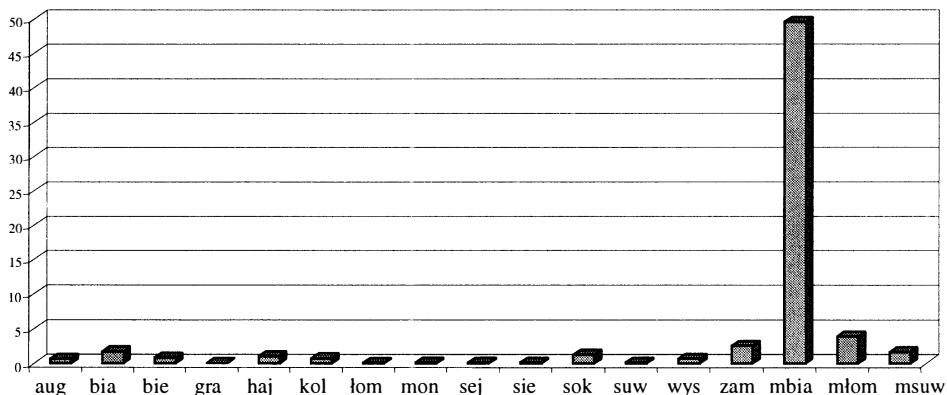
Inwestycje w transporcie, składowaniu i łączności (zob. rys. 11) były skoncentrowane w powiatach sokólskim, grodzkim białostockim i pozostałych grodzkich, a także w mniejszym stopniu w zambrowskim.

Rys. 11. INW07 – nakłady inwestycyjne (mln zł b.) w transporcie, składowaniu i łączności w 1998 r.

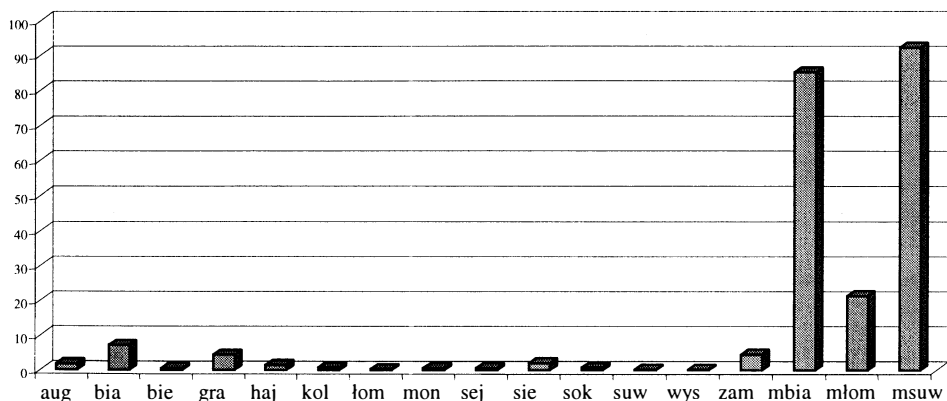


Rys. 12 i 13 przedstawiają nakłady inwestycyjne w pośrednictwie finansowym oraz w obsłudze firm i nieruchomości. W pierwszym przypadku prawie 100% nakładów było umiejscowionych w stolicy województwa. Druga zmienna z kolei jest skoncentrowana w dawnych miastach wojewódzkich (Suwałki, Białystok i Łomża).

Rys. 12. INW08 – nakłady inwestycyjne (mln zł b.) w pośrednictwie finansowym w 1998 r.



Rys. 13. INW09 – nakłady inwestycyjne (mln zł b.) w obsłudze firm i nieruchomości w 1998 r.



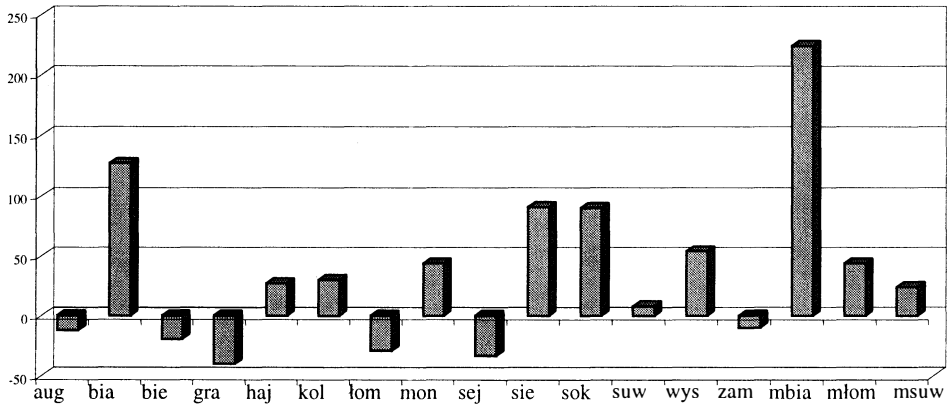
4. Zmiany liczby bezrobotnych w ujęciu przestrzennym w podziale na wybrane kategorie bezrobotnych

Analizie poddano następujące kategorie bezrobotnych: absolwenci, kobiety, bezrobotni bez prawa do zasiłku, wiek 18-24 lat oraz pozostający bez pracy ponad 12 miesięcy.

Liczba bezrobotnych absolwentów (zob. rys. 14) w 1999 r. w większości powiatów, niestety, wzrosła. W liczbach bezwzględnych największy wzrost

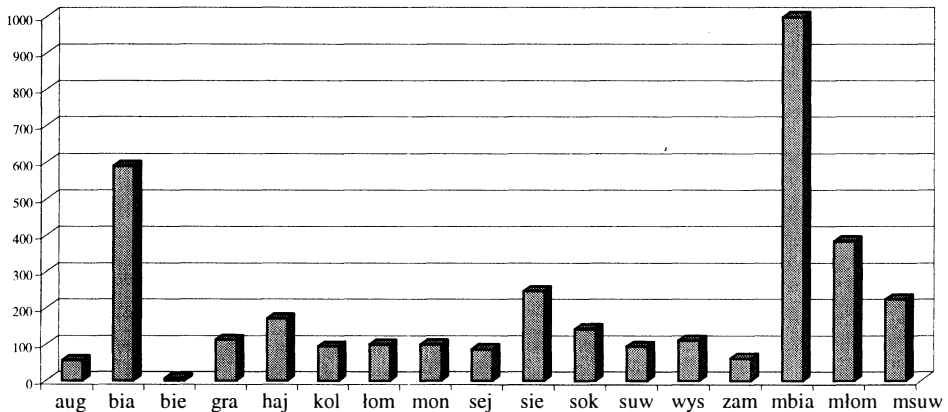
wystąpił w obu powiatach białostockich, a następnie po równo w siemiatyckim i sokólskim. Zaobserwować można też i sytuacje odwrotne, chociaż z dużo mniejszym natężeniem. Wymienić tu należy powiaty grajewski, sejneński, ziemski łomżyński (podczas gdy w grodzkim występuje sytuacja odwrotna), bielski i augustowski.

Rys. 14. dBEZ02 – przyrost liczby bezrobotnych absolwentów w PUP w 1999 r.



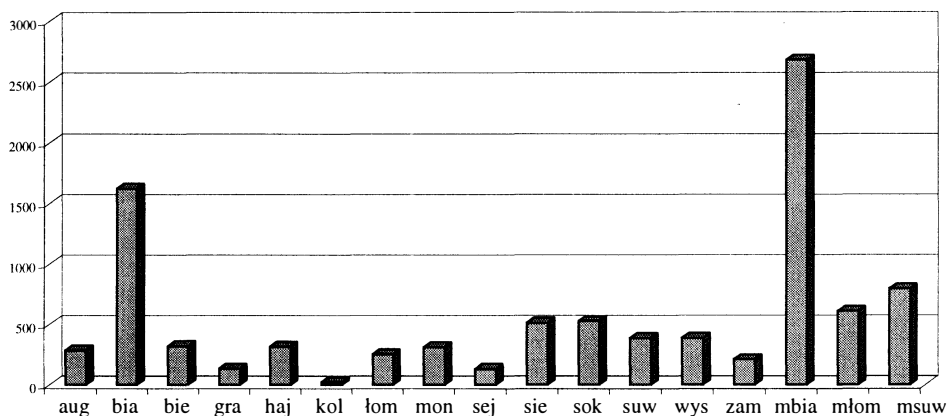
Inaczej niż w przypadku poprzednim, bezrobocie wśród kobiet w 1999 r. wzrosło we wszystkich regionach województwa podlaskiego (zob. rys. 15). W wielkościach bezwzględnych prowadzą obydwa powiaty białostockie. Najmniejszy przyrost zanotowano w regionie bielskim.

Rys. 15. dBEZ03 – przyrost liczby bezrobotnych kobiet w PUP w 1999 r.



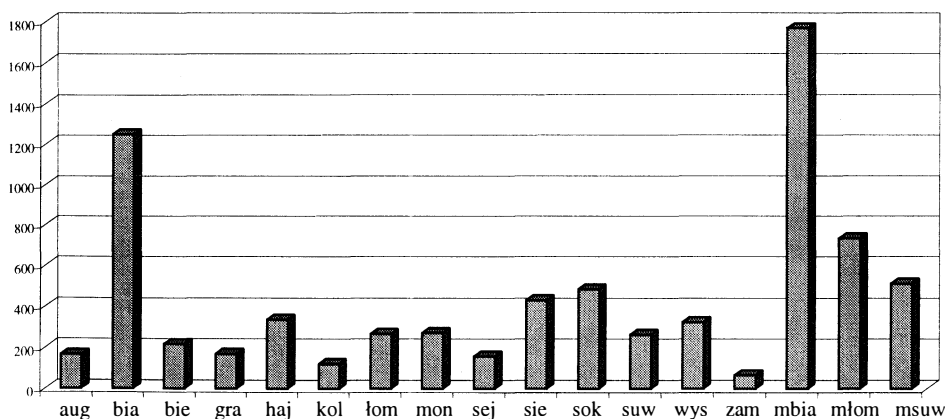
Pod względem ekonomicznym w najtrudniejszej sytuacji są bezrobotni pozbawieni zasiłku. I tu, podobnie jak wyżej, w całym województwie podlaskim liczebności tej kategorii bezrobotnych wzrosły (zob. rys. 16). Ponownie w tej smutnej statystyce prowadzą Białystok i okolice i to znacznie wyprzedzając pozostałe powiaty.

Rys. 16. dBEZ04 – przyrost liczby bezrobotnych bez zasiłku zarejestrowanych w PUP w 1999 r.



Innym zjawiskiem negatywnym związanym z bezrobociem jest bezrobocie wśród młodzieży. Rys. 17 pokazuje zmiany w liczbie bezrobotnych w wieku 18-24 lat. Tu niestety we wszystkich powiatach ta liczba wzrosła. W najgorszej sytuacji (powtórzyć należy, że w liczbach bezwzględnych) jest miasto Białystok, ziemski powiat białostocki, a następnie pozostałe dwa powiaty grodzkie: łomżyńskie i suwalskie. Najmniejszy przyrost miał miejsce w powiecie zambrowskim.

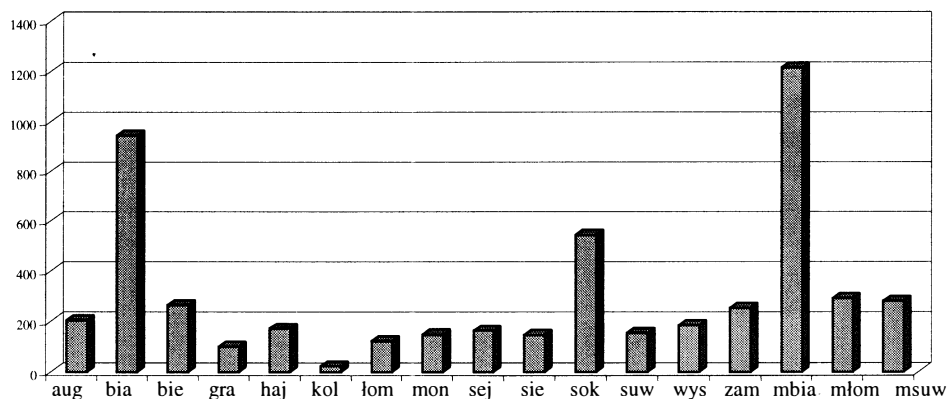
Rys. 17. dBEZ05 – przyrost liczby bezrobotnych w wieku 18-24 lat zarejestrowanych w PUP w 1999 r.



Kolejnym bardzo niepokojącym zjawiskiem jest zwiększająca się liczba osób, które możemy nazwać bezrobotnymi na stałe (zob. rys. 18), bo prawdopodobieństwo znalezienia pracy jest ujemnie skorelowane z okresem bez pracy. W tym przypadku, najgorsza sytuacja wystąpiła znowu w obu powiatach

białostockich, ale na trzecim miejscu jest powiat sokólski. Dużo mniejsze przyrosty zanotowano w pozostałych częściach województwa podlaskiego, a najmniejsze – w Kolnie.

Rys. 18. dBEZ06 – przyrost liczby bezrobotnych zarejestrowanych w PUP ponad 12 miesięcy w 1999 r.



W tym miejscu trzeba jeszcze raz stwierdzić, że powyższy opis bezrobocia w województwie podlaskim jest bardzo uproszczony i powinien być uzupełniony przede wszystkim wielkościami względnymi. Jednak celem niniejszego opracowania jest poznanie wzajemnych związków między bezrobociem a nakładami inwestycyjnymi, a w takim przypadku możemy opierać się na liczbach bezwzględnych.

5. Związki między rynkiem pracy a nakładami inwestycyjnymi

W pierwszej części niniejszego opracowania przypomniano znany fakt, że przy ograniczonym popycie na rynku dóbr, przy płacy większej niż krańcowa wydajność pracy pojawiają się nakłady inwestycyjne prowadzące do wzrostu wydajności pracy. Skutkiem tego może być spadek zatrudnienia, co połączone ze wzrostem podaży pracy, prowadzi do zwiększenia się bezrobocia. W celu sprawdzenia tej różnokierunkowej zależności zastosowane będą dwie metody. Pierwsza to analiza korelacji pozwalająca badać zależności liniowe zachodzące między dwiema zmiennymi. Drugą metodą będzie tzw. *miękkie modelowanie*².

Tabela 1 zawiera macierz korelacji między analizowanymi zmiennymi. Wyróżniono trzy grupy: nakłady inwestycyjne, zmiany liczby bezrobotnych i zmiany liczby zatrudnionych. W większości przypadków zmienne wewnątrz każdej grupy są ze sobą w wysokim lub średnim stopniu skorelowane. W grupie *inwestycyjnej* wyjątek stanowią nakłady inwestycyjne w rolnictwie, łowiectwie i leśnictwie (*INW02*), której współczynniki korelacji z innymi zmiennymi tej

² Opis *miękkiego modelowania* można znaleźć w [3].

grupy nie przekraczają w wartości bezwzględnej 0.2. Innym wyjątkiem jest zmiana liczby zatrudnionych w usługach nierynkowych (*dPRA07*), która jest w stopniu średnim skorelowana, ale ujemnie z pozostałymi podobnymi zmiennymi. Oznacza to, że średnio rzecz biorąc, zmiany w zatrudnieniu w usługach nierynkowych oraz analogiczne zmiany ogółem, w przemyśle i budownictwie, a także w usługach rynkowych są różnokierunkowe: jak pierwsze są dodatnie, to należy się spodziewać, że drugie są ujemne. Natomiast w grupie zmiennych opisujących bezrobocie istnieje silna korelacja dodatnia. Można zatem przyjąć, że te zmienne są najbardziej jednorodne. Świadczyć to może o szerokim zakresie występowania problemu nadwyżki podaży nad popytem na pracę.

Przyjrzyjmy się zależnościom między zatrudnieniem a bezrobociem. Poza zmianą zatrudnienia w usługach nierynkowych, relacje są ujemne, czyli wzrost zatrudnionych jest skojarzony ze spadkiem liczby bezrobotnych. Sytuacja odwrotna występuje w przypadku zmiennej *dPRA07*, która jest skorelowana ujemnie, ale na średnim poziomie ze zmianami w bezrobociu. Oznacza to, że wzrost liczby osób zarejestrowanych w PUP ogółem, kobiet, młodych, nie mających zasiłku, czy też pozostających bez pracy dłużej niż 12 miesięcy, wiąże się, średnio rzecz biorąc, ze wzrostem zatrudnienia w sferze usług nierynkowych.

Przeanalizujmy obecnie zależności występujące między nakładami inwestycyjnymi a rynkiem pracy. Na wstępie należy zauważyć, że inwestycje w rolnictwie, łowiectwie i leśnictwie są bardzo słabo skorelowane zarówno ze wzrostami zatrudnienia w wyróżnionych działach gospodarki, jak i ze zmianami zarejestrowanych bezrobotnych analizowanych kategorii w PUP. Można zatem pominąć w analizie zależności tę zmienną.

Nakłady inwestycyjne ogółem (*INW01*) są silnie skorelowane ze zmiennymi opisującymi rynek pracy. Kierunek tych zależności jest zgodny z oczekiwaniami, poza zmianą liczby zatrudnionych w usługach nierynkowych (*dPRA07*). W powiatach, gdzie nakłady są większe, średnio rzecz biorąc, liczba zarejestrowanych bezrobotnych we wszystkich kategoriach rośnie, a liczba zatrudnionych ogółem, w przemyśle i budownictwie oraz w usługach rynkowych maleje. Podobne relacje otrzymujemy również dla nakładów inwestycyjnych w wyróżnionych działach gospodarki. Można zauważyć, że najsilniej z tymi zmiennymi jest skorelowana zmiana liczby zarejestrowanych bezrobotnych bez prawa do zasiłku (*dBEZ04*) i ponad 12 miesięcy pozostających bez pracy (*dBEZ06*), a także kobiet (*dBEZ03*). Dodać tu należy, że inwestycje w handlu i naprawach (*INW05*) są również silnie skorelowane ze zmianą bezrobocia wśród młodzieży (*dBEZ05*).

Tab. 1. Macierz korelacji zmiennych opisujących nakłady inwestycyjne w 1998 r. i zmiany w zatrudnieniu i bezrobociu³

	INW01	INW02	INW03	INW04	INW05	INW06	INW07	INW08	INW09	dBEZ01	dBEZ02	dBEZ03	dBEZ04	dBEZ05	dBEZ06	dPRA01	dPRA03	dPRA05	dPRA07	
INW01	1,0000																			
INW02	-0,0127	1,0000																		
INW03	0,9234	-0,0247	1,0000																	
INW04	0,8971	0,0759	0,8058	1,0000																
INW05	0,9589	0,0365	0,8509	0,9600	1,0000															
INW06	0,8435	0,0586	0,7506	0,8260	0,8713	1,0000														
INW07	0,6817	0,0335	0,4509	0,5092	0,6164	0,6945	1,0000													
INW08	0,9295	0,0496	0,8352	0,9622	0,9928	0,8593	0,5627	1,0000												
INW09	0,8406	-0,1422	0,6797	0,6441	0,7320	0,5381	0,6507	0,6624	1,0000											
dBEZ01	0,7991	0,3054	0,6961	0,7387	0,8127	0,7453	0,5907	0,7983	0,6185	1,0000										
dBEZ02	0,6827	0,2474	0,5564	0,6346	0,7341	0,6304	0,6067	0,7273	0,4807	0,8765	1,0000									
dBEZ03	0,8271	0,2181	0,7318	0,7592	0,8481	0,7453	0,5630	0,8429	0,6397	0,9801	0,8692	1,0000								
dBEZ04	0,8434	0,2704	0,7381	0,8018	0,8619	0,7113	0,5731	0,8485	0,6783	0,9744	0,873	0,9635	1,0000							
dBEZ05	0,7861	0,2881	0,6735	0,7292	0,8059	0,7218	0,5835	0,7919	0,6182	0,9976	0,8856	0,9803	0,9778	1,0000						
dBEZ06	0,7416	0,4159	0,6380	0,7258	0,7686	0,6879	0,6015	0,7631	0,5282	0,9372	0,8323	0,8901	0,9477	0,9328	1,0000					
dPRA01	-0,8578	-0,1356	-0,7679	-0,7276	-0,8352	-0,8089	-0,6454	-0,8010	-0,7048	-0,9353	-0,8081	-0,9162	-0,9149	-0,9238	-0,8737	1,0000				
dPRA03	-0,8649	-0,0793	-0,8393	-0,8148	-0,8950	-0,8230	-0,4876	-0,8921	-0,5868	-0,8949	-0,8132	-0,9096	-0,8983	-0,8845	-0,8358	0,9408	1,0000			
dPRA05	-0,7572	-0,2721	-0,5607	-0,8567	-0,8288	-0,7484	-0,6563	-0,8097	-0,5941	-0,5893	-0,5672	-0,5757	-0,6513	-0,5798	-0,6306	0,5936	0,5900	1,0000		
dPRA07	0,7233	0,1086	0,7319	0,8675	0,8530	0,7078	0,2471	0,8952	0,3240	0,5985	0,6146	0,6573	0,6695	0,5932	0,6035	-0,5790	-0,7916	-0,6918	1,0000	

³ Zmienne są opisane wyżej.

Jak wyżej zostało już stwierdzone, nakłady inwestycyjne są ujemnie skorelowane ze zmianą liczby zatrudnionych. Najsilniejsze korelacje można zaobserwować między inwestycjami w handlu i naprawach (*INW05*) a zmianą zatrudnienia w przemyśle i budownictwie (*dPRA03*) oraz między tą zmienną a nakładami w pośrednictwo finansowe (*INW08*), a także między tymi nakładami a zmianą zatrudnienia w usługach nierynkowych. W tym ostatnim przypadku mamy do czynienia z korelacją dodatnią.

Do tej pory analizowane były związki między dwiema zmiennymi. Obecnie spróbujemy zbadać relację między wszystkimi nakładami inwestycyjnymi a zatrudnieniem i bezrobociem. W tym celu zostanie wyspecyfikowany i oszacowany tzw. *model miękki*. Definiujemy trzy zmienne nieobserwowalne: *INW*, *ZATR* oraz *BEZR*, które można zinterpretować odpowiednio, jako poziomy inwestycji, zatrudnienia oraz bezrobocia. Zakładamy, że poziom inwestycji wpływa na pozostałe, co pokazuje schemat na rys. 19.

Rys. 19. Schemat modelu wewnętrznego (relacji między zmiennymi ukrytymi)

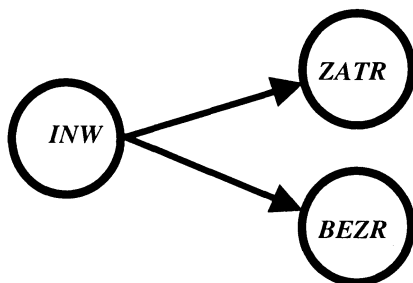


Tabela 2 przedstawia indykatory poszczególnych zmiennych. Przyjmujemy, że wszystkie one są odbijające. Założenie to wynika też z silnych korelacji występujących między indykatorami tej samej zmiennej ukrytej.

Tab. 2. Indykatory przyjętych zmiennych ukrytych

zmienne ukryte:	<i>INW</i>	<i>ZATR</i>	<i>BEZR</i>
indykatory:	<i>INW01</i>	<i>dPRA01</i>	<i>dBEZ01</i>
	<i>INW02</i>	<i>dPRA03</i>	<i>dBEZ02</i>
	<i>INW03</i>	<i>dPRA05</i>	<i>dBEZ03</i>
	<i>INW04</i>	<i>dPRA07</i>	<i>dBEZ04</i>
	<i>INW05</i>		<i>dBEZ05</i>
	<i>INW06</i>		<i>dBEZ06</i>
	<i>INW07</i>		
	<i>INW08</i>		
	<i>INW09</i>		

Przypomnijmy, że obserwacje zmiennych dotyczą 14 powiatów i 3 miast na prawach powiatu. Otrzymane wyniki oszacowania parametrów relacji zewnętrznych omawianego tu modelu miękkiego przedstawia tabela 3⁴.

Tab. 3. Oszacowania relacji zewnętrznych

zmienne ukryte:	<i>INW</i>	wagi	ładunki czynn.	<i>ZATR</i>	wagi	ładunki czynn.	<i>BEZR</i>	Wagi	ładunki czynn.
Indykatory:	<i>INW01</i>	0.15	0.99	<i>DPRA01</i>	0.29	0.89	<i>dBEZ01</i>	0.18	0.99
	<i>INW02</i>	0.04	0.06	<i>DPRA03</i>	0.30	0.95	<i>dBEZ02</i>	0.15	0.91
	<i>INW03</i>	0.13	0.88	<i>DPRA05</i>	0.28	0.81	<i>dBEZ03</i>	0.18	0.98
	<i>INW04</i>	0.15	0.94	<i>DPRA07</i>	-0.26	-0.86	<i>dBEZ04</i>	0.18	0.99
	<i>INW05</i>	0.16	0.98				<i>dBEZ05</i>	0.17	0.99
	<i>INW06</i>	0.14	0.90				<i>dBEZ06</i>	0.17	0.95
	<i>INW07</i>	0.10	0.70						
	<i>INW08</i>	0.16	0.96						
	<i>INW09</i>	0.11	0.78						

Podobnie, jak w analizie korelacji, otrzymano, że nakłady w rolnictwie, łowiectwie i leśnictwie (*INW02*) są nieskorelowane z pozostałymi nakładami inwestycyjnymi, ponieważ one są wysoko skorelowane z poziomem inwestycji (zob. ładunki czynnikowe indykatorów zmiennej *INW* w tabeli 3), a *INW02* ma ładunek równy 0.04. Pozostałe indykatory wszystkich zmiennych ukrytych są z nimi wysoko skorelowane dodatnio, poza zmianą zatrudnienia w usługach nierynkowych, który to wskaźnik jest silnie ujemnie skorelowany z *ZATR*. Patrząc na oszacowane ładunki czynnikowe i wagi, można nadać zmiennym ukrytym interpretację jak wyżej, czyli jako poziom inwestowania, zatrudnienia i bezrobocia.

Poniższe równania są oszacowaniami relacji wewnętrznych naszego modelu miękkiego:

$$ZATR_i = 0.03 - 0.95 INW_i + e_i ; R^2=0.90$$

$$BEZR_i = 0.41 + 0.83 INW_i + f_i ; R^2=0.69 \quad (i=1,2,\dots,17)$$

Jak można zauważyć, poziom zatrudnienia jest skorelowany ujemnie z poziomem inwestowania, natomiast poziom bezrobocia – dodatnio. Zatem wzrost poziomu nakładów inwestycyjnych zwiększa prawdopodobieństwo wzrostu poziomu bezrobocia i zmniejszenia poziomu zatrudnienia. A poprzez ładunki czynnikowe prowadzi do odpowiednich zmian wartości indykatorów tych zmiennych ukrytych, które są analogiczne do otrzymanych w analizie korelacji.

⁴ W tabeli 3 i później w wynikach estymacji modelu wewnętrznego nie podajemy oszacowań błędów estymatorów, które zostały policzone i wskazują na istotność oszacowań.

6. Wnioski

Zaobserwowane zależności między nakładami inwestycyjnymi a zatrudnieniem i bezrobociem mogą świadczyć, przy przeprowadzonej na początku prostej analizie teoretycznej, że przedsiębiorstwa napotykają silne ograniczenie popytowe z jednej strony i zbyt duże koszty siły roboczej. Prowadzi to do konieczności zwiększenia wydajności pracy (stąd inwestycje), co z kolei prowadzi do ograniczenia zatrudnienia i przy rosnącej podaży pracy, do wzrostu bezrobocia. Wydaje się zatem, że bez wzrostu popytu wewnętrznego i zewnętrznego, do walki z bezrobociem konieczna będzie liberalizacja prawa pracy, w tym kosztów pracy. Oczywiście, należałoby przeprowadzić dokładniejsze badania powyższego problemu.

Literatura

1. Panek E., *Ekonomia matematyczna*, Wyd. AE w Poznaniu, Poznań 2000.
2. *Rocznik Statystyczny Województwa Podlaskiego*, WUS, Białystok 1999 i 2000.
3. Rogowski J., *Modele miękkie. Teoria i zastosowanie w badaniach ekonomicznych*, Dział Wydawnictw Filii Uniwersytetu Warszawskiego w Białymstoku, Białystok 1990.