NEOKLASYCZNY MODEL ROZWOJU REGIONÓW (KAPITAŁOWE PRZEPŁYWY MIĘDZYREGIONALNE)

Józef ROGOWSKI [1]

W dotychczasowych badaniach [np. Rogowski 2005] rozwój dwóch regionów był modelowany na wzór modelu Harroda-Domara [Allen 1975 s. 202 i dalsze], natomiast różnice polegały na przyjmowaniu czynników określających kapitałowe przepływy międzyregionalne. W niniejszej pracy zastosowany zostanie model typu neoklasycznego Solowa-Swana [Barro, Sla-i-Martin 1995 s. 16-18]. Pozostałe założenia pozostają bez zmian: dane są dwa regiony w jednej gospodarce, która jest z kolei zamknięta.

1. Model Solowa-Swana w wersji podstawowej [2]

Dana jest funkcja produkcji, która odzwierciedla stałe przychody względem skali produkcji:

$$F(K.L) = LF\left(\frac{K}{L},1\right) = Lf(k), \tag{1}$$

gdzie K, L oraz $k=K/L$ oznaczają odpowiednio zasób kapitału, liczbę zatrudnionych oraz techniczne uzbrojenie pracy.

W modelu S-S zakłada się ponadto, że oszczędności równe nakładom inwestycyjnym są wprost proporcjonalne do dochodu ze współczynnikiem proporcjonalności s (zob. (2)).

$$\frac{dK(t)}{dt} = I(t) - \rho K(t) = S(t) - \rho K(t) = s\frac{dL(t)f(k(t))}{dt} - \rho K(t), \tag{2}$$

gdzie I(t) oraz ρ oznaczają odpowiednio strumień inwestycji i stopę deprecjacji kapitału (amortyzacji).

Rozwiązując (2), otrzymujemy znane równanie [Barro, Sala-i-Martin 1995 r-nie (1.10) s. 18]:

$$\frac{dk(t)}{dt} = sf(k(t)) - (\rho + n)k(t), \tag{3}$$

---

[1] Dr hab. Józef Rogowski, prof. UwB – Wydział Ekonomii i Zarządzania Uniwersytetu w Białymstoku.

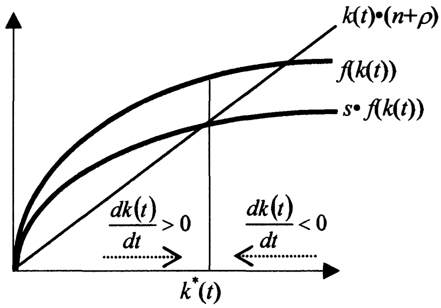
[2] Zob. [Barro, Sla-i-Martin 1995 s. 16 – 18].

w którym n oznacza stopę wzrostu zasobu siły roboczej $\left(n = \frac{d\ln L(t)}{dt}\right)$.

Z równania (3) wyprowadza się stan stabilny, przy którym techniczne uzbrojenie pracy i wydajność są stałe w czasie, a produkcja/dochód, zasób kapitału, nakłady inwestycyjne rosną w tempie rocznym n oraz zachodzi równość (4), [zob. Barro, Sala-i-Martin 1995 r-nie (1.11), s. 19].

Geometrycznie można przedstawić powyższe rozwiązanie następująco [zob. Barro, Sala-i-Martin 1995, rys. 1.1., s. 18].

Rysunek 1. Geometryczne rozwiązanie r-nia (3)



Z rys. 1. wynika, że punkt równowagi modelu Solowa-Swana jest stabilny, a zatem w tym modelu gospodarka będzie dążyć do długookresowego, stałego tempa wzrostu.

2. Model typu Solowa-Swana przy występowaniu międzyregionalnych przepływów kapitałowych

Załóżmy, że dane są dwa regiony A i B, które łącznie stanowią gospodarkę zamkniętą. Poza tym między regionami następuje przepływ towarów i kapitału bez ograniczeń oraz siła robocza nie jest mobilna. Niech oznaczenia wielkości ekonomicznych będą takie same jak w punkcie 1., z tym że dodany będzie indeks dolny wskazujący na region, którego wielkość dotyczy, np. K_A oznaczać będzie zasób kapitału w regionie A. Dodatkowo wprowadźmy oznaczenie przepływu kapitałowego z regionu A do regionu B, czyli oszczędności poczynione w regionie pierwszym a zainwestowanie w B: $S_{A \to B}$. Otrzymujemy zatem następujące równania:

$$\frac{dK_A}{dt} = s_A L_A f_A(k_A) - \rho_A K_A - S_{A \to B}, \tag{4}$$

$$\frac{dK_B}{dt} = s_B L_B f_B(k_B) - \rho_B K_B + S_{A \to B}. \tag{5}$$

Przechodząc w obu wzorach do zmiany w czasie technicznego uzbrojenia pracy, otrzymujemy następujący układ dwóch równań różniczkowych:

$$\frac{dk_A}{dt} = s_A f_A(k_A) - \left((n_A + \rho_A)k_A + \frac{1}{L_A}\right. \tag{6}$$

$$\frac{dk_B}{dt} = s_B f_B(k_B) - \left((n_B + \rho_B)k_B - \frac{1}{L_B}\right. \tag{7}$$

Rozpatrzone będą dwa przypadki:

$S_{A\to B} = \kappa(L_B - L_A)$ oraz n_A=n_B, L_B>L_A, innymi słowy, tempo wzrostu podaży siły roboczej w obu regionach jest równe, z tym że w regionie *B* jest większa niż w *A*;

$S_{A\to B} = \kappa(L_B - L_A)$ oraz n_A<n_B, L_B>L_A, innymi słowy, tempo wzrostu podaży siły roboczej w regionie *B* jest większe niż w *A*, podobnie też ma się relacja między podażami siły roboczej w obu regionach.

2.1. Przypadek: $S_{A\to B} = \kappa(L_B - L_A)$ oraz n_A=n_B, L_B>L_A

Załóżmy, że podaż pracy rośnie w tym samym tempie w obu regionach (n_A=n_B=n), czyli:

$$L_A(t) = L_{A0}e^{nt} \text{ i } L_B(t) = L_{B0}e^{nt}, \tag{8}$$

oraz zasób siły roboczej w regionie *B* jest większy niż w regionie *A*. Stąd wynika wniosek, że stosunek wielkości podaży siły roboczej w obu regionach jest stały w czasie i zachodzi (9):

$$\frac{L_B(t)}{L_A(t)} = \frac{L_{B0}}{L_{A0}} > 1. \tag{9}$$

Ostatnie założenie określa kapitałowy przepływ z regionu *B* do regionu *A*, jako wprost proporcjonalne do różnicy w zasobie siły roboczej, czyli *oszczędności idą za ludźmi*. Można przypuszczać, że w przypadku wysoko wykwalifikowanej kadry pracowniczej to założenie jest w miarę realne. Powyższy współczynnik proporcjonalności oznaczmy literą grecką κ, co pozwala nam na zapisanie tego założenia jako równania (10):

$$S_{A\to B} = \kappa(L_B - L_A). \tag{10}$$

Załóżmy dodatkowo, że stopy aprecjacji kapitału są takie same w obu regionach:

$$\rho_A = \rho_B = \rho. \tag{11}$$

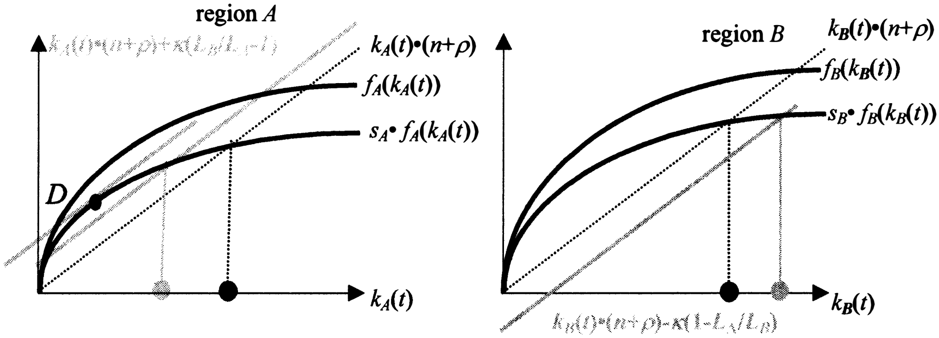
Zatem, po wstawieniu (10) do (6) oraz (7), otrzymujemy układ równań różniczkowych (12) – (13):

$$\frac{dk_A}{dt} = s_A f_A(k_A) - \left((n+\rho)k_A + \kappa\left(\frac{L_B}{L_A} - 1\right)\right), \tag{12}$$

$$\frac{dk_B}{dt} = s_B f_B(k_B) - \left((n+\rho)k_B - \kappa\left(1 - \frac{L_A}{L_B}\right)\right), \tag{13}$$

Zauważmy, że z uwagi na (9) wyraz wolny w prawych nawiasach w (12) – (13) jest stały w czasie i dodatni.

Rysunek 2. Geometryczne rozwiązanie układu (12) – (13)



● - punkt równowagi w przypadku braku kapitałowego przepływu międzyregionalnego
● - punkt równowagi, gdy kapitałowy przepływ międzyregionalny określony jest wzorem (10)

Zauważyć należy, że w przypadku pojawienia się przepływów międzyregionalnych zadanych (10) w regionie *B* punkt równowagi przesunie się w prawo, tzn. wyższe będzie stałe techniczne uzbrojenie pracy przy tym samym tempie wzrostu (n) produkcji, dochodu, inwestycji, zasobu kapitału (na rys. 2. przejście od czarnego do szarego punktu). Co więcej, ten punkt jest stabilny, co oznacza, że w przypadku odchylenia się od niego, gospodarka regionu do niego powróci (wynika to ze znaku równania (13)).

W regionie *A*, który jest eksporterem kapitału, punkt równowagi przesuwa się w lewo, czyli techniczne uzbrojenie pracy maleje do nowego stanu stałego, przy którym gospodarka tego regionu rozwija się w stałym tempie n. I w tym przypadku ten punkt jest stabilny. Natomiast jest możliwa inna jakościowo sytuacja, gdy $\kappa(L_B/L_A\text{-}1)$ będzie wystarczająco duży, by szara prosta przesunęła się do punktu styczności z wykresem funkcji $s_A \bullet f_A(k_A(t))$, czyli do punktu D (zob. rys. 2.). Pierwsza współrzędna tego punktu wyznacza nam nową stałą wartość technicznego uzbrojenia pracy, przy którym gospodarka tego regionu będzie się rozwijała w tempie n rocznie. Ale poza tym punktem, wartość (12) jest ujemna, a chwilowy wzrost tej zmiennej spowoduje jej powrót do stanu równowagi. Jeżeli natomiast odchylenie nastąpi w dół, to techniczne uzbrojenie spadnie do 0, czyli w regionie *A* nastąpi całkowita dekapitalizacja, co spowoduje zastopowanie rozwoju (w tym modelu). Podobny wniosek można uzyskać, gdy $\kappa(L_B/L_A\text{-}1)$ będzie jeszcze większe. Wówczas szara prosta będzie leżała nad wykresem funkcji $s_A \bullet f_A(k_A(t))$, co oznaczać będzie na podstawie (12), że pochodna $\frac{dk_A}{dt} < 0$, a zatem techniczne uzbrojenie pracy będzie malało do 0 i nie będzie miało swojej wartości w równowadze. Punkt stały znów mógłby istnieć, gdyby stopa oszczędności s_A wzrosła. Istnieje przypadek, gdy nawet wzrost tej stopy[3] nie spowodowałby powstania punktu równowagi, czyli wówczas, gdy szara prosta przesunęłaby się ponad wykres funkcji $f_A(k_A(t))$.

Można zatem zauważyć, że przy naszych założeniach, jeżeli wartość $\kappa(L_B/L_A\text{-}1)$ jest nie za duża, obydwa regiony rozwijają się w tym samym tempie[4] równym tempu wzrostu podaży pracy, przy stałych (niekoniecznie jednakowych) technicznych uzbrojeniach pracy, z tym, że w regionie eksportującym oszczędności, zasób kapitału *per cápita* się zmniejszy, a w regionie importującym – się zwiększy. Zatem regiony rozwijają się równomiernie.

2.2. Przypadek: $S_{A\to B} = \kappa(L_B - L_A)$ oraz $n_A < n_B$, $L_B > L_A$

Ciekawszym przypadkiem jest ten, w którym nie zakładamy jednakowego wzrostu podaży pracy. Założmy, że tempo jej wzrostu w regionie *B* jest wyższe niż w *A* oraz że podaż pracy w *B* jest wyższa niż w *B* (zob. (14) i (15)).

$$n_B > n_A \tag{14}$$

$$\forall t \geq 0 [L_B(t) > L_A(t)]. \tag{15}$$

Natomiast pozostaje bez zmian, w porównaniu z 2.1., określenie wielkości przepływu międzyregionalnego kapitału (zob. (10)). Otrzymujemy ten sam układ równań różniczkowych ((12) oraz (13)). Różnica polega na tym, że wyrazy wolne, występujące w prawych nawiasach powyższych równań, zmieniają swoje wartości w czasie, a mianowicie stosunek podaży siły roboczej regionu *B* do *A* rośnie do nieskończoności, a jego odwrócenie maleje do zera.

Jeżeli zatem przyjrzymy się rys. 2., oznaczać to będzie, że prosta szara w regionie *A* przesuwa się ku górze, a w regionie *B* – ku dołowi. W tym ostatnim prosta dochodzi do pozycji, w której przecina rzędną w punkcie κ. Natomiast w regionie *A* prosta ta przesuwa się w nieskończoność. Oznacza to, że w pewnym momencie wychodzi ona nad wykres funkcji $s_A \bullet f_A(k_A(t))$ i następuje ciągłe zmniejszanie się technicznego uzbrojenia pracy aż do *0*, czyli następuje dekapitalizacja regionu. Co więcej, wraz z upływem czasu, szara prosta oddala się od wykresu funkcji $s_A \bullet f_A(k_A(t))$, co powoduje zmniejszanie się wartości pochodnej $\frac{dk_A}{dt}$, która ma wartość ujemną (zob. (12)), czyli zmniejszanie się technicznego uzbrojenia pracy jest coraz szybsze. Technika produkcji staje się coraz bardziej pracochłonna i mniej kapitałochłonna. Tempo wzrostu będzie równe

[3] W sposób naturalny stopa oszczędności *s* nie może być większa od *1*.

[4] Wynika to z naszego założenia o jednakowym wzroście podaży siły roboczej w obydwu regionach.

naturalnej stopie wzrostu, czyli n_A. Pamiętając, że $f_A(k_A(t))$ jest średnią wydajnością pracy, otrzymujemy, że wielkość ta też będzie maleć, chociaż coraz wolniej (zob. wykres tej funkcji na rys. 2.).

W przypadku regionu bardziej ludnego prosta dochodzi do prostej o równaniu $y = (n+\rho)k_B - \kappa$, ponieważ $\lim_{t\to\infty}\frac{L_A}{L_B} = 0$. Oznacza to, że istnieje stały poziom zasobu kapitału *per cápita*, przy którym takie zmienne, jak: dochód, nakłady inwestycyjne, zasób kapitału rosną w tym samym tempie (naturalne tempo wzrostu = n_B). W takim przypadku poziom rozwoju obu regionów będzie się od siebie oddalał.

3. Podsumowanie

Do badania zróżnicowania wzrostu gospodarczego dwóch
rzystano podstawowy model neoklasyczny Solow'a – Swan'a. W modelu tym gospodarka rozwija się równomiernie ze stopą wzrostu, równą stopie naturalnej. Jeżeli do tego modelu dodamy kapitałowe przepływy międzyregionalne, określone wyżej, to możliwe są trzy przypadki:

1. obydwa regiony rozwijają się w takim samym tempie równym wspólnemu tempu wzrostu podaży siły roboczej, ale z różną techniką produkcji; region z większą liczbą ludności ma większą kapitałochłonność i mniejszą pracochłonność niż w przypadku braku przepływów, dla regionu o mniejszym zasobie pracy wniosek jest odwrotny;
2. obydwa regiony rozwijają się w tym samym tempie wzrostu, ale region *B* ma nieporównywalnie większe zasoby pracy niż *A*, wówczas w regionie pierwszym następuje ciągły spadek kapitałochłonności i wzrost pracochłonności;
3. obydwa regiony rozwijają się w różnych tempach wzrostu, przy rosnącym technicznym uzbrojeniu pracy dążącym do wielkości granicznej dla regionu z większym zasobem pracy i coraz szybciej malejącym do zera technicznym uzbrojeniu pracy w regionie o mniejszej liczbie ludności.

W dalszych badaniach należy przyjąć alternatywne mechanizmy kształtowania się wielkości kapitałowych przepływów międzyregionalnych, a także wprowadzić do modelu kapitał ludzki.

Literatura

Allen R.G.D. 1975 *Teoria makroekonomiczna. Ujęcie matematyczne*, Warszawa.
Barro R.J., Sla-i-Martin X. 1995 *Economic Growth*, Cambridge, Massachusetts, London.
Rogowski J. 2005 *Modele międzyregionalnych przepływów kapitałowych*, „Optimum. Studia Ekonomiczne", nr 4 (28).