ZMIANY CEN CZYNNIKÓW PRODUKCJI A RYNEK PRACY

Józef ROGOWSKI*

1. Ceny czynników produkcji a popyt na nie

W pracy [3] przedstawiono wpływ zwiększenia kosztu pracy w stosunku do kosztu kapitału na rynek pracy. Rozważania te były prowadzone przy założeniu, że poziom popytu, a zatem i poziom produkcji, zmienia się w niewielkim stopniu. Spróbujmy odpowiedzieć na zmienione pytanie. Jak powinna się zmienić wielkość produkcji (popytu), by popyt na pracę zmieniał się w pożądanym kierunku?

Powtórzmy sposób analizy w przypadku stałej wielkości produkcji (zob. [3]). Rozważmy neoklasyczny model przedsiębiorstwa produkującego jeden produkt w warunkach doskonałej konkurencji przy długim horyzoncie czasowym, czyli nie uwzględniamy ograniczeń związanych z ograniczonymi zasobami czynników produkcji. Dla uproszczenia przyjmijmy dwuczynnikową funkcję produkcji $\mathbf{Q} = f(\boldsymbol{K},\boldsymbol{L})$, gdzie $\boldsymbol{K}$ oznacza nakład kapitału, a $\boldsymbol{L}$ – pracy. Funkcja ta spełnia następujące założenia:

$\frac{\partial Q}{\partial K} > 0$ - dodatnia krańcowa produktywność kapitału przy stałym nakładzie pracy;

$\frac{\partial Q}{\partial L} > 0$ - dodatnia krańcowa wydajność pracy przy stałym nakładzie kapitału;

$\frac{\partial^2 Q}{\partial K^2} < 0$ - malejąca krańcowa produktywność kapitału przy stałym nakładzie pracy i rosnącym nakładzie kapitału;

$\frac{\partial^2 Q}{\partial L^2} < 0$ - malejąca krańcowa wydajność pracy przy stałym nakładzie kapitału i rosnącym nakładzie pracy.

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial L \partial K} = \frac{\partial^2 Q}{\partial K \partial L} > 0$$

Załóżmy, że wielkość produkcji się nie zmienia i wynosi $\boldsymbol{Q}$. Wówczas z własności funkcji $\boldsymbol{f}$ wynika istnienie funkcji wzajemnie jednoznacznej między nakładami czynników produkcji pokazującej ich substytucję. Jej własności wynikają ze wzoru na różniczkę zupełną:

---

* prof. dr hab. Józef Rogowski, Uniwersytet w Białymstoku, Wydział Ekonomiczny

$$Q = f(K,L) \Rightarrow 0 = dQ = \frac{\partial Q}{\partial K}dK + \frac{\partial Q}{\partial L}dL \qquad (1)$$

Stąd otrzymujemy, że $\frac{dK}{dL} = -\frac{\frac{\partial Q}{\partial L}}{\frac{\partial Q}{\partial K}}$. Zatem z własności neoklasycznej funkcji produkcji wynika, że $\frac{dK}{dL} < 0$, czyli zmiany nakładów pracy i kapitału są różnokierunkowe przy stałej produkcji.

Załóżmy, że cena produkowanego produktu wynosi $\boldsymbol{p}$, a ceny pracy i kapitału – odpowiednio $\boldsymbol{v_L}$ i $\boldsymbol{v_K}$. Zatem dochód przedsiębiorstwa można zapisać jako

$$pf(K,L) - v_L L - v_K K \qquad (2)$$

Zatem szukając maksimum dochodu otrzymujemy następujące warunki:

$$\frac{\partial(pf(K,L) - v_L L - v_K K)}{\partial K} = p\frac{\partial Q}{\partial K} - v_K = 0 \text{ oraz}$$

$$\frac{\partial(pf(K,L) - v_L L - v_K K)}{\partial L} = p\frac{\partial Q}{\partial L} - v_L = 0$$

Stąd $p\frac{\partial Q}{\partial L} = v_L$ oraz $p\frac{\partial Q}{\partial K} = v_K$.

Jeżeli wyliczymy stąd stosunek cen czynników produkcji, to prawdziwe okazuje się wyrażenie:

$$\frac{v_L}{v_K} = \frac{\frac{\partial Q}{\partial L}}{\frac{\partial Q}{\partial K}} \qquad (3)$$

Otrzymaliśmy więc powszechnie znany wniosek, że przy nakładach czynników produkcji maksymalizujących dochód przedsiębiorstwa stosunek ich cen zrównuje się ze stosunkiem krańcowych wydajności tych czynników.

Połączmy te dwa założenia: o stałej produkcji i o maksymalizowaniu dochodu. Otrzymujemy więc $pQ - v_L L - v_K K(L) \rightarrow max$, z czego wynika, że $0 - v_L - v_K\frac{dK}{dL} = 0$, a zatem $\frac{v_L}{v_K} = -\frac{dK}{dL}$.

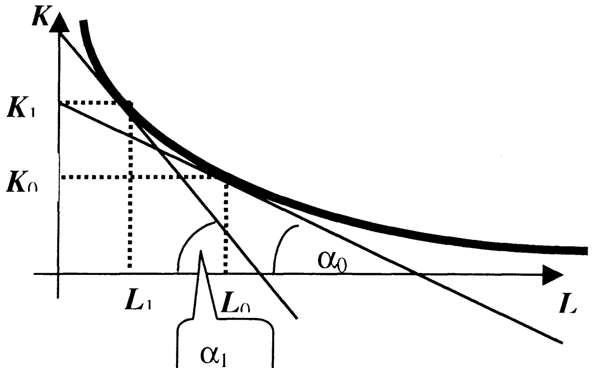
Spróbujmy osłabić założenie o wolnej konkurencji przynajmniej w stosunku do ceny pracy, czyli $\boldsymbol{v_L}$. Załóżmy, że płaca podlegała negocjacjom ze związkami zawodowymi lub/i podlega zapisom ustawowym (np. ustalenie płacy minimalnej) i w stosunku do tzw. płacy rynkowej jest wyższa. Oznacza to, że przy raczej

Zdigitalizowano i udostępniono w ramach projektu pn.
Rozbudowa otwartych zasobów naukowych Repozytorium Uniwersytetu w Białymstoku,
dofinansowanego z programu „Społeczna odpowiedzialność nauki" Ministra Edukacji i Nauki na podstawie umowy SONB/SP/512497/2021

stałej cenie kapitału wartość stosunku $\frac{v_L}{v_K}$ rośnie. Zatem przy stałej produkcji maleje krańcowa stopa substytucji $\frac{dK}{dL}$.

Z założeń neoklasycznych o funkcji produkcji wynika, że $\frac{d^2K}{dL^2} = -\frac{d}{dL}\left(\frac{\frac{\partial Q}{\partial L}}{\frac{\partial Q}{\partial K}}\right) = -\frac{\frac{\partial^2 Q}{\partial L^2}\frac{\partial Q}{\partial K} - \frac{\partial Q}{\partial L}\frac{\partial^2 Q}{\partial K \partial L}}{\left(\frac{\partial Q}{\partial K}\right)^2} > 0$, czyli funkcja substytucji $\boldsymbol{K}(\boldsymbol{L})$ jest wypukła, a krańcowa stopa substytucji $\frac{dK}{dL}$ jest funkcją rosnącą. Oznacza to, że wraz ze spadkiem wartości tejże stopy maleje nakład pracy, czyli zmienna $\boldsymbol{L}$. Natomiast z faktu pokazanego wyżej ($\frac{dK}{dL} < 0$) można wnioskować, że wraz ze zmniejszeniu nakładu pracy $\boldsymbol{L}$ towarzyszy w analizowanym tu przypadku wzrost nakładu kapitału $\boldsymbol{K}$, a to z kolei wymaga inwestycji.

Rys. 1



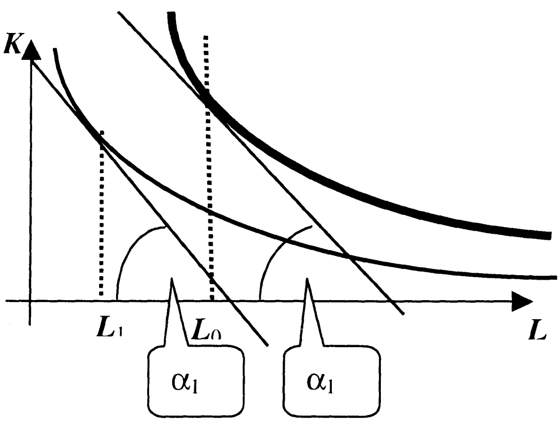
Zilustrujmy otrzymany wynik rysunkiem (zob. rys. 1), na którym przedstawiono krzywą jednakowego produktu. Niech $\alpha_0 = arctg\frac{v_L}{v_K}$, czyli $tg\alpha_0 = \frac{v_L}{v_K}$. Oznacza to, że styczna do zaznaczonej krzywej w punkcie o współrzędnych równych nakładom pracy i kapitału minimalizującym koszty produkcji jest nachylona do ujemnego kierunku osi OX pod kątem α_0. Załóżmy obecnie, że płaca rośnie w stosunku do ceny kapitału, czyli rośnie stosunek tych

Zdigitalizowano i udostępniono w ramach projektu pn.
Rozbudowa otwartych zasobów naukowych Repozytorium Uniwersytetu w Białymstoku,
dofinansowanego z programu „Społeczna odpowiedzialność nauki" Ministra Edukacji i Nauki na podstawie umowy SONB/SP/512497/2021

cen. Ponieważ funkcja *tg* jest rosnąca, to kąt nachylenia stycznej również rośnie i niech wynosi α_1. Punkt jej styczności wyznacza nowe nakłady pracy i kapitału: L_1 i K_1. Otrzymaliśmy wynik wyprowadzony analitycznie: $K_1 > K_0$ oraz $L_1 < L_0$: spada zatrudnienie i rośnie nakład kapitału.

Zauważmy, że można tak zwiększyć produkcję, by zatrudnienie się nie zmieniło. Geometrycznie wystarczy przesunąć w prawo krzywą jednakowego produktu, co jest równoważne ze wzrostem produkcji, tak by styczna o nachyleniu α_1 miała punkt styczności z krzywą w punkcie o współrzędnej L_0 (zob. rys. 2).

Rys. 2



Spróbujmy zatem wyznaczyć zmianę produkcji przy zmianie cen czynników produkcji i zmianie zatrudnienia.

2. Tempo zmiany produkcji

W pracy [2] przedstawiono zależności między tempem zmian zatrudnienia, produkcji i technicznego uzbrojenia pracy wykorzystując szczególną postać funkcji produkcji: funkcję Cobba-Douglasa i to ze stałymi przychodami względem skali produkcji. Pokażemy, że podobny wynik można uzyskać stosując dowolną 2-czynnikową funkcję produkcji $\boldsymbol{Q = f(K,L)}$ spełniającą warunki neoklasyczne wymienione wyżej. Wówczas różniczka produkcji jest równa:

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial K} dK + \frac{\partial Q}{\partial L} dL \tag{4}$$

Jeżeli podzielimy obie strony przez Q i pomnożymy poszczególne składniki odpowiednio przez K i L, to otrzymamy:

$$\frac{dQ}{Q} = \frac{\partial Q}{\partial K} \frac{dK}{K} \frac{K}{Q} + \frac{\partial Q}{\partial L} \frac{dL}{L} \frac{L}{Q} \tag{5}$$

co można zapisać jako

$$d\,ln\,Q = \frac{\partial\,ln\,Q}{\partial\,ln\,K} d\,ln\,K + \frac{\partial\,ln\,Q}{\partial\,ln\,L} d\,ln\,L \tag{6}$$

Trzeba pamiętać, że dla wielkości x $d\,ln\,x = \frac{dx}{x}$ oznacza przyrost x w stosunku do wartości początkowej, czyli tempo zmiany wartości tej zmiennej. Zatem równanie (6) możemy interpretować następująco:
tempo zmiany wielkości produkcji = suma iloczynów elastyczności produkcji względem poszczególnych czynników produkcji przez tempo zmiany nakładów tych czynników.
Wprowadźmy następujące oznaczenia:

$\varepsilon_L^Q = \frac{\partial\,ln\,Q}{\partial\,ln\,L}$ - elastyczność produkcji względem nakładu pracy;

$\varepsilon_K^Q = \frac{\partial\,ln\,Q}{\partial\,ln\,K}$ - elastyczność produkcji względem nakładu kapitału;

$y = d\,ln\,Y$ - tempo zmiany wartości zmiennej Y.

Zatem równanie (6) przyjmuje postać:

$$q = \varepsilon_K^Q k + \varepsilon_L^Q l \tag{7}$$

Z równania (3), czyli z warunku maksymalizacji zysku, otrzymujemy:

$$\frac{\frac{\partial Q}{\partial L} L}{\frac{\partial Q}{\partial K} K} = \frac{v_L}{v_K} \frac{L}{K} \tag{8}$$

co jest równoważne

$$\frac{\frac{\partial\,ln\,Q}{\partial\,ln\,L}}{\frac{\partial\,ln\,Q}{\partial\,ln\,K}} = \frac{\varepsilon_L^Q}{\varepsilon_K^Q} = \frac{v_L}{v_K} \frac{L}{K} \tag{9}$$

Niech $U = \frac{K}{L}$ oznacza techniczne uzbrojenie pracy, zatem:

$$\frac{\varepsilon_L^Q}{\varepsilon_K^Q} = \frac{v_L}{v_K} \frac{1}{U} \tag{10}$$

Zatem przy maksymalizacji zysku otrzymujemy, że stosunek elastyczności produkcji względem pracy i kapitału jest równy stosunkowi cen tych czynników podzielonemu przez techniczne uzbrojenie pracy. Z definicji U wynika, że $ln\,U = ln\,K - ln\,L$, czyli $d\,ln\,U = d\,ln\,K - d\,ln\,L$, co przy przyjętej konwencji można zapisać

$$u = k - l \tag{11}$$

Zdigitalizowano i udostępniono w ramach projektu pn.
Rozbudowa otwartych zasobów naukowych Repozytorium Uniwersytetu w Białymstoku,
dofinansowanego z programu „Społeczna odpowiedzialność nauki" Ministra Edukacji i Nauki na podstawie umowy SONB/SP/512497/2021

(dynamika zmian technicznego uzbrojenia pracy jest równa różnicy dynamik nakładów kapitału i pracy).

Z (10) otrzymujemy $U - \frac{Q}{v_K \ \varepsilon_L^Q}$, czyli $lnU = ln v_L - l \qquad l \quad ^{Q} \quad l \quad ^{Q}$

Zatem tempo zmiany technicznego uzbrojenia pracy jest równe

$$u = p_L - p_K + e_K^Q - e_L^Q \tag{12}$$

gdzie p jest tempem zmiany odpowiedniej ceny, a e – odpowiedniego współczynnika elastyczności. Z (11) i (12) dostajemy

$$q = \varepsilon_K^Q \left(p_L - p_K + e_K^Q - \varepsilon_L^Q + l\right) + l\varepsilon_L^Q = l\left(\varepsilon_K^Q + \varepsilon_L^Q\right) + \varepsilon_K^Q \left(p_L - p_K + e_K^Q - \varepsilon_L^Q\right) \tag{13}$$

I ostatecznie z (13) otrzymujemy równanie tempa zmiany popytu na pracę:

$$l = \frac{q - \varepsilon}{\varepsilon_K^Q + \varepsilon_L^Q} \tag{14}$$

Jeżeli jeszcze dodamy do dynamiki produkcji dynamikę wynikającą z nieucieleśnionego postępu technicznego (h), to równania (13) i (14) przyjmą postać:

$$q = l\left(\varepsilon_K^Q + \varepsilon_L^Q\right) + \varepsilon_K^Q \left(p_L - \right. \tag{15}$$

$$l = \frac{q - \varepsilon_K^Q (p_L - p_K) - \varepsilon_K^Q \left(e_K^Q - \varepsilon_L^Q\right) - h}{\varepsilon_K^Q + \varepsilon_L^Q} \tag{16}$$

Przy założeniu, że elastyczności produkcji względem czynników produkcji zmieniają się w niewielkim stopniu, otrzymujemy, że wzrost płacy w stosunku do ceny kapitału, podobnie jak i postęp techniczny, powodują, że produkcja (a zatem i popyt) powinna wzrosnąć wystarczająco dużo, co określa (15). W przeciwnym przypadku, zmniejszy się zatrudnienie w tempie wyznaczonym przez (16).

Jeżeli przyjmiemy funkcję produkcji Cobba-Douglasa ze stałymi przychodami względem skali, czyli $\varepsilon_K^Q + \varepsilon_L^Q = 1$ oraz że obie elastyczności są stałe, to otrzymamy wzory z [2].

3. Wnioski empiryczne

Po rozważaniach teoretycznych spróbujmy zastosować ich wyniki do danych empirycznych. Pamiętać w tym miejscu należy, że otrzymane wielkości są tylko pewną wizją ich rzędu, a nie oszacowaniem statystycznym wartości parametrów. Na podstawie danych za rok 2000 województwa podlaskiego zostanie policzony rząd dynamiki produkcji (popytu), który pozwoliłby na prawie całkowite zmniejszenie bezrobocia. Dane statystyczne pochodzą z [1].

Zdigitalizowano i udostępniono w ramach projektu pn.
Rozbudowa otwartych zasobów naukowych Repozytorium Uniwersytetu w Białymstoku,
dofinansowanego z programu „Społeczna odpowiedzialność nauki" Ministra Edukacji i Nauki na podstawie umowy SONB/SP/512497/2021

Zakładamy, że elastyczności produkcji względem kapitału są prawie stałe, a zatem ich zmiany są zerowe. Poza tym przyjmujemy, że suma elastyczności jest prawie równa jedności, czyli $\varepsilon_K^Q + \varepsilon_L^Q \approx 1$. Przy tych założeniach równania (15) i (16) przyjmują postać:

$$q = l + \varepsilon_K^Q \left(p_L - p_K\right) + h \tag{17}$$

$$l = q - \varepsilon_K^Q \left(p_L - p_K\right) - h \tag{18}$$

Zatem należy podać rząd wskaźników zmiany płacy (p_L), cen kapitału (p_K) oraz produkcji i produkcji wynikający z nieucieleśnionego postępu technicznego w celu otrzymania rzędu elastyczności produkcji względem kapitału ε_K^Q, o którym zakładamy, że jest dodatni i mniejszy od 1.

Z tab. 1 [1, s.14-15] otrzymujemy, że przeciętne zatrudnienie w sektorze przedsiębiorstw w 2000 roku zmalało o 3,5% w stosunku do roku poprzedniego, a przeciętne miesięczne wynagrodzenie w tym samym sektorze w warunkach porównywalnych wzrosło o 11,4% w analogicznym okresie, natomiast produkcja sprzedana przemysłu w cenach stałych wzrosła w 2000 r. o 3,1% [1, tab. 1, s. 17]. Ostatnia potrzebna dana dotyczy zmiany ceny kapitału. Takiej kategorii w [1] nie znaleziono, natomiast wskaźniki zmiany cen produkcji sprzedanej przemysłu i produkcji budowlano-montażowej wynoszą odpowiednio 7,8% oraz 7.9% [1, tab. 38, s. 117-118], więc do naszych potrzeb przyjmujemy ten drugi. Zatem mamy: $q = 0.031$, $l = -0.035$, $p_L = 0.114$, oraz $p_K = 0.079$. Stąd otrzymujemy rząd wielkości elastyczności produkcji względem kapitału jako funkcja dynamiki produkcji zależnej tylko od nieucieleśnionego postępu technicznego (h):

$$\varepsilon_K^Q = \frac{q - l - h}{\left(p_L - p_K\right)} = \frac{0.031 + 0.035 - h}{0.114 - 0.079} \tag{19}$$

Dla 5-procentowego wzrostu produkcji wynikającego z postępu technicznego (h = 5%) otrzymujemy, że $\varepsilon_K^Q = 0.46$, co nie prowadzi do sprzeczności. Można zatem stwierdzić, że źródłem bezrobocia jest zbyt mały wzrost popytu na produkcję krajową w stosunku do wzrostu płac.

Odpowiedzmy zatem na pytanie, jakiego rzędu powinien być wzrost produkcji (popytu), aby przy powyższych danych bezrobocie zmniejszyło się prawie do zera. W tym celu należy wyznaczyć wskaźnik wzrostu zatrudnienia. Bezrobocie na koniec 2000 roku w województwie podlaskim wynosiło 13,6% [1, tab. 1, s. 14]. Zatem zatrudnienie powinno wzrosnąć o $\frac{13.6}{100 - 13.6} * 100\% =$ 15.74%, czyli musimy przyjąć, że $l \approx 0.16$. Wstawiając tę liczbę i równanie (19) do (17) otrzymujemy q = 0.23. Oznacza to, że przy naszych założeniach wzrost produkcji powinien być około dwudziestoprocentowy, by bezrobocie w województwie podlaskim zostało prawie zlikwidowane. Zatem wzrost popytu wewnętrznego i zewnętrznego powinien być tego rzędu. Z ograniczoności popytu krajowego wynika potrzeba aktywizowania handlu zagranicznego (eksportu). Położenie województwa podlaskiego chyba jednoznacznie wyznacza kierunek ekspansji eksportowej przedsiębiorstw tego regionu. To właśnie powinno być zadaniem priorytetowym strategii rozwoju województwa.

Literatura

1. *Biuletyn Statystyczny Województwa Podlaskiego*, Urząd Statystyczny w Białymstoku, ed. XXVIII, Białystok, maj 2001.
2. Meredyk K., *Mechanizm postępu efektywności a zatrudnienie w gospodarce polskiej*, Optimum, nr 3 (11), Białystok 2001.
3. Rogowski J., *Inwestycje a rynek pracy (na przykładzie województwa podlaskiego)*, [w:] Bocian A.F. (red.), *Podlasie – dekada szansy*, Wydawnictwo Uniwersytetu w Białymstoku, Białystok 2001.